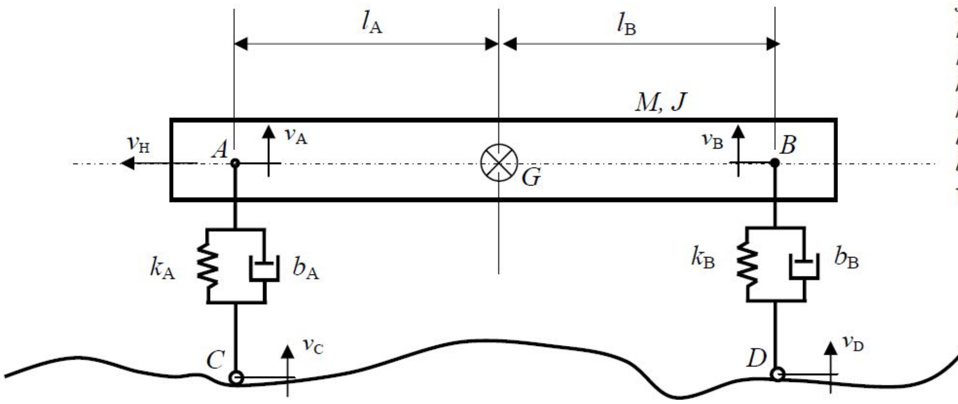
Lista G:

Luís Felipe Biancardi Palharini

NºUsp: 10773203

<u>Enunciado:</u>



$M = 200$ kg;
$J = 512$ kgm^2;
$l_A = 0{,}8$ m;
$l_B = 0{,}8$ m;
$k_A = 10.000$ N/m;
$k_B = 10.000$ N/m;
$b_A = 200$ Ns/m;
$b_B = 200$ Ns/m;
$v_H = 10$ m/s;

Simule o sistema de suspensão para entrada do tipo degrau. Considere condições iniciais nulas e tempo de simulação de 4 segundos.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} v_C \\ v_D \end{bmatrix} \qquad v_C = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad t < 0 \\ 1 & \text{se} \quad t \geq 0 \end{cases} \qquad v_D = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad t < t_d \\ 1 & \text{se} \quad t \geq t_d \end{cases}$$

Explique o tipo de obstáculo físico que é representado pela entrada degrau, e explique por que a entrada v_D ocorre t_d segundos após a entrada v_C (deve-se calcular t_d antes de se fazer a simulação).

Mostre os gráficos das saídas pelo tempo.

Simule o sistema de suspensão para entrada do tipo seno. Considere condições iniciais nulas. Simule por tempo suficiente para mostrar cerca de 20 períodos.

Entradas (observe que são duas simulações diferentes):
$$v_C = v_D = \text{sen}(9{,}8995t)$$
$$v_C = -v_D = \text{sen}(4{,}9875t)$$

Repita as simulações para valores maiores e menores de freqüência. Compare os resultados.
Mostre os gráficos das saídas pelo tempo.
Calcule os coeficientes de amortecimento, as freqüências naturais, as freqüências naturais amortecidas e as freqüências de ressonância.

Modelagem - Lista 6 - $\frac{1}{2}$ carro.

TQMA:

$$M_G = J \cdot \dot{\omega} = \begin{cases} -(l_a \cos\alpha)\hat{i} \times [-(K_a(x_A - x_c) + b_a(\dot{x}_a - \dot{x}_c))\hat{j}] \\ +(l_b \cos\alpha)\hat{i} \times [-(K_b(x_b - x_d) + b_b(\dot{x}_b - \dot{x}_d))\hat{j}] \end{cases}$$

$$J \cdot \dot{\omega} = l_a K_a (x_a - x_c) - l_b K_b (x_b - x_d) + l_a b_a (\dot{x}_a - \dot{x}_c) - l_b b_b (\dot{x}_b - \dot{x}_d)$$

TMQM:

$$R = m\, \vec{a}_G = -K_a(x_a - x_c) - b_a(\dot{x}_a - \dot{x}_c) - K_b(x_b - x_d) - b_b(\dot{x}_b - \dot{x}_d)$$

Sabe-se que $\quad V_P = V_O + \omega \wedge (P - O)$

$$V_a \hat{j} = V_G \hat{j} + \omega \hat{k} \wedge (-l_a \cdot \cos\alpha\, \hat{i} - l_a \sin\alpha\, \hat{j})$$

$$V_b \hat{j} = V_G \hat{j} + \omega \hat{k} \wedge (l_b \cdot \cos\alpha\, \hat{i} + l_b \cos\alpha\, \hat{j})$$

$$V_a = V_G - l_a \cdot \omega \quad / \quad V_b = V_G + l_b \omega$$

$* \cos\alpha \approx 1$

$\sin\alpha \approx 0$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{x}_b \\ \dot{V}_G \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -l_a \\ 0 & 0 & 1 & l_b \\ -K_a/M & -K_b/M & -\frac{(b_a + b_b)}{M} & \frac{b_a l_a - b_b l_b}{M} \\ \frac{l_a K_a}{J} & -\frac{l_b K_b}{J} & \frac{l_a b_a - l_b b_b}{J} & -\frac{(b_a l_a^2 + b_b l_b^2)}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ V_G \\ \omega \end{bmatrix} +$$

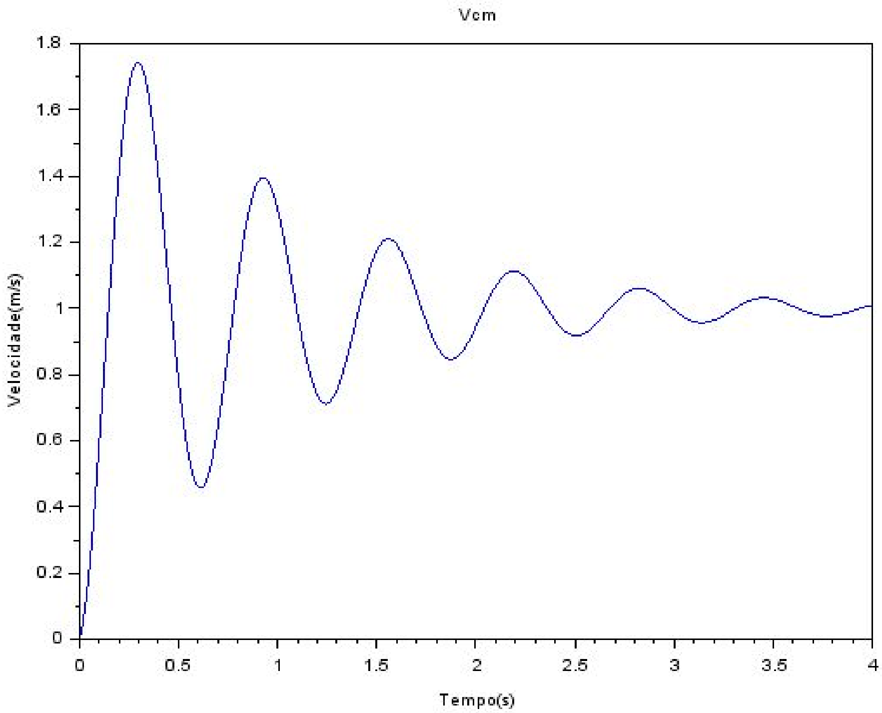
$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_a/M & K_b/M & b_a/M & b_b/M \\ -l_a K_a/J & l_b K_b/J & -l_a b_a/J & l_b b_b/J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ X_d \\ \dot{X}_c \\ \dot{X}_d \end{bmatrix}$$

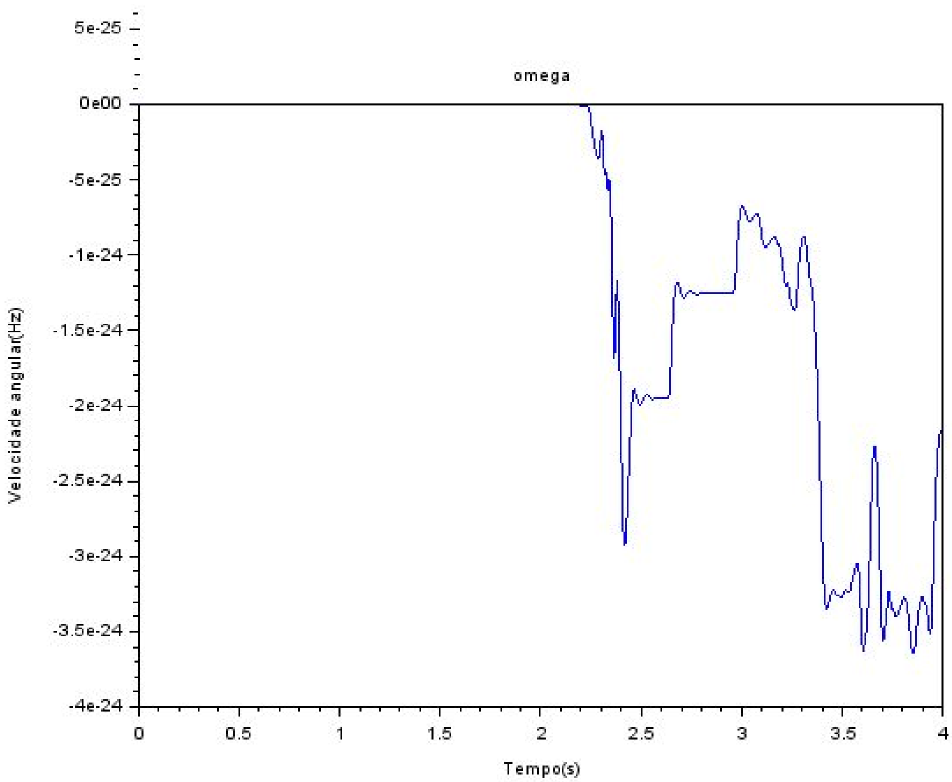
Tempo de resposta.

$$V_H = \frac{l_a + l_b}{\tau_D}$$

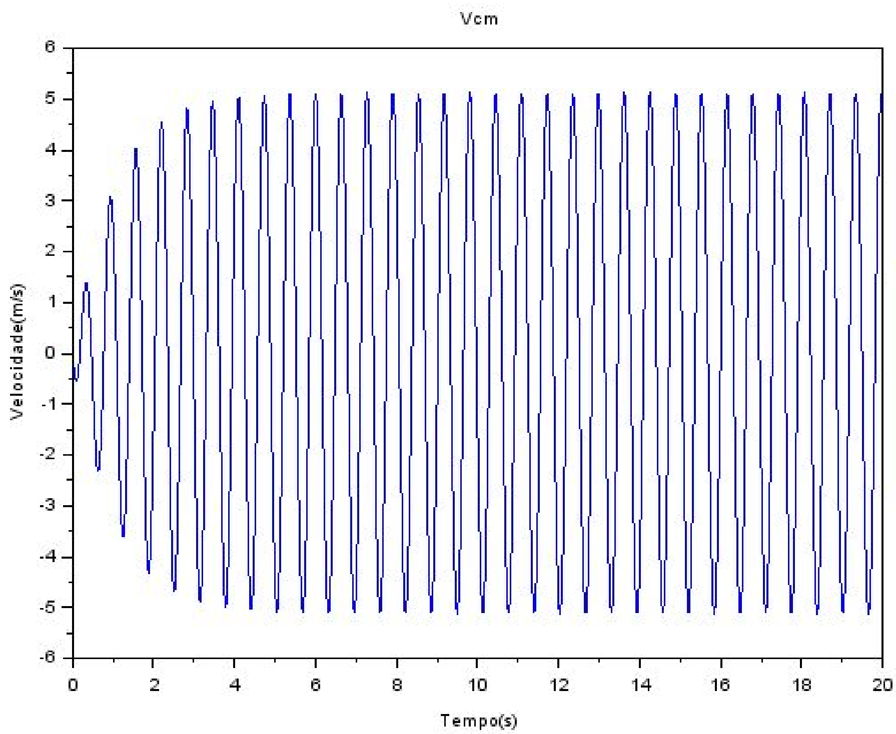
$$\therefore \tau_D = \frac{l_a + l_b}{H}$$

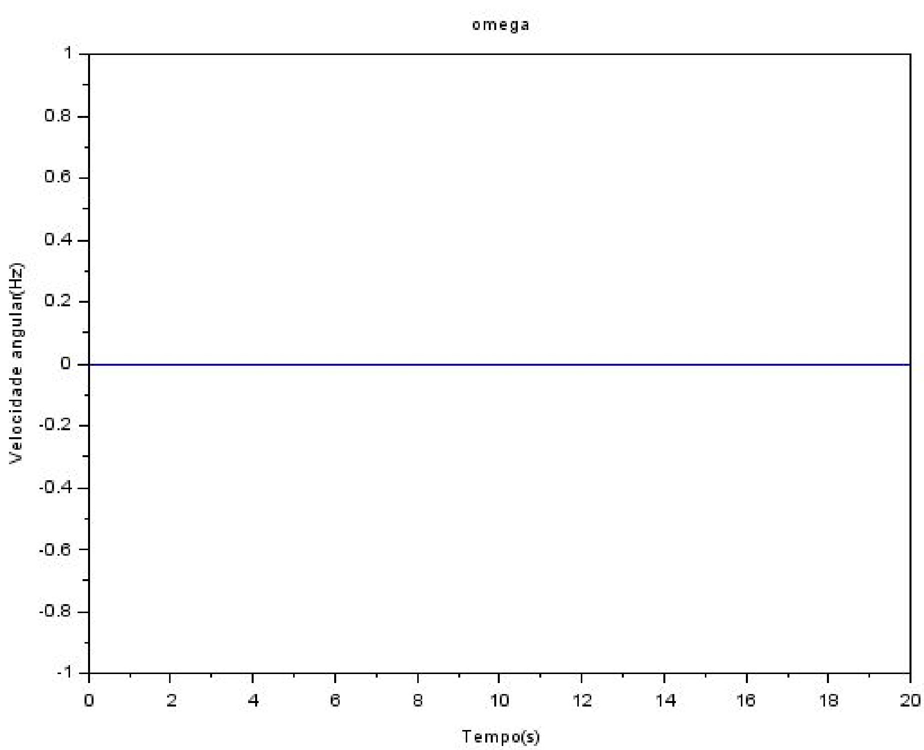
Simulação 1:


Vcm
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Velocidade(m/s)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
Tempo(s)

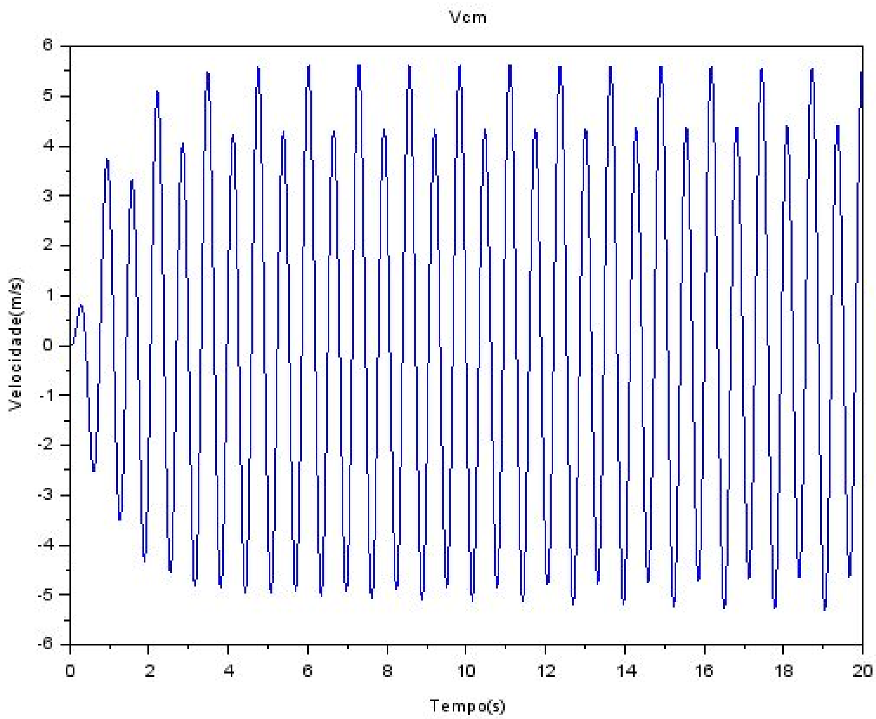

omega
5e-25
0e00
-5e-25
-1e-24
-1.5e-24
-2e-24
-2.5e-24
-3e-24
-3.5e-24
-4e-24
Velocidade angular(Hz)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
Tempo(s)

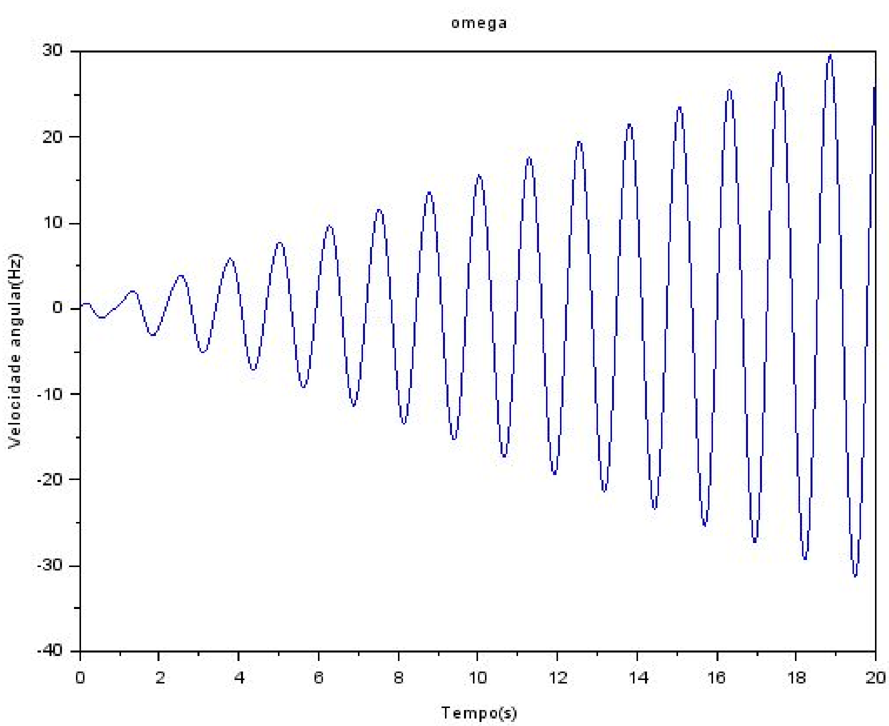
Simulação 2a:



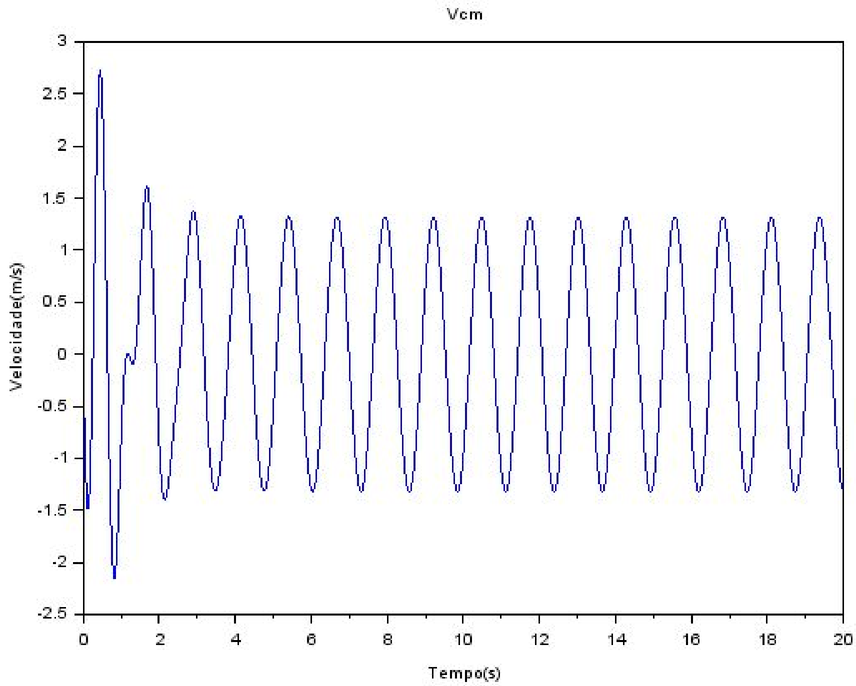


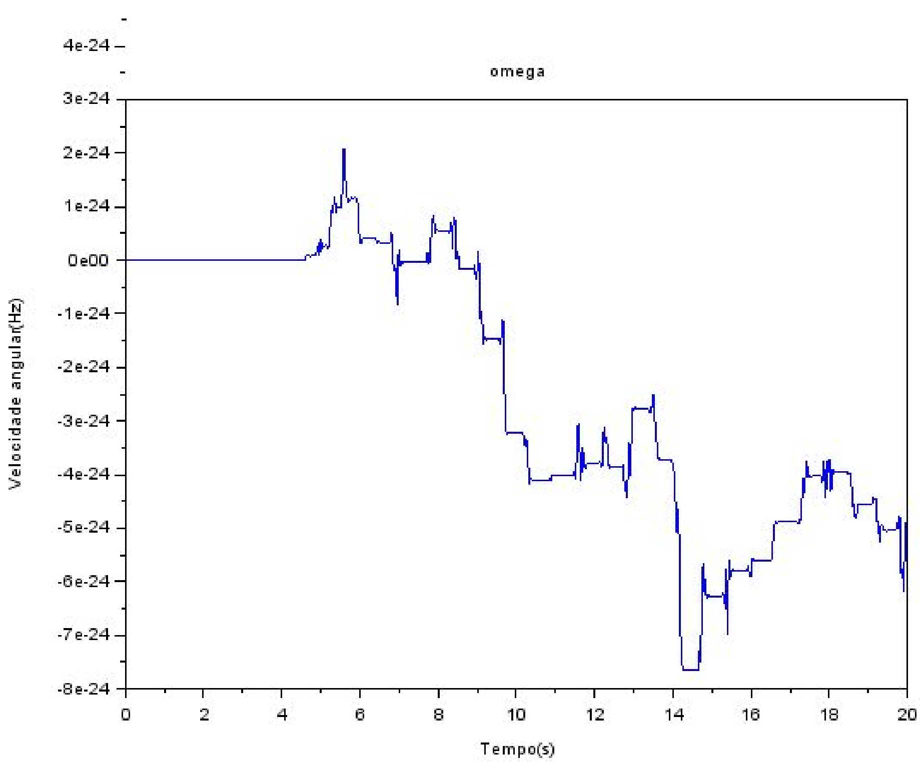
Simulação 2b:





Simulação 2c:





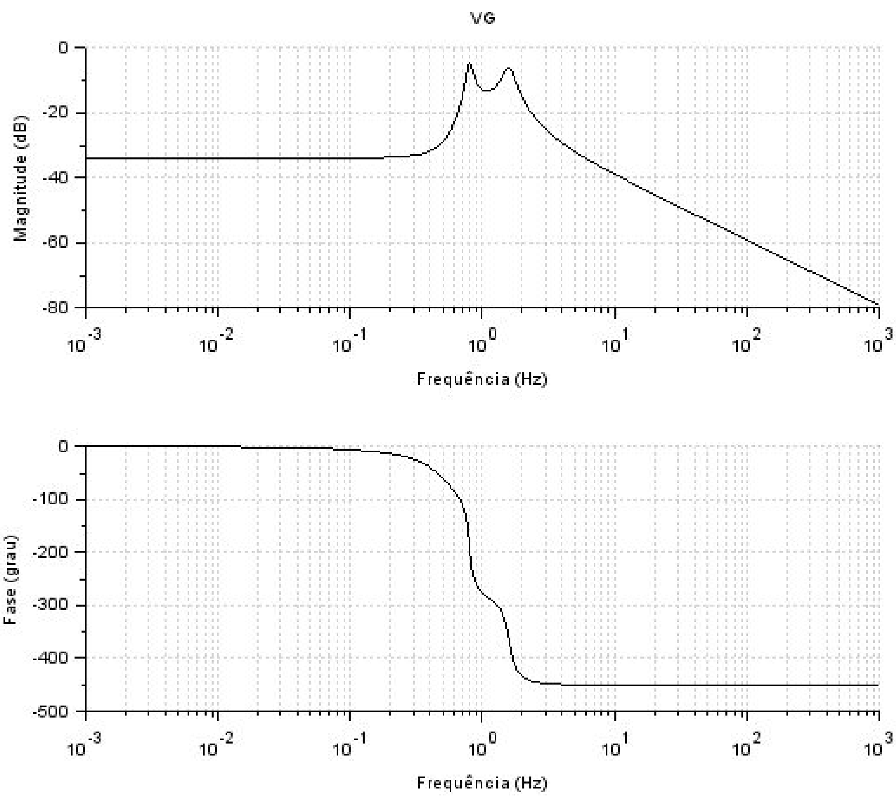
Comentários dos resultados:

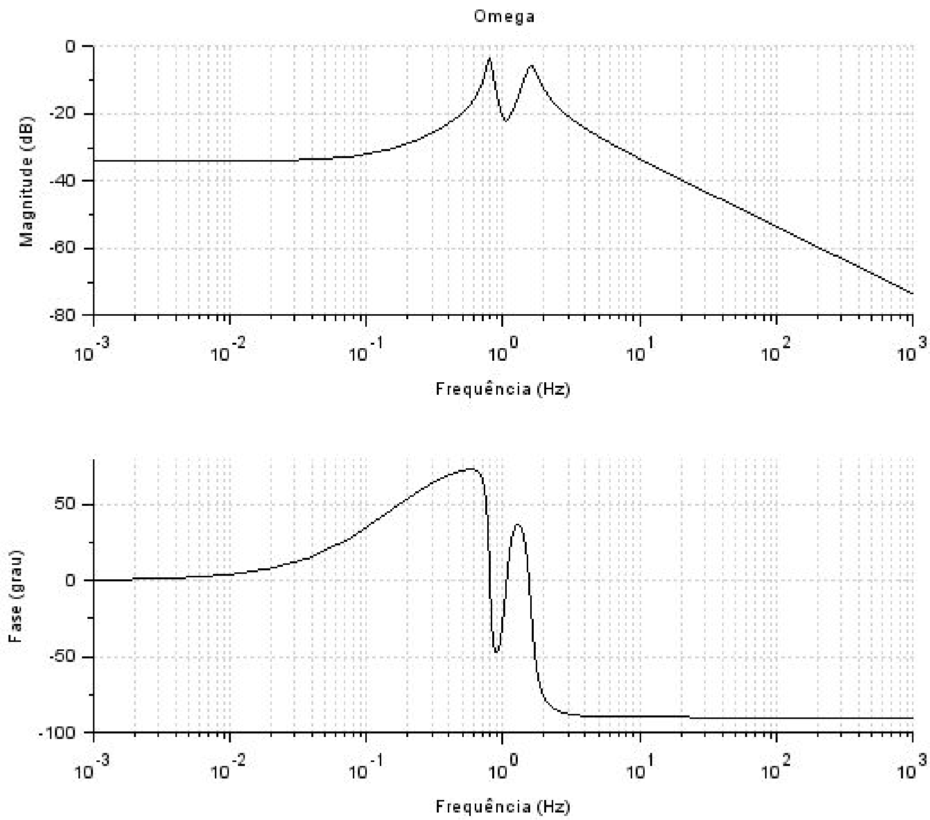
O resultado da primeira simulação nos mostra o comportamento do meio carro após ser abandonado de uma dada posição. Percebe-se que o comportamento do conjunto é o mesmo de um massa-mola amortecido. Além disso, por uma questão de simetria do estado inicial e do esforço imposto (neste caso, nulo), observa-se que a velocidade angular se mantém nula durante toda a simulação.

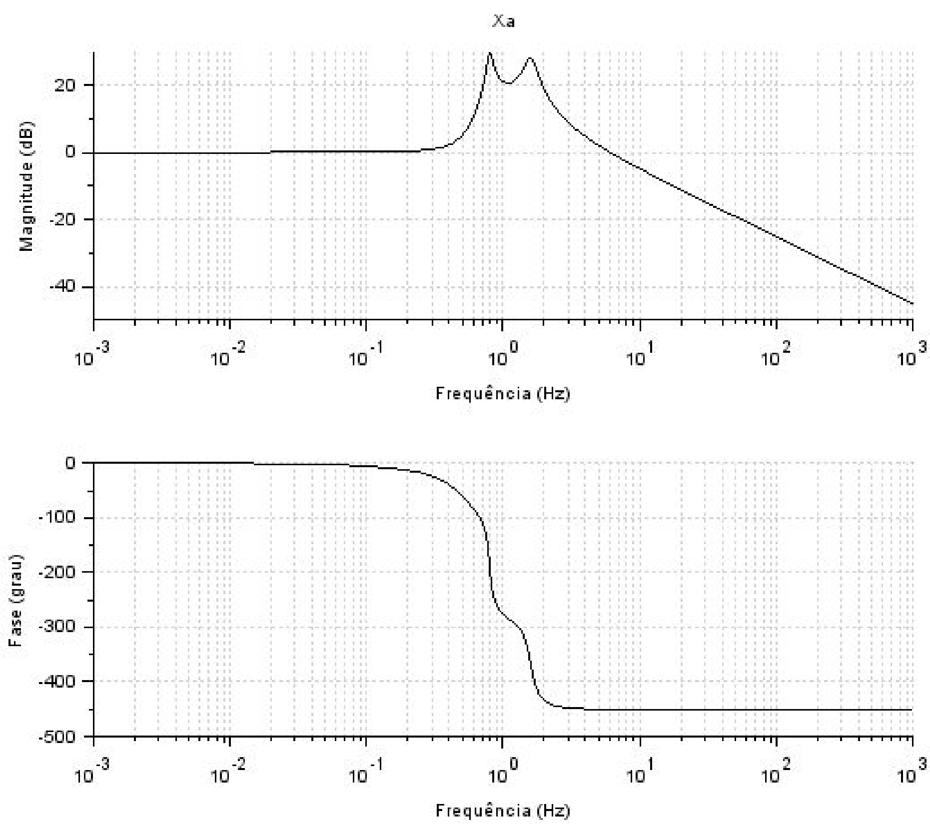
Já na segunda simulação, observa-se que a velocidade do centro de massa varia no formato de uma senoide, indicando o comportamento oscilatório. Nota-se ainda que, como o esforço é simétrico entre os eixos, a velocidade angular se mantém nula. Para a simulação 2b, entretanto, esta última hipótese torna-se falsa, e observa-se uma velocidade angular de comportamento senoidal crescente.

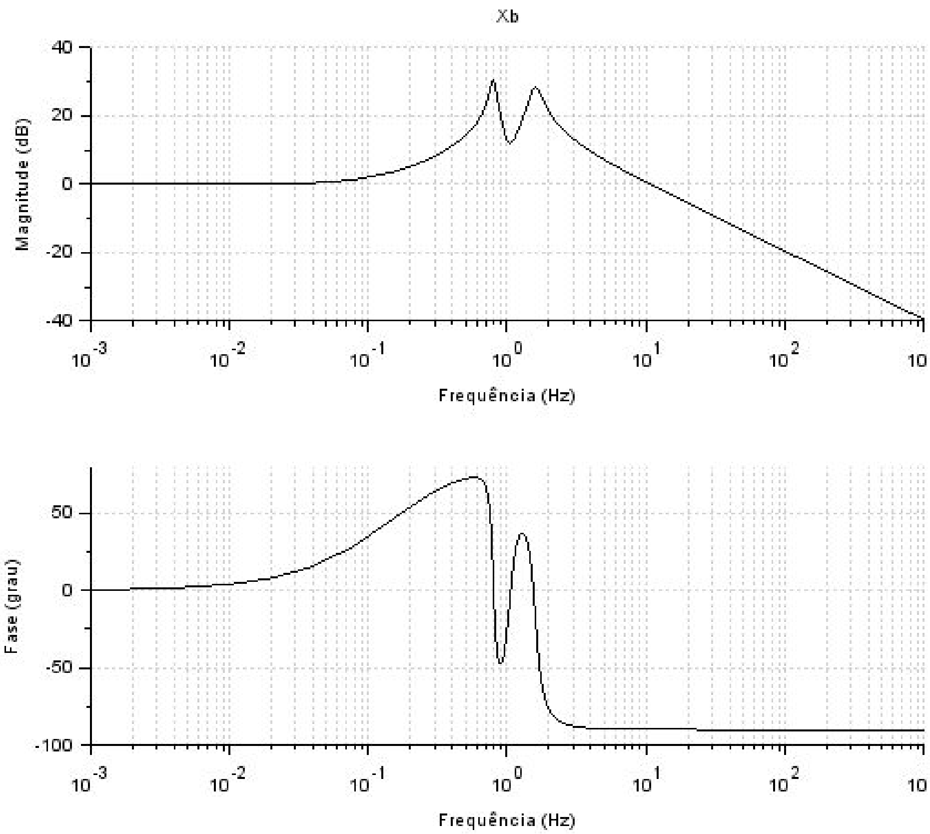
Na última simulação, intitulada 3c, impõe-se o mesmo esforço simétrico, mas desta vez com metade da frequência anterior. Observa-se que a frequência de oscilação do corpo, naturalmente, caiu pela metade. Entretanto, a amplitude do movimento também diminuiu. Este comportamento específico é bem explicado pelo diagrama de Bode da variável V_g, para a qual frequências abaixo da ressonância (i.e. $\frac{9.8995}{2\pi}$) sofrem um amortecimento por parte do sistema.

Diagramas de Bode:




Omega
Magnitude (dB)
0
-20
-40
-60
-80
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequência (Hz)
Fase (grau)
50
0
-50
-100
Frequência (Hz)


Xa
Magnitude (dB)
20
0
-20
-40
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequência (Hz)
Fase (grau)
0
-100
-200
-300
-400
-500
Frequência (Hz)


Xb
Magnitude (dB)
40
20
0
-20
-40
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequência (Hz)
Fase (grau)
50
0
-50
-100
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequência (Hz)