Mariana Claudino Pin 9348644

Ex. aula 10/11

1) $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 2\\ -12 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$; $y = [1 \ \ 0]\,[x_1 \ \ x_2]^T$

(a) Estabilidade

• Polos do sistema

$\det\begin{bmatrix}-\lambda & 2\\ -12 & -4-\lambda\end{bmatrix} = 0 \longrightarrow \begin{matrix}\lambda.(4+\lambda)+24=0\\ \lambda^2+4\lambda+24=0\end{matrix}$ $\Big\}$ $\begin{matrix}\lambda_1: -2+4{,}47i\\ \lambda_2: -2-4{,}47i\end{matrix}$

Os pólos possuem parte real negativa → sistema estável

• Critério de Routh

$s^2+4s+24$

s^2	1	24
s^1	4	0
s^0	24	

Não há mudança de sinal na primeira coluna → sistema é estável

(b)
$w_n = \sqrt{4+4{,}47^2} = 4{,}89$ rad/s

$2 = \xi w_n \longrightarrow \xi \simeq 0{,}41$

$w_n = \sqrt{k/m} = \sqrt{K} \Rightarrow k = 23{,}9$ N/m

$\frac{c}{2m} = \xi \longrightarrow c = 0{,}8$ Ns/m

(c) $w_d = w_n\sqrt{1-\xi^2}$

$w_d = 4{,}48$ m/s

$w_r = w_n\sqrt{1-2\xi^2}$

$w_r = 4{,}03$ rad/s

(c) Pela simulação (anexada); overshoot $\approx 0{,}2$; t acomodação $\approx 2s$

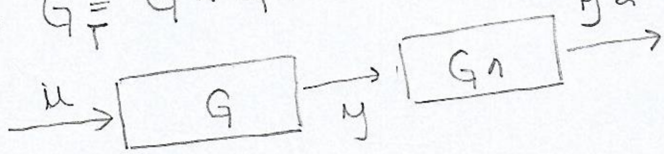
(d) usando o código anexado para o cálculo de ϕ $\longrightarrow \phi = \begin{bmatrix}0{,}998 & 0{,}019\\ -0{,}117 & 0{,}959\end{bmatrix}$

(e) gráfico anexado

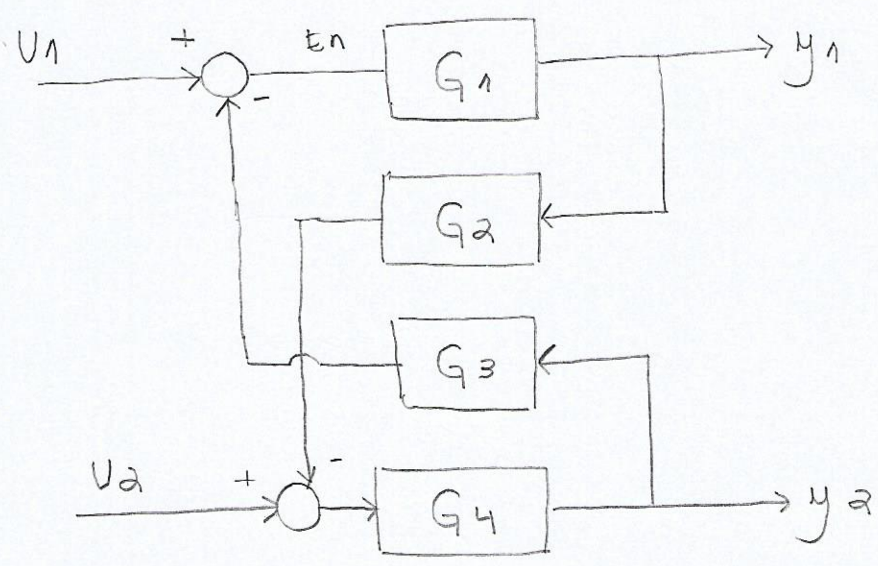
(f) anexado

(g) $G_1 = \dfrac{2}{24+4s+s^2}$

h) $G_T = G \times G_1$



2) MIMO



(a)

$y_1 = E_1 G_1$

$E_1 = U_1 - y_2 G_3$

$y_1 = G_1 U_1 - y_2 G_3 G_1$

$y_2 = E_2 G_4$

$E_2 = U_2 - y_1 G_2$

$y_2 = U_2 G_4 - y_1 G_2 G_4$

$y_1 = G_1 U_1 - y_2 G_3 G_1$

$y_1 = G_1 U_1 - (U_2 G_4 - y_1 G_2 G_4) G_3 G_1$

$y_1 (1 + G_2 G_4 G_3 G_1) = G_1 U_1 - U_2 G_4 G_3 G_1$

$$y_1 = \frac{G_1 U_1 - U_2 G_4 G_3 G_1}{1 + G_2 G_4 G_3 G_1}$$

$$y_2 = \frac{U_2 G_4 - U_1 G_1 G_2 G_4}{1 + G_4 G_2 G_3 G_1}$$

(3) função de transferência

(a) $s^4 - 0{,}4811 s^3 - 0{,}3015 s^2 + 0{,}0989 s$

pólos: $\underbrace{0}_{\text{possível simplificar equação pois s}}$; $\underbrace{-0{,}365867; -0{,}0426 \pm 0{,}818\, i}_{\text{enunciado}}$

b) zeros: $-2{,}733$; $2{,}28$; $0{,}0016$; 0

(c) sistema marginalmente estável

(d) $s^4 - 0{,}481 s^3 - 0{,}3015 s^2 + 0{,}0989 s$

s^4	1	0,3015
s^3	0,481	0,0989
s^2	0,0822881	0
s^1	0,0989	

1)

c)

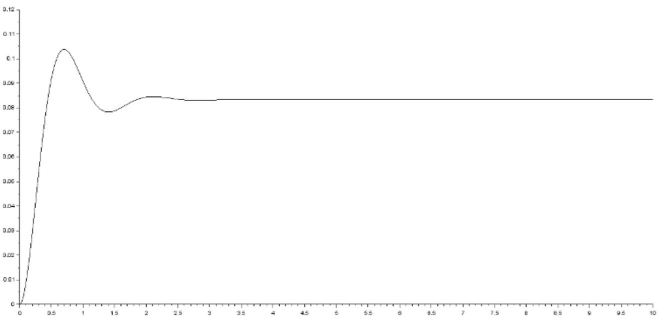


Figura 1 - Resposta para uma entrada 'step'

d)

Código:

```
phi = eye(2,2) + A*dt + A*A*dt*dt/2 + (A*A*A)*dt^3/6 + (A*A*A*A)*dt^4/24 +
(A*A*A*A*A)*dt^5/120 + (A*A*A*A*A*A)*dt^6/720 + (A*A*A*A*A*A*A)*dt^7/5040 +
(A*A*A*A*A*A*A*A)*dt^8/40320;
termo_forcante = dt*(eye(2,2) + A*dt/2 + (A*A)*dt^2/6 + (A*A*A)*dt^3/24 +
(A*A*A*A)*dt^4/120 + (A*A*A*A*A)*dt^5/720 + (A*A*A*A*A*A)*dt^6/5040 +
(A*A*A*A*A*A*A)*dt^7/40320 + (A*A*A*A*A*A*A*A)*dt^8/362880);
mt = syslin('d',phi, termo_forcante*B, C);
```

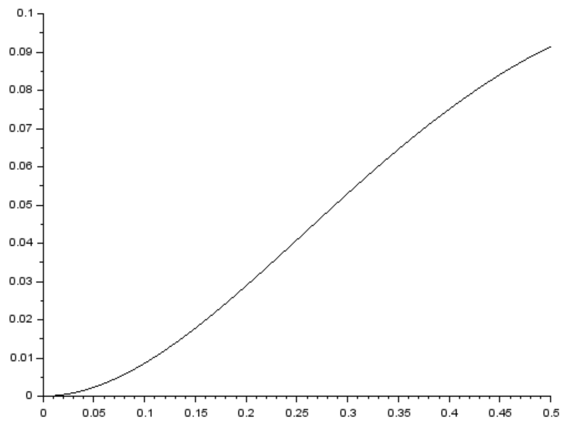
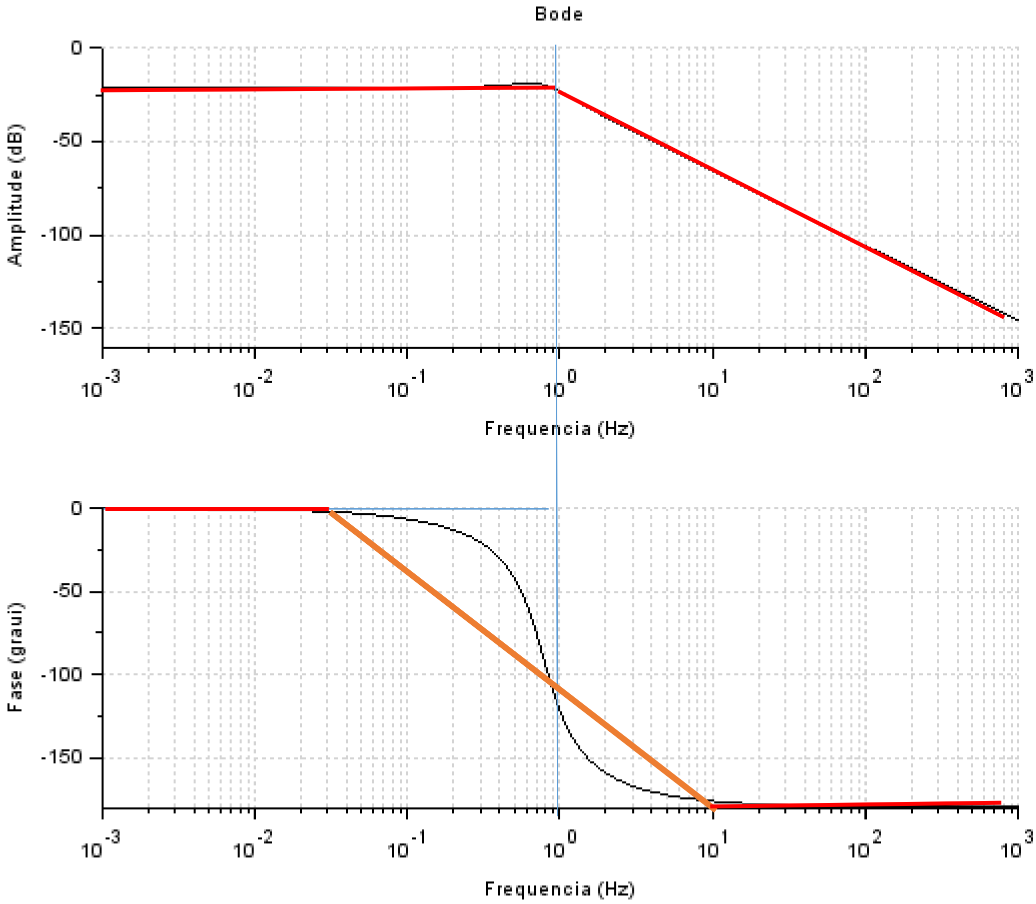
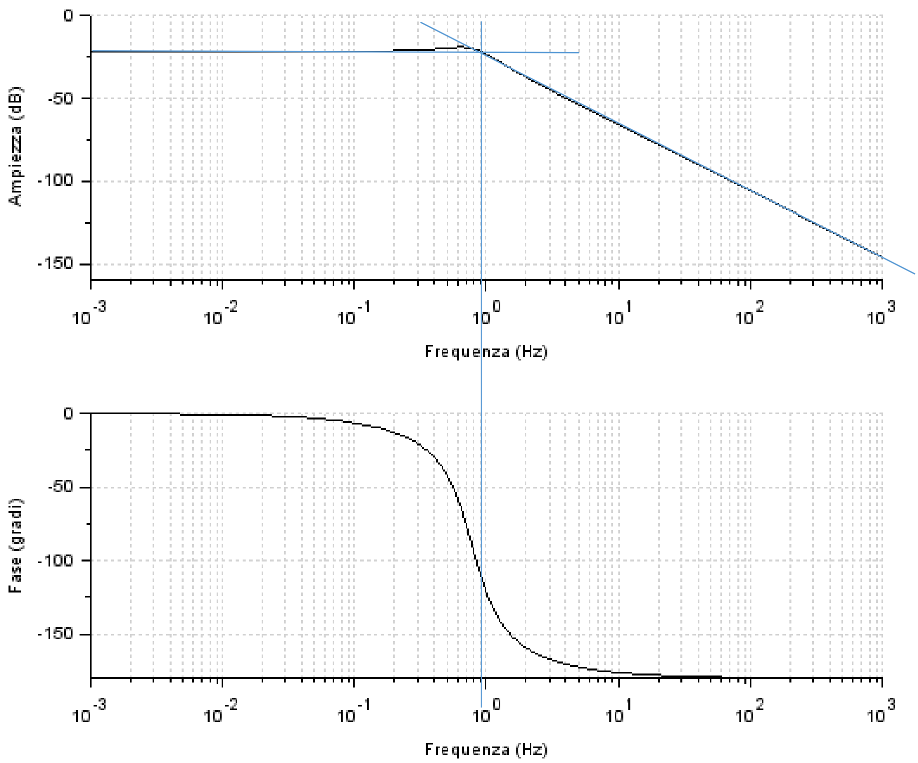


Figura 2 - Resposta para uma entrada 'step' utilizando a matriz de transição


Bode
Amplitude (dB)
0
-50
-100
-150
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
Frequencia (Hz)
Fase (graui)
0
-50
-100
-150
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
Frequencia (Hz)

h)


Ampiezza (dB)
0
-50
-100
-150
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
Frequenza (Hz)
Fase (gradi)
0
-50
-100
-150
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
Frequenza (Hz)