Lista G

PME 3380 - Modelagem

Nathan Daleffi Rodrigues Rayes

10772585

Escola Politécnica

Universidade de São Paulo

São Paulo

2020

1 Parte I

a) Questão 1

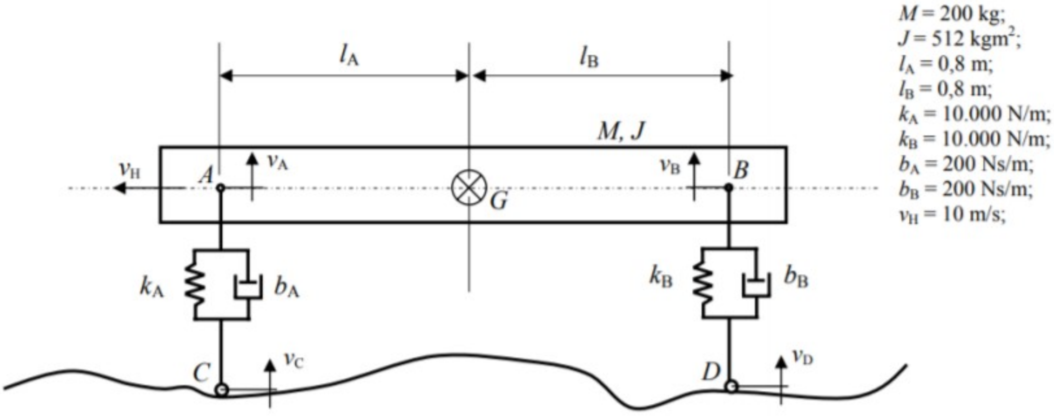
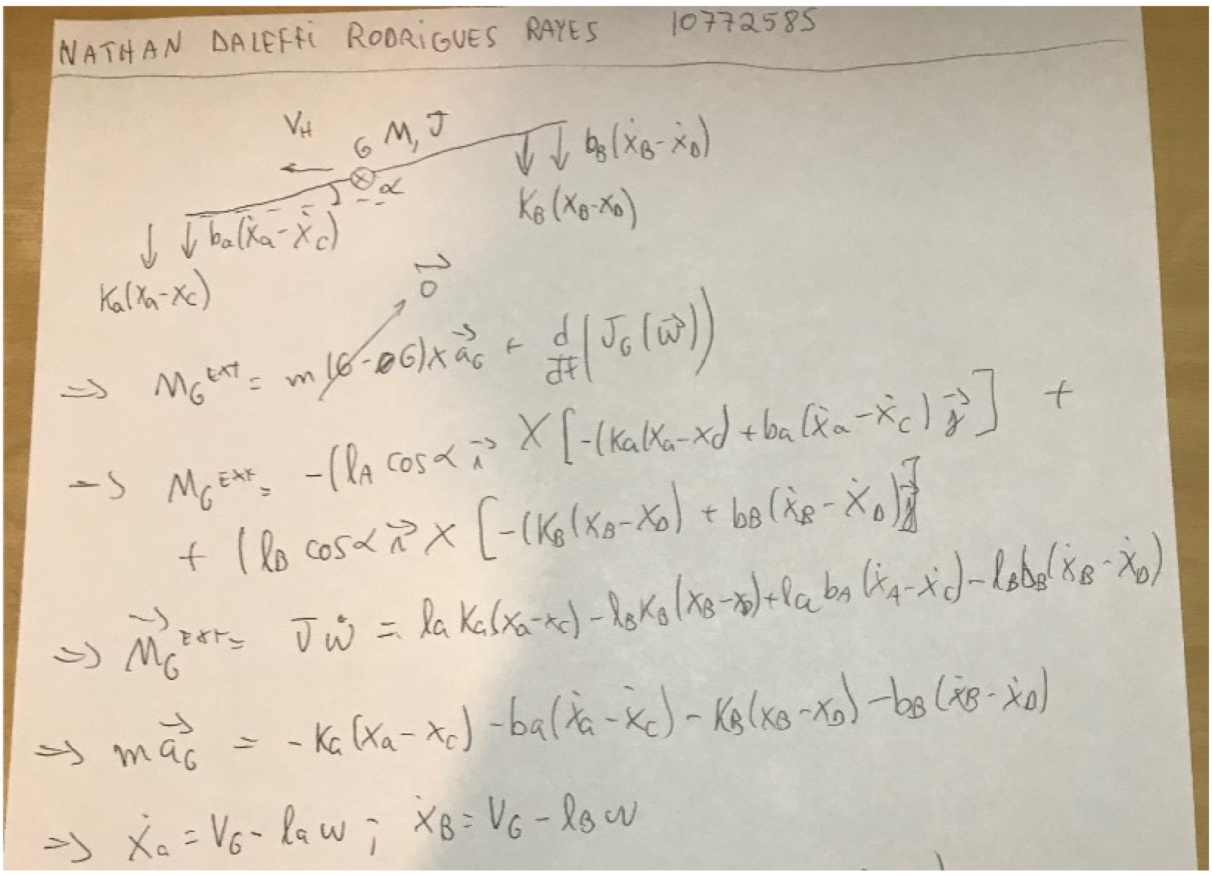


Figura 1 – Esquema do 1/2 de carro a ser analisado

O problema de 1/2 de carro foi desenvolvido e mostrado a seguir, todos os passos são descritos nessa imagem com destaque à representação no espaço de estados no fim da página:



NATHAN DALEFFI RODRIGUES RAYES 10772585

$$\Rightarrow M_G^{ext} = m\cancel{(G - OG)} \times \vec{a}_G + \frac{d}{dt}\left(J_G(\vec{\omega})\right)$$

$$\Rightarrow M_G^{ext} = -(l_A \cos\alpha\, \vec{i}) \times \left[-(K_a(x_a - x_c) + b_a(\dot{x}_a - \dot{x}_c))\vec{j}\right] + (l_B \cos\alpha\, \vec{i}) \times \left[-(K_B(x_B - x_D) + b_B(\dot{x}_B - \dot{x}_D))\vec{j}\right]$$

$$\Rightarrow \vec{M}_G^{ext} = J\dot{\omega} = l_a K_a(x_a - x_c) - l_B K_B(x_B - x_D) + l_a b_A(\dot{x}_A - \dot{x}_c) - l_B b_B(\dot{x}_B - \dot{x}_D)$$

$$\Rightarrow m\vec{a}_G = -K_a(x_a - x_c) - b_a(\dot{x}_a - \dot{x}_c) - K_B(x_B - x_D) - b_B(\dot{x}_B - \dot{x}_D)$$

$$\Rightarrow \dot{x}_a = V_G - l_a\omega \; ; \; \dot{x}_B = V_G - l_B\omega$$

$$\Rightarrow \dot{x}_a = V_G - l_a\omega \; ; \quad \dot{x}_B = V_G - l_B\omega$$

$$\Rightarrow \dot{V}_G = -\frac{K x_a}{m} - \frac{K_B x_B}{m} - \frac{b_a}{m}(V_G - l_a\omega) - \frac{b_B}{m}(V_G + l_B\omega) + \frac{K_a}{m}x_C + \frac{K_B}{m}x_D + \frac{b_a}{m}\dot{x}_C + \frac{b_B}{m}\dot{x}_D$$

$$\Rightarrow \dot{\omega} = \frac{l_a K_a}{J}x_a - \frac{l_B x_B K_B}{J} + \frac{l_a b_A}{J}(V_G - l_a\omega) - \frac{l_B b_B}{J}(V_G + l_B\omega) - \frac{l_A K_a}{J}x_C + \frac{l_B K_B}{J}x_D - \frac{l_a b_A}{J}\dot{x}_C + \frac{l_B b_B}{J}\dot{x}_D \Rightarrow \dot{X} = AX + Bu \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{x}_B \\ \dot{V}_G \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -l_A \\ 0 & 0 & 1 & +l_B \\ -K_a/m & -K_B/m & -\frac{(b_a+b_B)}{m} & \frac{b_a l_a - b_B l_B}{m} \\ \frac{l_a K_a}{J} & -\frac{l_B K_B}{J} & \frac{l_a b_A - l_B b_B}{J} & -\frac{(b_A l_a^2 + b_B l_B^2)}{J} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ V_G \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_A/m & K_B/m & b_A/m & b_B/m \\ \frac{l_a K_a}{J} & \frac{l_B K_B}{J} & -\frac{l_a b_A}{J} & \frac{l_B b_B}{J} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_C \\ x_D \\ \dot{x}_C \\ \dot{x}_D \end{bmatrix}$$

A simulação do modelo desenvolvido acima foi executada para os três cenários a seguir:

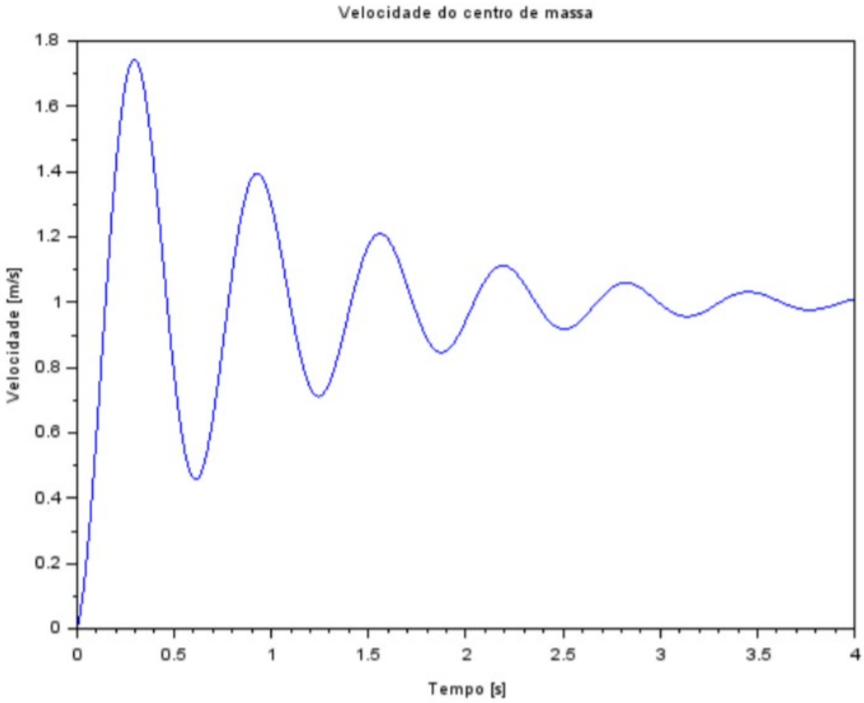
Cenário 1

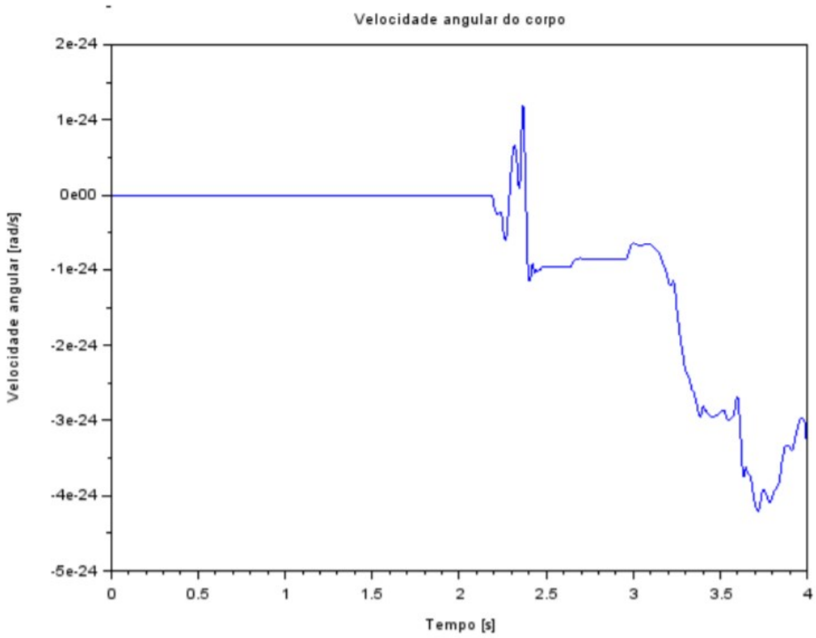
$$u = \begin{bmatrix} v_c & v_d \end{bmatrix} \tag{1}$$

Com as seguintes restrições:

$$\begin{cases} v_c = 0 \text{ se } t < 0 \\ v_c = 1 \text{ se } t > 1 \\ v_d = 0 \text{ se } t < t_d \\ v_d = 1 \text{ se } t > t_d \end{cases} \tag{2}$$

Os resultados foram os seguintes:

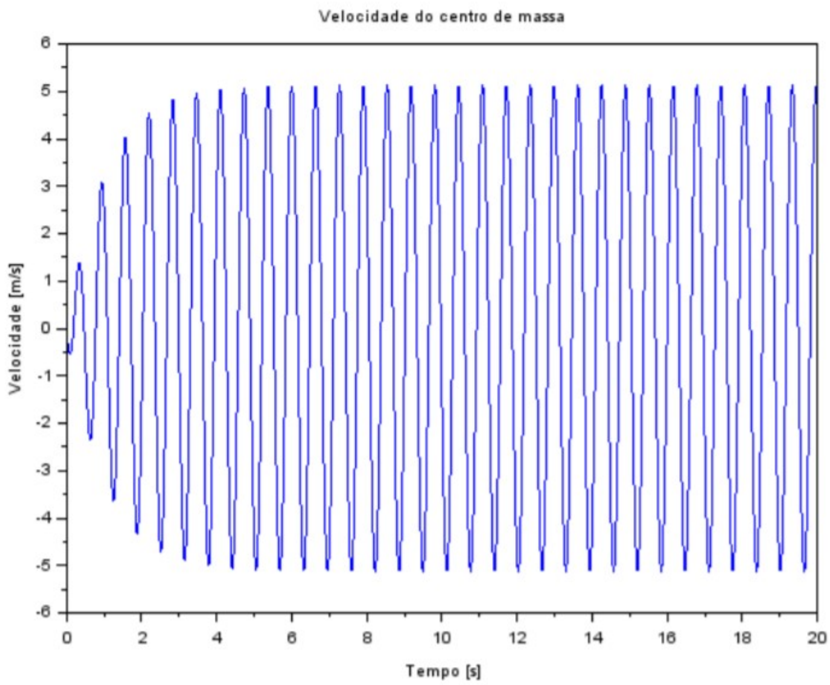


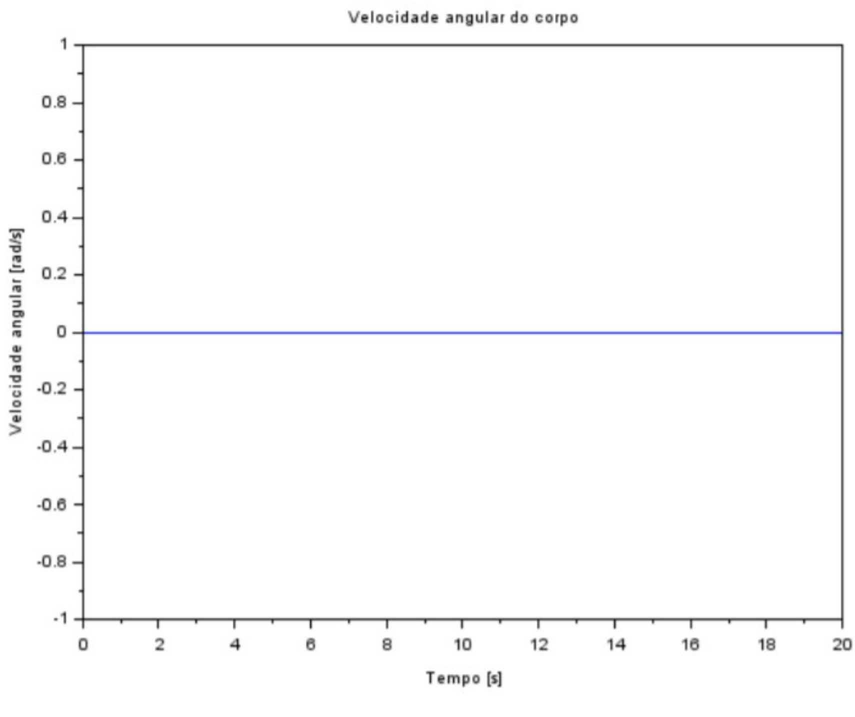


Cenário 2

$$u = \begin{bmatrix} v_c & v_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin 9,8995t & \sin 9,8995t \end{bmatrix} \tag{3}$$

Os resultados foram os seguintes:

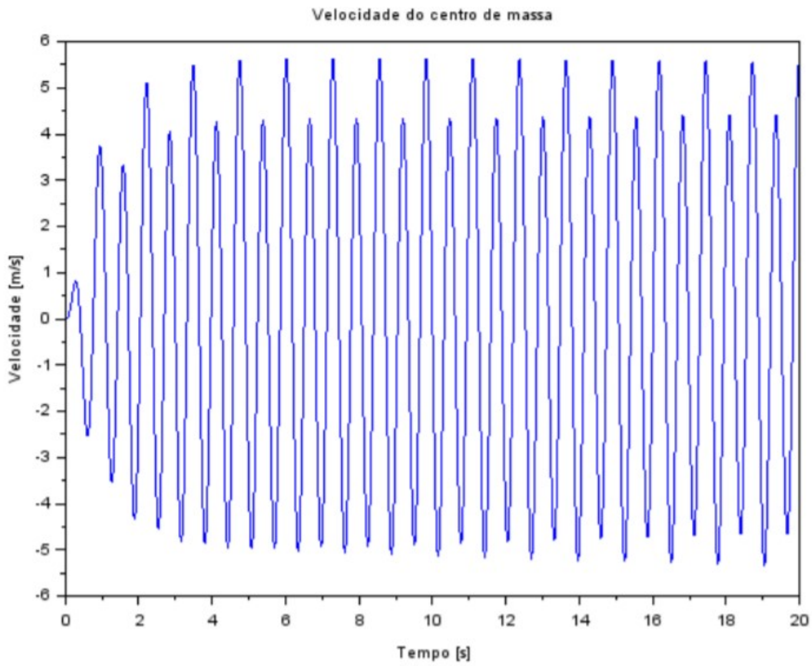


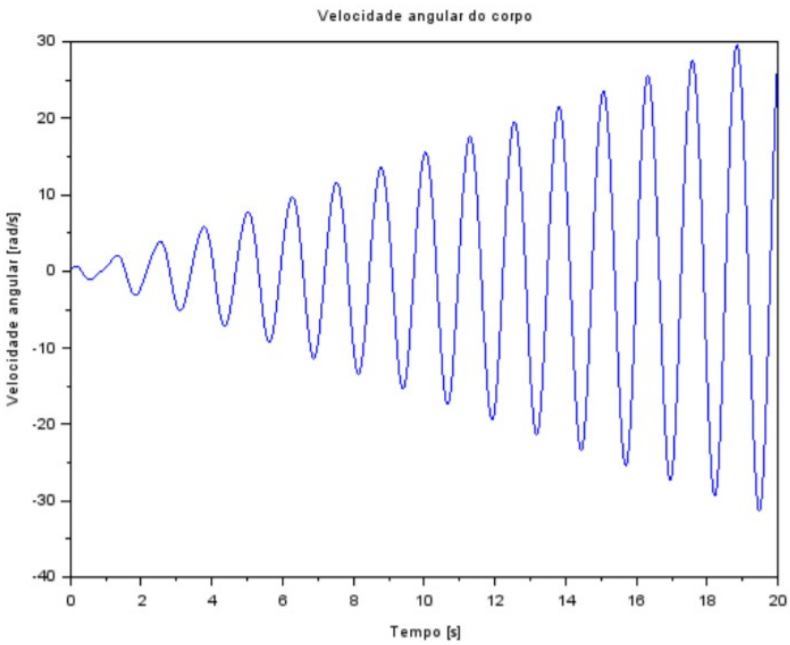


Cenário 3

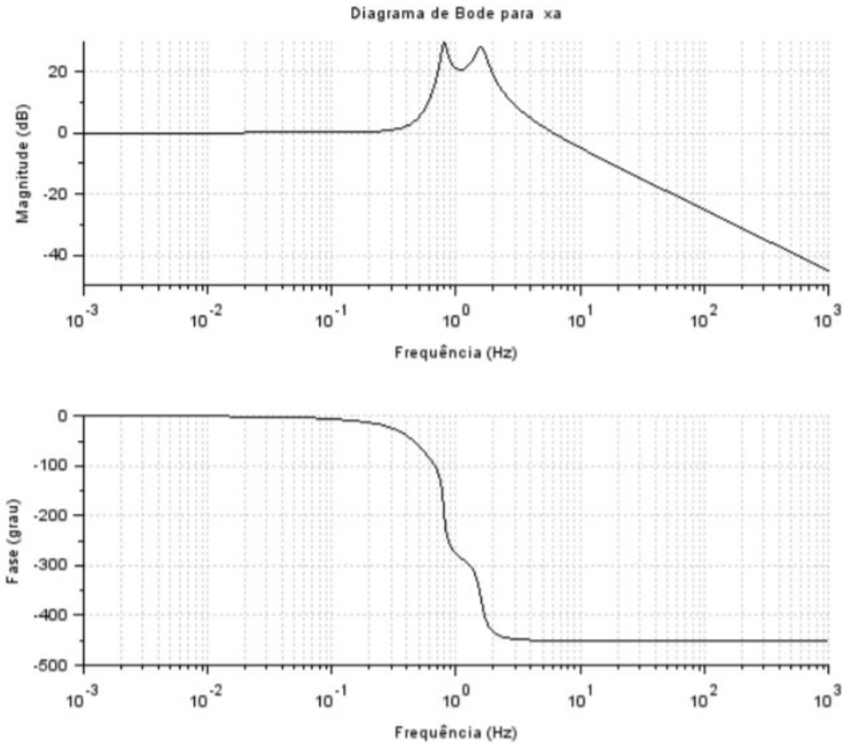
$$u = \begin{bmatrix} v_c & v_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin 4,9875t & -\sin 4,9875t \end{bmatrix} \tag{4}$$

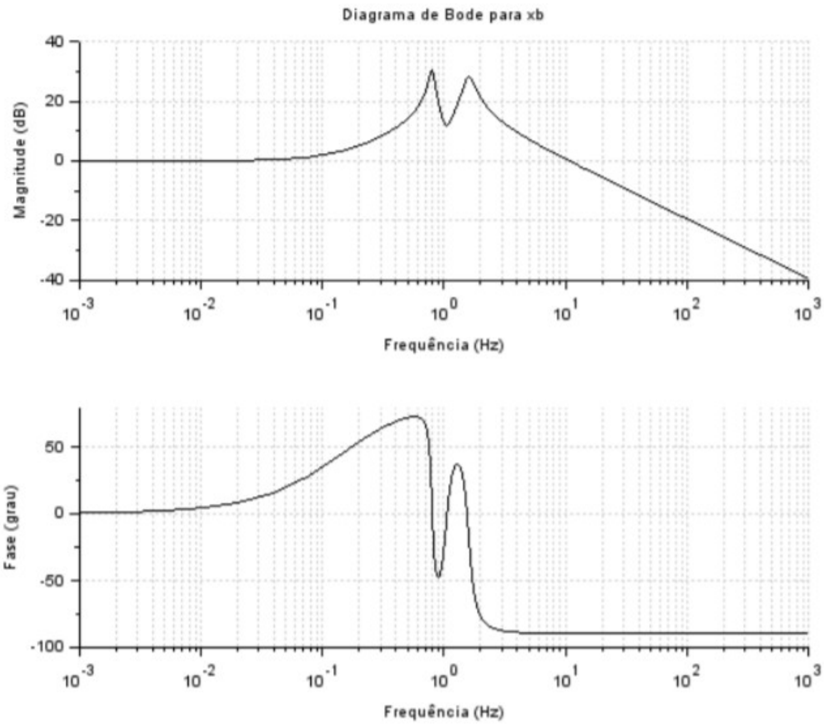
Os resultados foram os seguintes:





Os resultados no domínio da frequência são os seguintes:





Apêncice com o código utilizado

```
clear all;
M = 200;
J = 512;
la = 0.8;
```

```
lb = 0.8;
ka = 10000;
kb = 10000;
ba = 200;
bb = 200;
vh = 10;
td = (lA + lb)/vh;

t_0 = 0;
t_f = 1;
t = linspace(t_0,t_f,100);

xa0 = 0;
xb0 = 0;
vg0 = 0;
w0 = 0;

 function dy=X(t, y)
 dy(1) = y(3) - la*y(4);
 dy(2) = y(3) + lb*y(4);
 dy(3) = -(ka/M)*y(1) - (kb/M)*y(2)- ((ba + bb)/M)*y(3) + ((ba*la -
bb*lb)/M)*y(4) + (ka/M)*u1(t) + (kb/M)*u2(t) + (ba/M)*u3(t) +
(bb/M)*u4(t);
 dy(4) = (la*ka/J)*y(1) - (lb*kb/J)*y(2) + ((la*ba - lb*bb)/J)*y(3) -
((ba*la^2 - ba*la^2)/M)*y(4) - (la*ka/J)*u1(t) + (la*ka/J)*u2(t) -
(la*ba/J)*u3(t) + (lb*bb/J)*u4(t);
 endfunction
r = ode([xa0;xb0;vg0;w0],0,t,X);
xa = r(1,:);
xb = r(2,:);
vg = r(3,:);
w = r(4,:);

f1 = scf(1)
xtitle("Velocidade do centro de massa");
xlabel("Tempo [s]");
ylabel("Velocidade [m/s]");
plot(t,vg);

f2 = scf(2)
xtitle("Velocidade angular do corpo");
xlabel("Tempo [s]");
ylabel("Velocidade angular [rad/s]");
plot(t,w);

A = [0,0,1,-la;0,0,1,lb;-ka/M,-kb/M,-(ba+bb)/M,(ba*la - bb*lb)/M;la*ka/J,-
lb*kb/J,(la*ba-lb*bb)/J,-(ba*la^2 + bb*lb^2)/J];
```

```
B = [0,0,0,0;0,0,0,0;ka/M,kb/M,ba/M,bb/M;-la*ka/J,lb*kb/J,-la*ba/J,lb*bb/J
    ];
sistema = syslin('c',A,B,[1,1,1,1]);

G = ss2tf(sistema);
f3 = scf(3);
bode(G(1,1));
```