

Rogério Yukio Tamaoki Rodriguez - 10772709

**PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos**  
**Lista 7**

Brasil

2020

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Modelo de meio carro . . . . .	3
Figura 2 – Respostas no domínio do tempo . . . . .	5
Figura 3 – Respostas no domínio do tempo para excitação senoidal em fase . . . . .	6
Figura 4 – Respostas no domínio do tempo para excitação senoidal em oposição de fase . . . . .	7
Figura 5 – Diagramas de BODE . . . . .	8

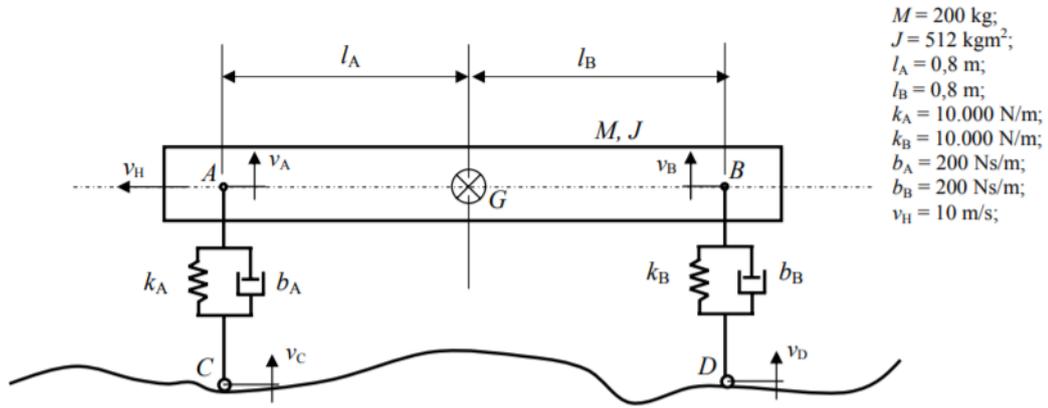
# Sumário

<b>1</b>	<b>MODELO DE SUSPENSÃO PARA MEIO CARRO</b> . . . . .	<b>3</b>
<b>1.1</b>	<b>Simulação de meio carro</b> . . . . .	<b>4</b>
1.1.1	Domínio do tempo . . . . .	5
1.1.1.1	Excitação degrau . . . . .	5
1.1.1.2	Excitações senoidais . . . . .	5
1.1.2	Domínio da frequência . . . . .	7

# 1 Modelo de suspensão para meio carro

Neste relatório será feita uma breve análise do modelo de meio carro exposto na figura 1.

Figura 1 – Modelo de meio carro



Aplicando o TMB e o TMQM ao sistema, são obtidas as equações diferenciais do movimento do sistema, dadas por 1.1.

$$\begin{cases} \dot{v}_G = \frac{1}{M}[-k_A x_A - k_B x_B - b_A(v_G - l_A \omega - v_C) - b_B(v_G + l_B \omega - v_D)] \\ \dot{\omega} = \frac{1}{J}[k_A x_A l_A - k_B x_B l_B + b_A(v_G - l_A \omega - v_C)l_A - b_B(v_G + l_B \omega - v_D)l_B] \end{cases} \quad (1.1)$$

Considerando que  $[x_A, x_B, v_G, \omega]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ ,  $[v_C, v_D]^T = [u_1, u_2]^T$  o espaço de estados do sistema é dado por 1.2.

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -l_A \\ 0 & 0 & 1 & l_B \\ \frac{-k_A}{M} & \frac{-k_B}{M} & -\frac{(b_A+b_B)}{M} & \frac{b_A l_A - b_B l_B}{M} \\ \frac{k_A l_A}{J} & \frac{-k_B l_B}{J} & \frac{b_A l_A - b_B l_B}{J} & -\frac{(b_A l_A^2 + b_B l_B^2)}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{b_A}{M} & \frac{b_B}{M} \\ -\frac{b_A l_A}{J} & \frac{b_B l_B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\ Y = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1.2)$$

## 1.1 Simulação de meio carro

Para avaliar o modelo proposto, tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência, foi empregado o código a seguir.

```
1 clear()
2 clc()
3
4 m = 200
5 j = 512
6 la = 0.8
7 lb = 0.8
8 ka = 10000
9 kb = 10000
10 ba = 200
11 bb = 200
12 vh = 10
13 td = (la+lb)/vh
14
15 t = 0:0.001:4
16
17 for i =1:length(t)
18     u(1,i)=1
19     if t(1,i)<td then
20         u(2,i) = 0
21     end
22     if t(1,i)>=td then
23         u(2,i) = 1
24     end
25 end
26
27 A = [0 0 1 -la;0 0 1 lb; -ka/m -kb/m -(ba+bb)/m (ba*la-bb*lb)/m; (ka*la)/j
      -(kb*lb)/j (ba*la-bb*lb)/j -(ba*la*la + bb*lb*lb)/j ]
28 B = [0 0; 0 0; ba/m bb/m; -ba*la/j bb*lb/j]
29 C = [0 0 1 0; 0 0 0 1]
30 D = [0 0; 0 0]
31
32 sistema = syslin('c', A,B,C,D)
33
34 G = ss2tf(sistema)
35
36 scf(3)
37 bode(G(1,1))
38
39 scf(4)
40 bode(G(1,2))
41
42 scf(5)
```

```

43 bode(G(2,1))
44
45 scf(6)
46 bode(G(2,2))
47
48 [V,x] = csim(u, t, sistema)
49
50 scf(1)
51 plot(t,V(1,:))
52
53 scf(2)
54 plot(t,V(2,:))

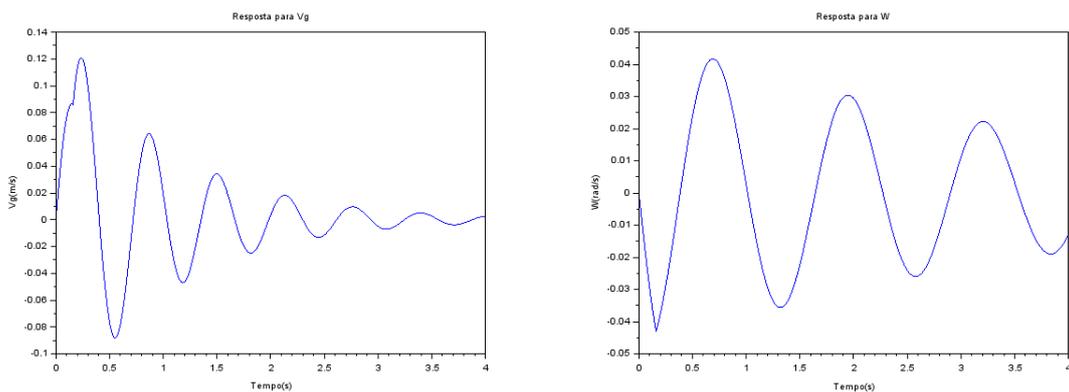
```

## 1.1.1 Domínio do tempo

### 1.1.1.1 Excitação degrau

Nesta simulação será realizada a transposição de um aactive, por conta disso, a simulação se inicia com velocidade unitária na roda dianteira, e após 0,16s a roda traseira adentra ao aactive. Pode-se observar, na figura 2 que tanto a velocidade angular quanto a velocidade linear do meio carro oscilam ao redor da posição de equilíbrio, é possível reparar também que a entrada da roda traseira no aactive gera uma mudança na tendência da curva.

Figura 2 – Respostas no domínio do tempo



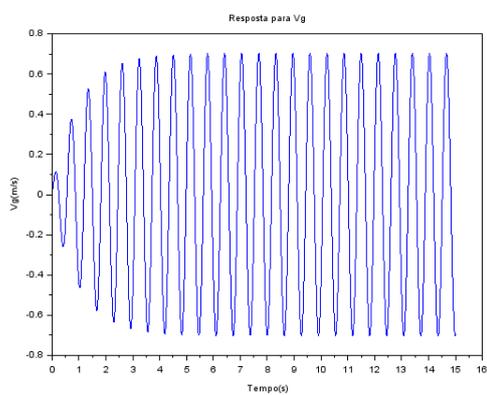
(a) Velocidade linear  $v_g$

(b) Velocidade angular  $\omega$

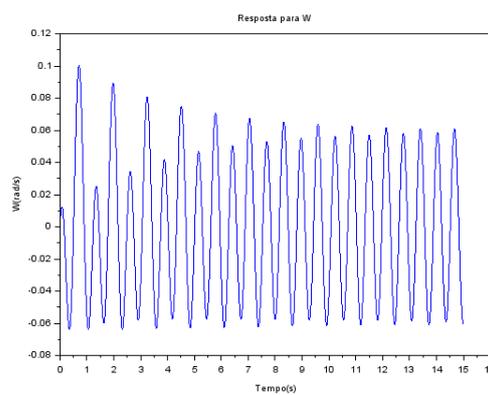
### 1.1.1.2 Excitações senoidais

Ao observar os resultados obtidos em 3 e 4, percebe-se uma redução na amplitude de oscilação das saídas quando a frequência de oscilação aumenta. Além disso percebe-se que o perfil de oscilação da velocidade angular modifica de forma substancial.

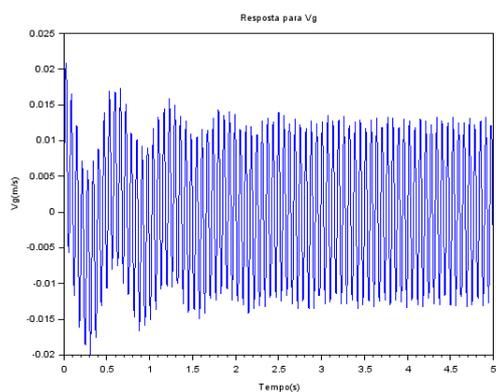
Figura 3 – Respostas no domínio do tempo para excitação senoidal em fase



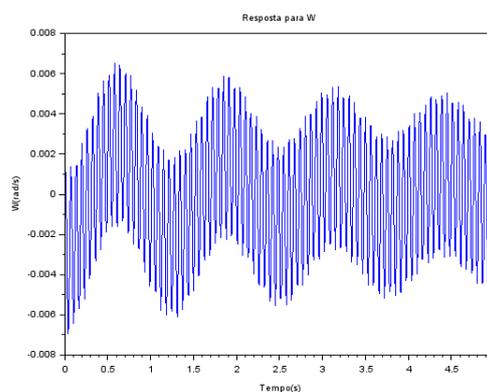
(a) Velocidade linear  $v_g$ ,  $f = 9,8995$



(b) Velocidade angular  $\omega$ ,  $f = 9,8995$

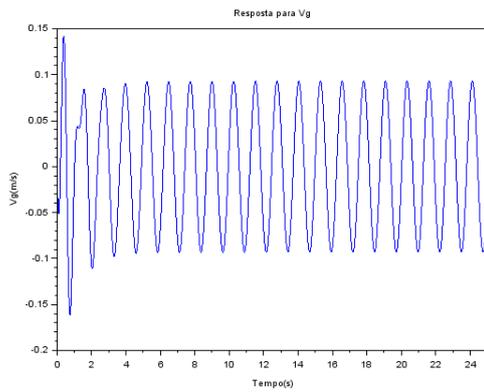
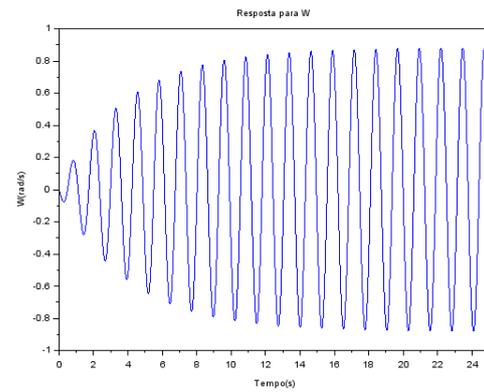
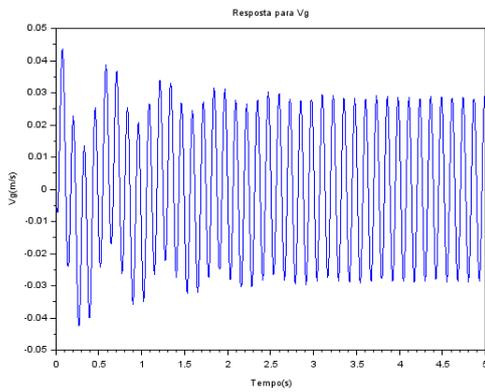
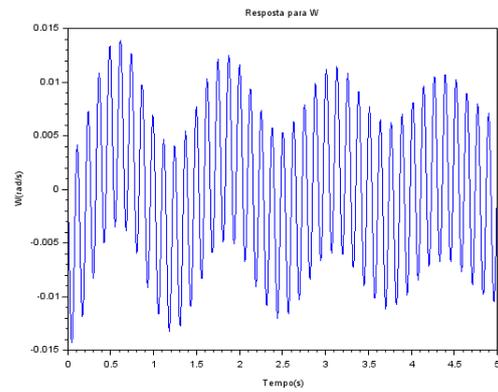


(c) Velocidade linear  $v_g$ ,  $f = 98,995$



(d) Velocidade angular  $\omega$ ,  $f = 98,995$

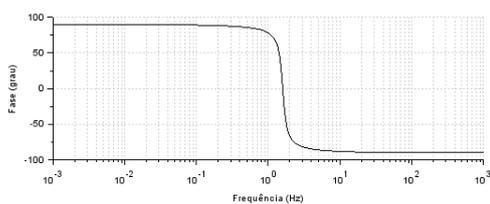
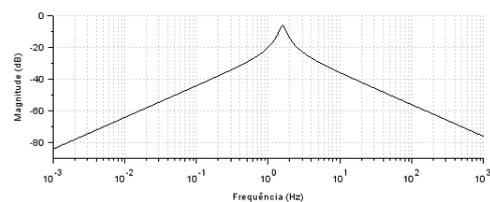
Figura 4 – Respostas no domínio do tempo para excitação senoidal em oposição de fase

(a) Velocidade linear  $v_g$ ,  $f = 4,9875$ (b) Velocidade angular  $\omega$ ,  $f = 4,9875$ (c) Velocidade linear  $v_g$ ,  $f = 49,875$ (d) Velocidade angular  $\omega$ ,  $f = 49,875$ 

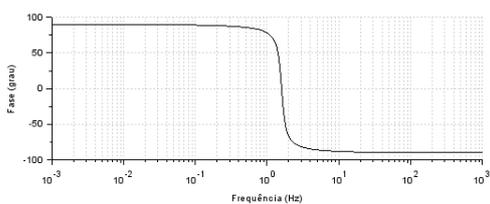
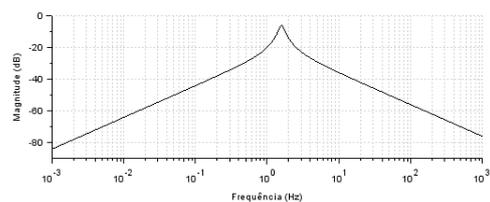
### 1.1.2 Domínio da frequência

Ao observar os diagramas de BODE expostos em 5, é de se esperar que a magnitude máxima de resposta deve ocorrer para frequências próximas de 1, no entanto, a medida que se distanciam de 1, é de se esperar que tenham sua magnitude reduzida. O que foi observado nas figuras 3 e 4, além disso é nestas figuras não é notada mudança de fase, o que se mantém em conformidade com os diagramas expostos.

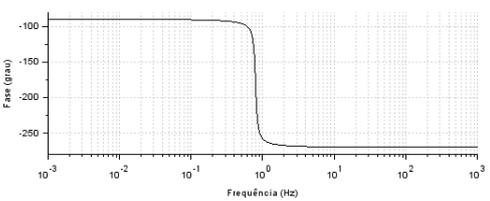
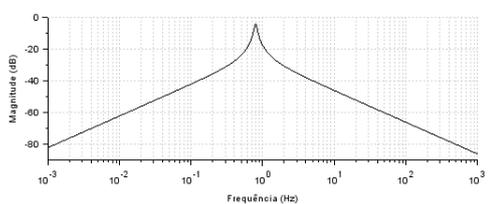
Figura 5 – Diagramas de BODE



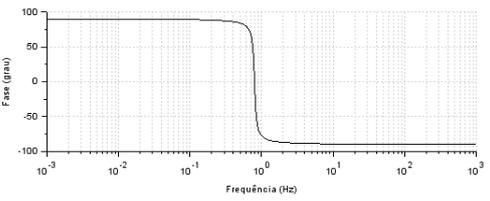
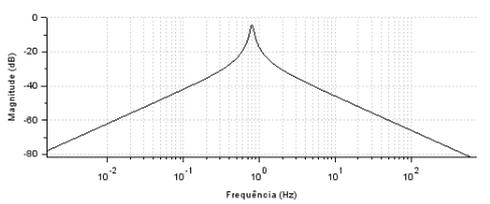
(a)  $v_g$  com  $v_c$



(b)  $v_g$  com  $v_d$



(c)  $\omega$  com  $v_c$



(d)  $\omega$  com  $v_d$