PME 3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Lista G

Mariana Claudino Pin 9348644

Exercício:

Modele um sistema não linear de suspensão veicular do tipo $\frac{1}{4}$ de carro, incluindo a massa não suspensa (2 graus de liberdade), com três entradas, a velocidade v_G imposta pelo movimento do veículo, uma força de perturbação F e uma força de controle u. Implemente a simulação do sistema não linear (considerando as não linearidades do exemplo da suspensão de $\frac{1}{4}$ de carro sem massa suspensa, e adicionando a saturação da entrada u, etc.).

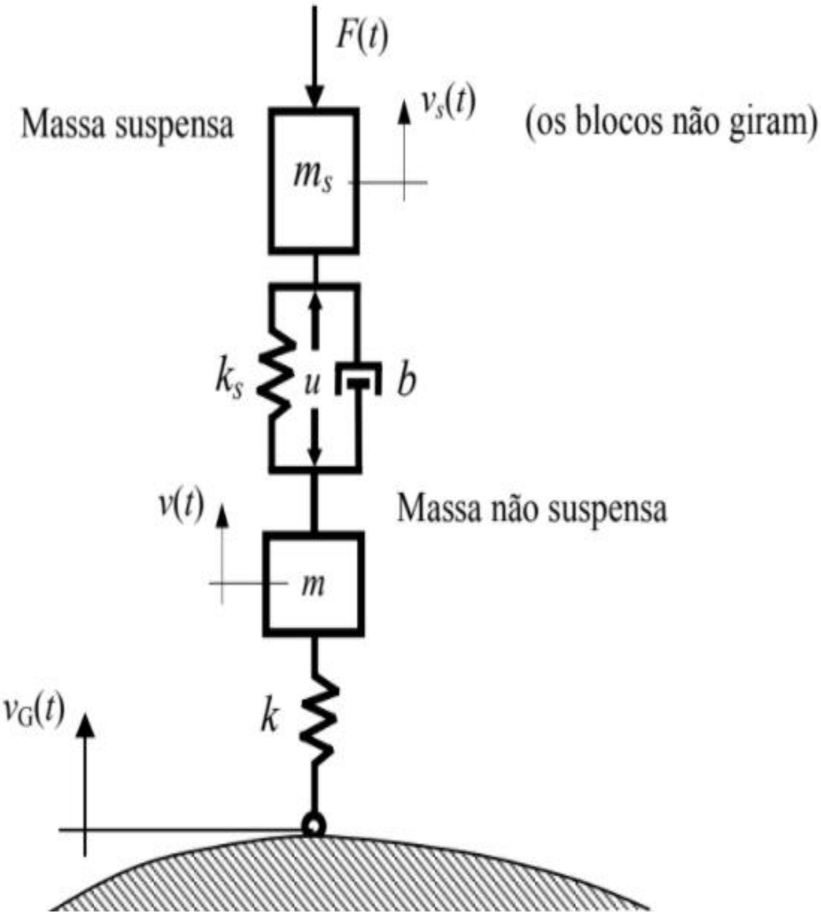


Figura 1 - Exercício 1/4 Carro

Montando as equações diferenciais do sistema temos:

$$m_S.\ddot{x_S} = u - F - k_S.(x_S - x) - b.(\dot{x_S} - \dot{x})$$

$$m.\ddot{x} = -u + k_s.(x_S - x) + b.(\dot{x_S} - \dot{x}) + k.(x_G - x)$$

Rearranjando os termos, ficamos com:

$$m_S.\ddot{x_S} + k_S.(x_S - x) + b.(\dot{x_S} - \dot{x}) = u - F$$

$$m.\ddot{x} - k_S.(x_S - x) - b.(\dot{x_S} - \dot{x}) + k.x = k.x_G$$

Isolando $\ddot{x_S}$ e $\ddot{x}$:

$$\ddot{x_S} = \frac{1}{m_S}u - \frac{1}{m_S}F - \frac{k_S}{m_S}.(x_S - x) - \frac{b}{m_S}.(\dot{x_S} - \dot{x})$$

$$\ddot{x} = -\frac{1}{m}u + \frac{k_S}{m}.(x_S - x) + \frac{b}{m}.(\dot{x_S} - \dot{x}) + \frac{k}{m}.(x_G - x)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_S \\ x \\ \dot{x_S} \\ \dot{x} \end{bmatrix};\ \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x_S} \\ \dot{x} \\ \ddot{x_S} \\ \ddot{x} \end{bmatrix};\ u = \begin{bmatrix} F \\ u \\ \int v_G dt \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

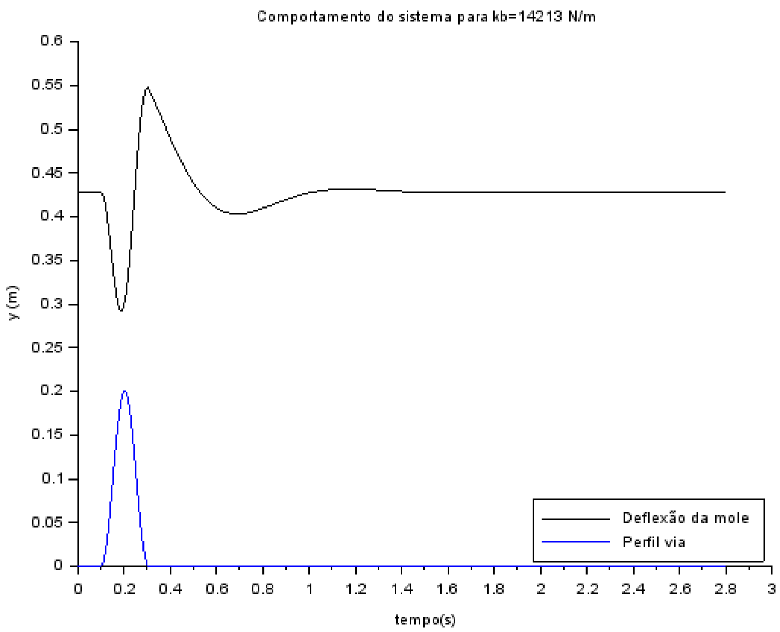
$$y = Cx + Du$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_S}{m_S} & \frac{k_S}{m_S} & -\frac{b}{m_S} & \frac{b}{m_S} \\ \frac{k_S}{m} & -\frac{k_{S+k}}{m} & \frac{b}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{m_S} & \frac{1}{m_S} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m} & \frac{k}{m} \end{bmatrix}$$

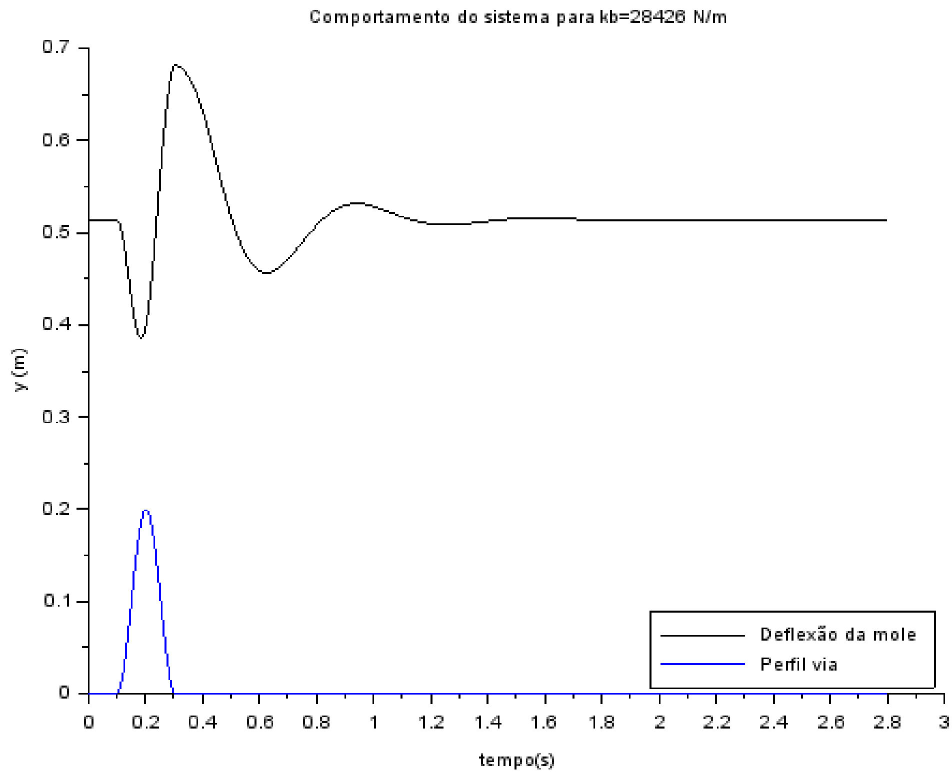
Assim chegamos na equação de forma matricial e no espaço de estados, agora é possível simular o movimento e analisar seus resultados.

Resultados:

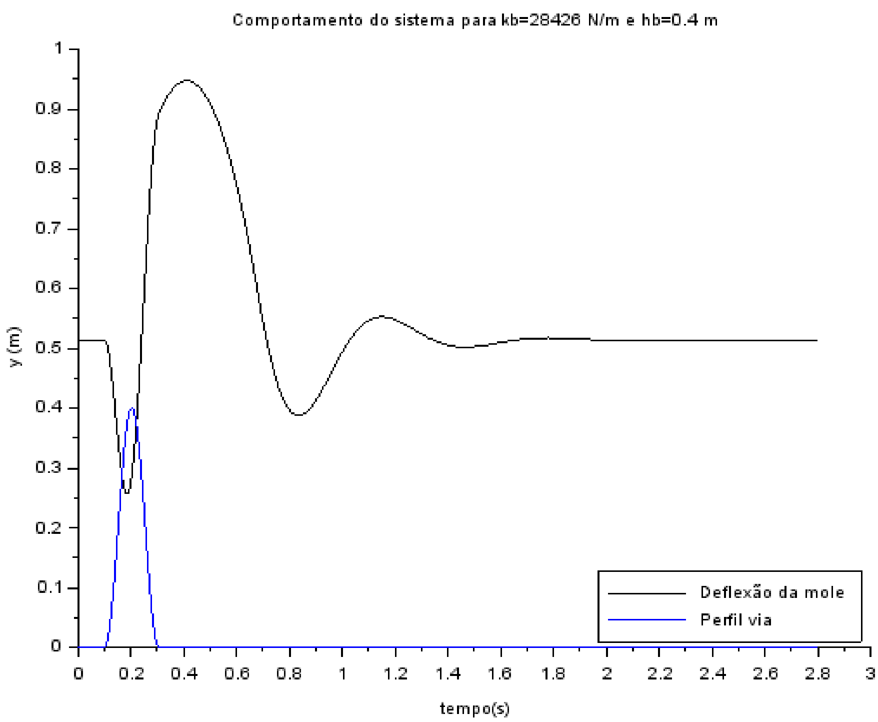
Primeiramente fez-se a simulação para o valor de kb=14213 N/m:



O aumento da rigidez da mola para o dobro do seu valor inicial faz a mola se comportar da seguinte forma:



Neste caso, um aumento da altura da lombada para h=0.4 m:



Código:

```
m=250; // massa [kg]
b=1885; // constante de amortecimento [Ns/m]
g=9.8; // aceleracao da gravidade [m/s2]
km=14213; // rigidez da mola [N/m]
kb=142130; // rigidez do batente [N/m]
l=0.4; // comprimento natural da mola [m]
lc=0.1; // comprimento da mola totalmente comprimida [m]
hb=0.2; // altura da lombada [m]
lb=2; // comprimento da lombada [m]
ti=0.1; // tempo percorrido ate atingir a lombada [s]
vch=35; // velocidade do carro [km/h]
vc=vch/3.6; // velocidade do carro [m/s]
function [ut]=entrada(t)

  if t<ti then ut=0
  elseif t<(ti+lb/vc) then ut=(hb*2*%pi*vc/(2*lb))*sin((vc*2*%pi/lb)*(t-ti));
  else ut=0
  end

return
endfunction

function [xdot]=sistema(t, x, entrada)
  if(x(1)-x(2))< lc then xdot=[x(3);entrada(t);(-kb*(x(1)-x(2)-1)-b*(x(3)-entrada(t))-m*g)/m];
  elseif (x(1)-x(2))>1 then xdot=[x(3);entrada(t);-g];
  else xdot=[x(3);entrada(t);(-km*(x(1)-x(2)-1)-b*(x(3)-entrada(t))-m*g)/m];
  end

  return
endfunction

x0=[1-m*g/km;0;0];
t0=0;
t=0:0.001:2.8;

x=ode(x0,t0,t,list(sistema,entrada));

xset('window', 1)
plot2d(t,x(1,:)-x(2,:)-l);
plot2d(t,x(2,:),2);
hl=legend(['Deflexão da mole';'Perfil via'],4);
xtitle('Comportamento do sistema para kb=14213 N/m','tempo(s)','y (m)');
```