

Henrique Silva Barbeto 19769323 - Modelagem 12/11

$$1) G_1(s) = \frac{s^2 + 5s + 25}{s(s^3 + 7,4s^2 + 76s + 320)} \rightarrow G_1(j\omega) = \frac{25(1 - (\frac{\omega}{5})^2 + \frac{\omega}{5}j)}{s \cdot s (\frac{\omega}{5}j + 1) 64(1 - (\frac{\omega}{8})^2 + 0,0375\omega j)}$$

• Cte de Bode: $\frac{25}{5 \cdot 64} = \frac{5}{64}$; $20 \log(\frac{5}{64}) = -22,14 \text{ dB}$, fase 0°

• Par de zeros complexos conjugados com $\omega_{r2} = 5 \text{ rad/s}$ e $\xi_{z2} = \frac{\omega_{r2}}{2 \cdot 5} = 0,5$

• Pico em $\omega_{r2} = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2} = 3,5 \text{ rad/s}$

• Pico de $M_{r2} = (2\xi\sqrt{1 - \xi^2})^{-1} = 1,15 \rightarrow M_{r2} \text{ dB} = 1,25 \text{ dB}$

• Para $\omega \gg \omega_{r2}$, aumento de 40 dB por década e fase $= -180^\circ$

• Integrador $\frac{1}{s}$, decai 20 dB/década e inicia fase em -90°

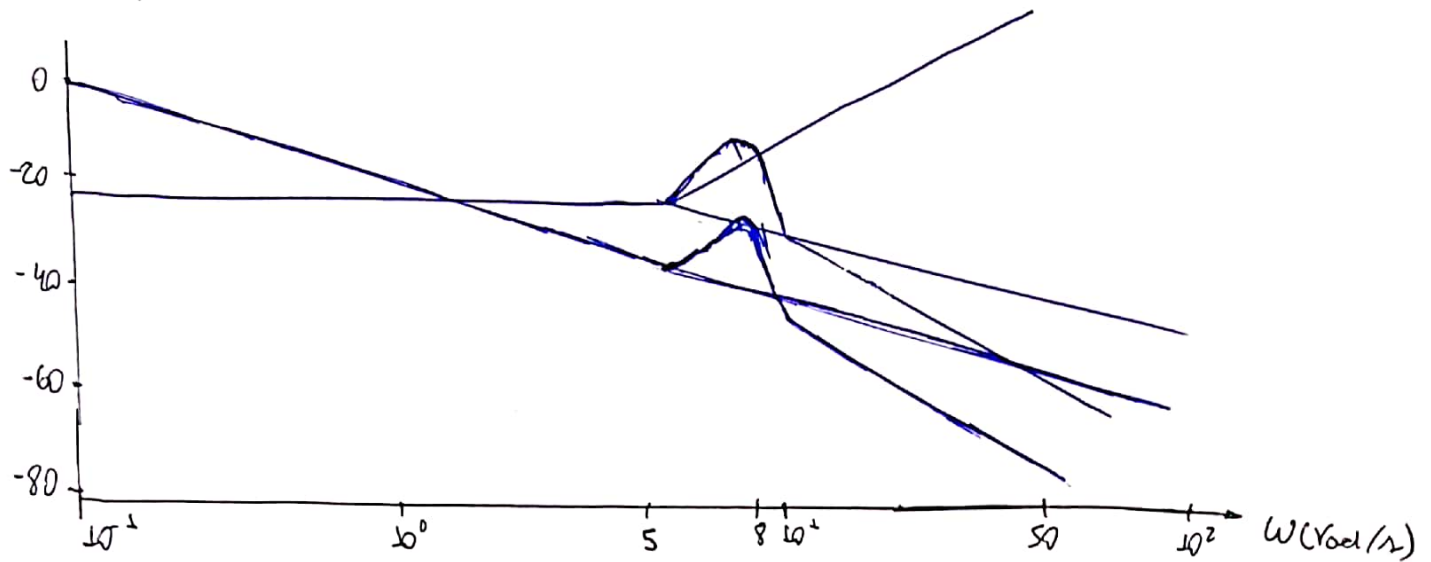
• Polo real em $-5 \rightarrow$ decai 20 dB/década, queda de 90° na fase para $\omega_{pr} > 5 \text{ rad/s}$

• Pólos complexos conjugados $\omega_{rp} = 8 \text{ rad/s}$; $\xi_p = 0,15$; $\omega_{rp} = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$

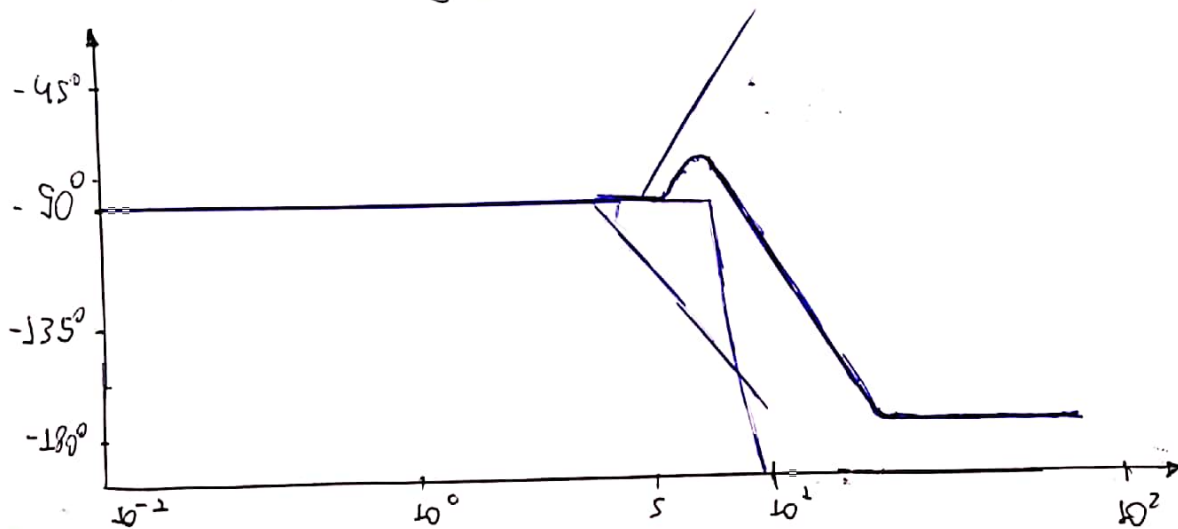
$$M_{dB} = 20 \log\left(\frac{1}{2\xi\sqrt{1 - \xi^2}}\right) = 10,55 \text{ dB} = 7,8 \text{ rad/s}$$

• Com $\omega \gg \omega_{rp} \rightarrow$ cai 40 dB/década \rightarrow diminui (-180°)

• Diagrama de Ganho:



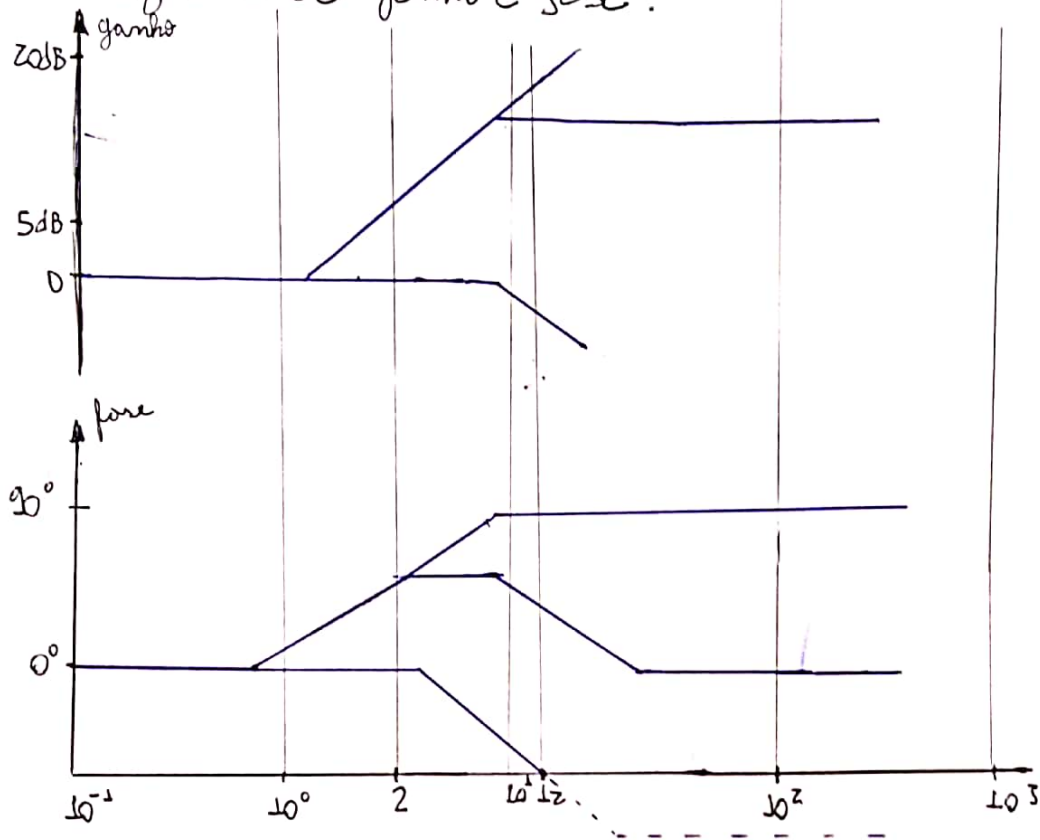
• Diagrama de fase:



$$2) G_2(s) = 6 \cdot \frac{s+2}{s+12} \quad ; \quad G_2(j\omega) = 6 \cdot \frac{\left(\frac{\omega}{2} j + 1\right)}{\left(\frac{\omega}{12} j + 1\right)}$$

- Zero em $\omega_{z_2} = 2 \text{ rad/s}$. Acréscimo de fase $+90^\circ$ depois de $\omega = 2 \text{ rad/s}$ e cresce 20 dB/década
- Polo em $\omega_{p_2} = 12 \text{ rad/s}$ → diminui fase (-90°) depois de $\omega = 12 \text{ rad/s}$ e decai de 20 dB/década

• Diagrama de ganho e fase:



3) Fase em 5 rad/s de $45,5^\circ$

4) Pólos: $P_1 = -5$; $P_2 = 0$; $P_3 = -1,2 + 7,9j$ } dominantes
 $P_4 = -1,2 - 7,9j$ }

• Calculando a freq. natural: $\omega_n = \sqrt{1,2^2 + 7,9^2} = \underline{7,99 \text{ rad/s}}$

• Calculando o fator de amortecimento: $\xi = \frac{1,2}{7,99} = \underline{0,25}$

• Frequência de ressonância: $\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2} = \underline{7,8 \text{ rad/s}}$

• Fase em 5 rad/s é de $-62,3^\circ$.

$$5) M_p = \exp(-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}) = 62\%$$

• O erro em regime permanente pode ser calculado pelo teorema do Valor Final: $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \frac{25}{320} = \underline{0,078}$

• Os valores de M_p e $f(t \rightarrow \infty)$ são para entrada impulso.

6) G_2 em série com G_3 corresponde à multiplicação de sua função de transferência. Assintotas do sistema em cascata são a soma das assintotas de G_1 e G_2

• fase em 5 rad/s é de $-16,8^\circ$

• em, aproximadamente, entre 10^0 rad/s e 10^2 rad/s aumento de fase do sistema. Magnitude em 15 dB a partir de 5 rad/s