PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Escola Politécnica da USP

Exercícios Aula 10/11/2020

Professores: Dr. Décio Crisol Donha
Dr. Agenor T. Fleury

Aluno: Arthur Henrique Gomes de Pinho
N°USP:10379756

2020

EX. 0 - Fazer os diagramas de Bode do exercício de identificação usando o comando bode dos softwares numéricos, admitindo que os zeros são reais e iguais à 2450 e verificando que os zeros devem ser um par de zeros complexos como na solução apresentada.

Função de transferência da solução apresentada (expandindo a FT dos slides):

$$FT_{original} = \frac{s^2 + 772.3\,s + 6002500}{6002500\,s^2 + 12185075 \cdot 10^4\,s + 36015 \cdot 10^9}$$

Função de transferência da solução admitindo zeros reais e iguais:

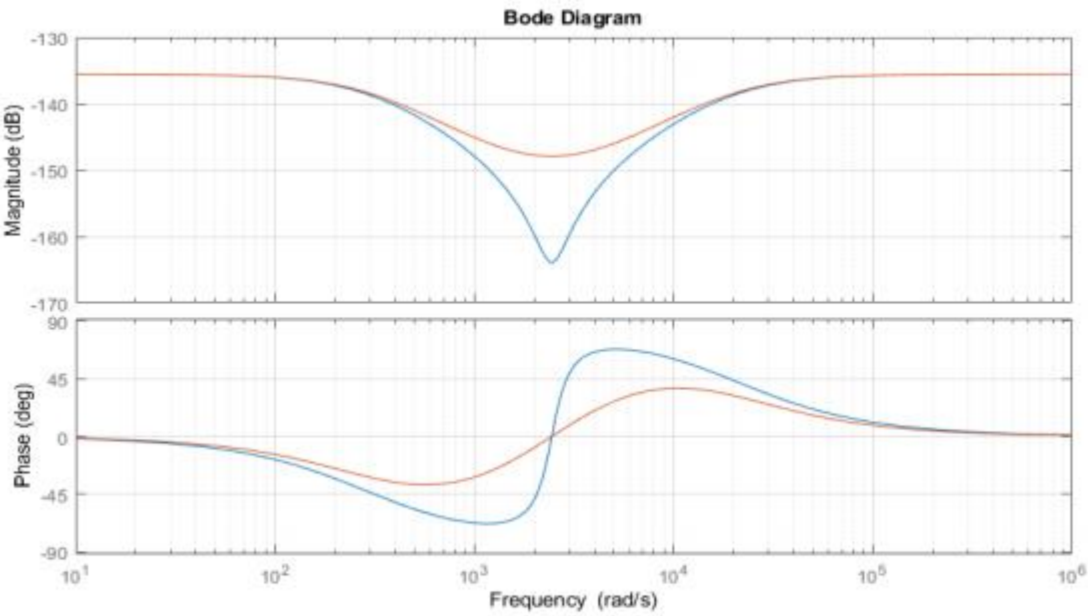
$$FT_{mod} = \frac{s^2 + 4900\,s + 6002500}{6002500\,s^2 + 12185075 \cdot 10^4\,s + 36015 \cdot 10^9}$$

O diagrama de bode de ambos os casos está apresentado na figura.

FT original identificada em aula – azul

FT modificada - laranja

Figura - Diagrama de Bode para ambas as Funções de transferência



Percebe-se que caso o sistema tivesse zeros reais e iguais, os diagramas de bode seriam diferentes. Haveria um decaimento de 20dB por década (e não 40), um pico muito menor, e variação de fase de 90 graus, e não 180.

PME 3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos
Exercícios Aula 10/11/2020
Arthur H. Gomes de Pinho Nº USP: 10379756

1) $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -12 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$

$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

a) Estabilidade

Autovalores da matriz do sistema

$(sI - A) = \begin{bmatrix} s & -2 \\ 12 & s+4 \end{bmatrix}$

$\det(sI - A) = s.(s+4) - (-2).12$

$s^2 + 4s + 24 = 0$

Autovalores são os polos do sistema

$\left. \begin{aligned} p_1 &= -2 + 2\sqrt{5}\,i \\ p_2 &= -2 - 2\sqrt{5}\,i \end{aligned} \right\}$ Parte real negativa, sistema estável

Multiplicação Matricial:

$\dot{x}_1 = 2x_2 \rightarrow \dot{x}_2 = \ddot{x}_1/2$

$\dot{x}_2 = -12x_1 - 4x_2 + u$

$\rightarrow \ddot{x}_1 = -24x_1 - 8\dot{x}_1 + u$

$\mathcal{L}$

$s^2 X_1 = -4X_1 s - 24 + 2u \rightarrow X_1(s^2 + 4s + 24) = 2u$

$\frac{X_1}{u} = \frac{2}{\boxed{s^2 + 4s + 24}}$ → Eq. caract → Pode ser estável

Routh-Hürwitz:

$$
\begin{array}{c|cc}
s^2 & 1 & 24 \\
s^1 & 4 & 0 \\
s^0 & 24 &
\end{array}
$$

Sem troca de sinal → Sistema Estável