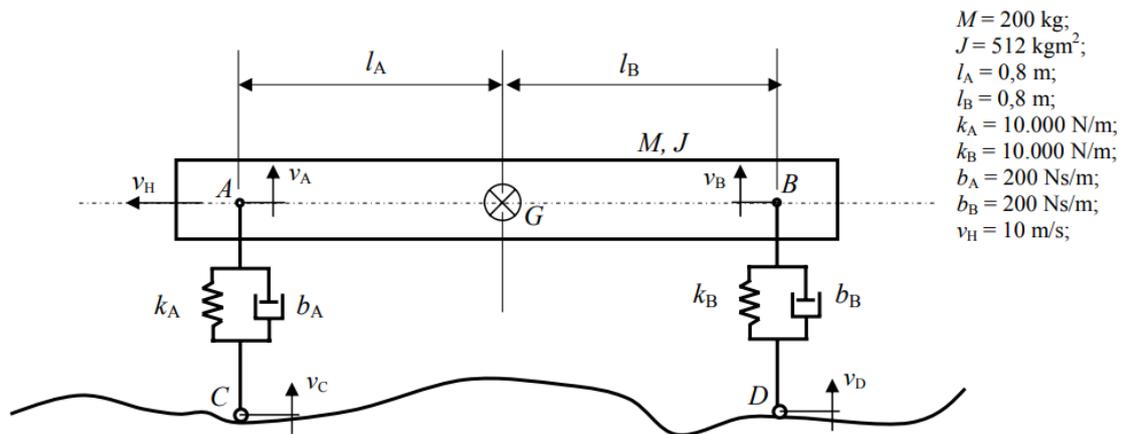


LISTA G

Cássio Murakami 10773798

Exercício 1)



A dedução das equações diferenciais que regem o problema do ½ carro foram obtidas e serão disponibilizadas no presente relatório. Serão realizadas 3 simulações com diferentes entradas:

➤ Simulação 1:

$$u = \begin{bmatrix} v_C \\ v_D \end{bmatrix} ; \quad v_C = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ 1 & \text{se } t \geq 0 \end{cases} ; \quad v_D = \begin{cases} 0 & \text{se } t < t_D \\ 1 & \text{se } t \geq t_D \end{cases}$$

➤ Simulação 2:

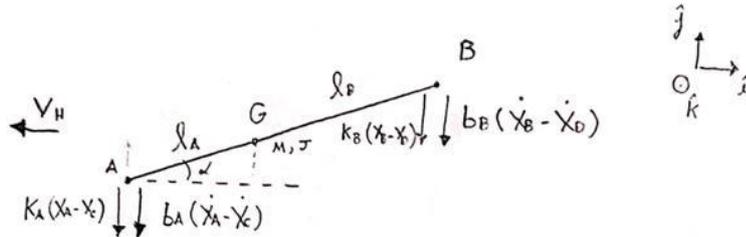
$$v_C = \text{sen}(9,8995t) ; \quad v_D = \text{sen}(9,8995t)$$

➤ Simulação 3:

$$v_C = \text{sen}(4,9875t) ; \quad v_D = -\text{sen}(4,9875t)$$

Modelagem

Cássia Mura Kosmi 10773798



• Do TEMA adotando como polo o Baricentro:

$$\vec{M}_G^{EXT} = \sum m (\vec{r}_{G/G} \wedge \vec{a}_G) + J \cdot \dot{\omega} \hat{k}$$

$$\vec{M}_G^{EXT} = \sum \vec{r} \wedge \vec{F}_j = - (l_A \cos \alpha) \hat{i} \wedge [-(K_A(x_A - x_c) + b_A(\dot{x}_A - \dot{x}_c)) \hat{j}] + (l_B \cos \alpha) \hat{i} \wedge [-(K_B(x_B - x_D) + b_B(\dot{x}_B - \dot{x}_D)) \hat{j}]$$

$$\vec{M}_G^{EXT} = + l_A K_A (x_A - x_c) \hat{k} + l_A b_A (\dot{x}_A - \dot{x}_c) \hat{k} - l_B K_B (x_B - x_D) \hat{k} - l_B b_B (\dot{x}_B - \dot{x}_D) \hat{k}$$

Consom:

$$J \dot{\omega} = l_A K_A (x_A - x_c) + l_B K_B (x_B - x_D) + l_A b_A (\dot{x}_A - \dot{x}_c) - l_B b_B (\dot{x}_B - \dot{x}_D)$$

• Do TMB:

$$\vec{R} = M \cdot \vec{a}_G \rightarrow M \cdot \dot{V}_G = -K_A (x_A - x_c) - b_A (\dot{x}_A - \dot{x}_c) - K_B (x_B - x_D) - b_B (\dot{x}_B - \dot{x}_D)$$

• Da cinemática:

$$\vec{V}_P = \vec{V}_O + \vec{\omega} \wedge (P-O)$$

$$V_A \hat{j} = V_G \hat{j} + \omega \hat{k} \wedge (-l_A \cos \alpha \hat{i} - l_A \sin \alpha \hat{j}) \quad | \quad V_B \hat{j} = V_G \hat{j} + \omega \hat{k} \wedge (l_B \cos \alpha \hat{i} + l_B \sin \alpha \hat{j})$$

$$V_A = V_G - \omega l_A \rightarrow \dot{x}_A = V_G - l_A \omega \quad | \quad V_B = V_G + \omega l_B \rightarrow \dot{x}_B = V_G + l_B \omega$$

Deixa maninha:

$$\dot{X}_A = V_G - l_A \omega$$

$$\dot{X}_B = V_G + l_B \omega$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_G = & -\frac{K_A}{M} X_A - \frac{K_B}{M} X_B - \frac{b_A}{M} (V_G - l_A \omega) - \frac{b_B}{M} (V_G + l_B \omega) \\ & + \frac{K_A}{M} X_C + \frac{K_B}{M} X_D + \frac{b_A}{M} \dot{X}_C + \frac{b_B}{M} \dot{X}_D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega} = & \frac{l_A K_A}{J} X_A - \frac{l_B K_B}{J} X_B + \frac{l_A b_A}{J} (V_G - l_A \omega) - \frac{l_B b_B}{J} (V_G + l_B \omega) \\ & - \frac{l_A K_A}{J} X_C + \frac{l_B K_B}{J} X_D - \frac{l_A b_A}{J} \dot{X}_C + \frac{l_B b_B}{J} \dot{X}_D \end{aligned}$$

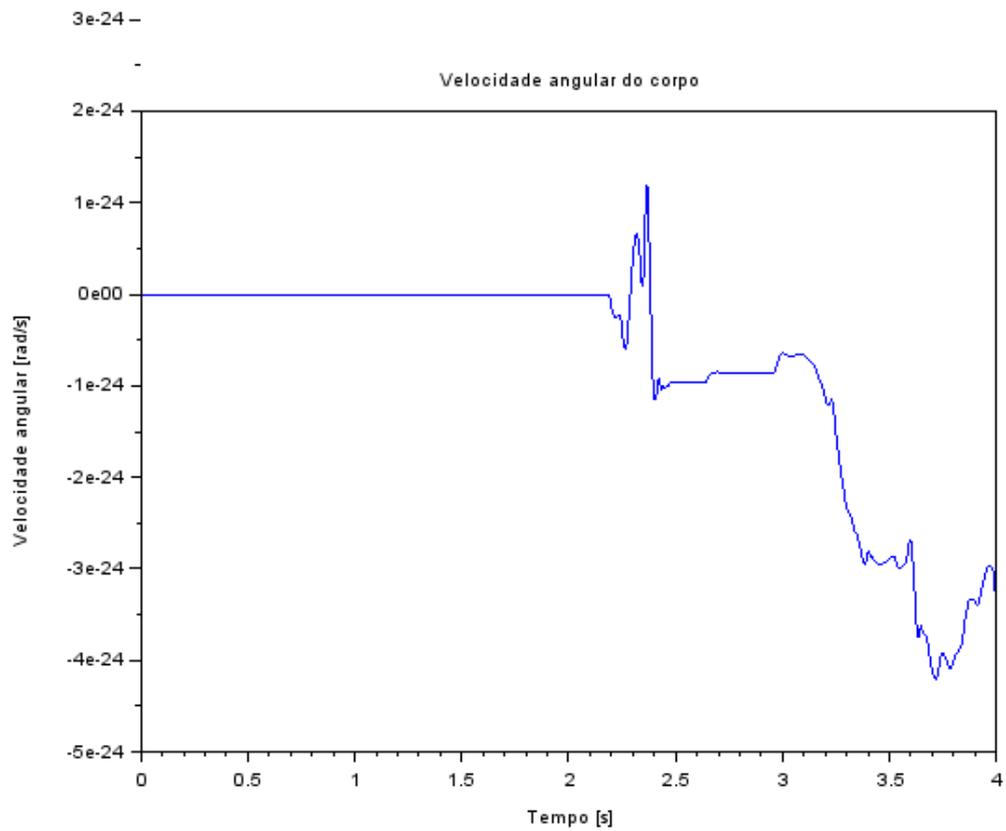
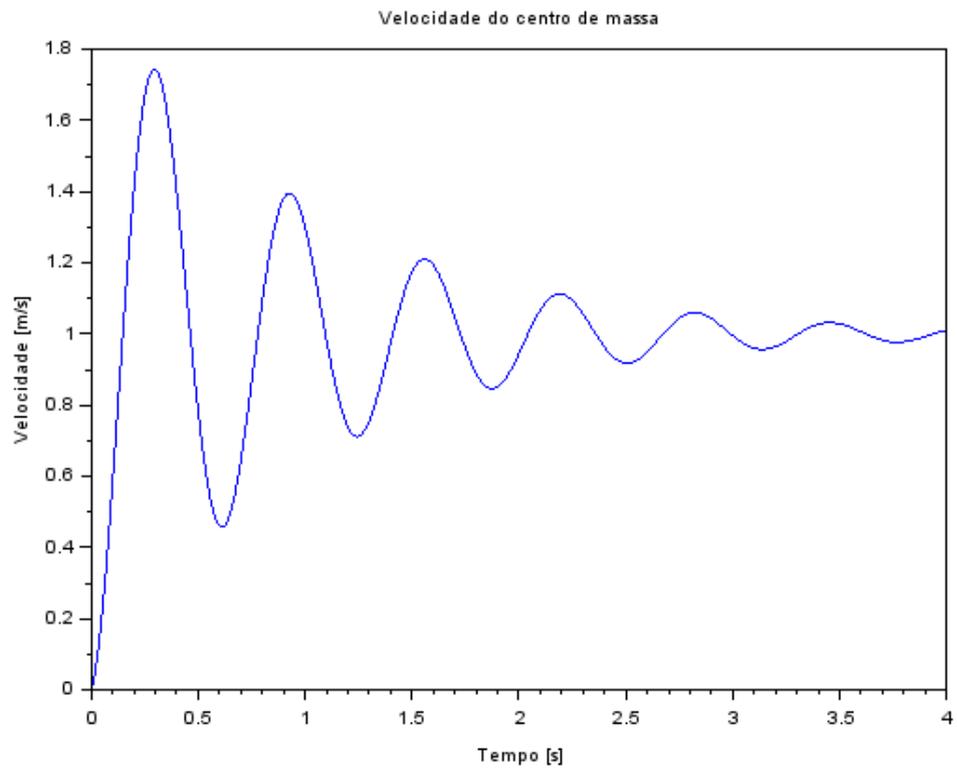
$$\begin{bmatrix} \dot{X}_A \\ \dot{X}_B \\ \dot{V}_G \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -l_A \\ 0 & 0 & 1 & l_B \\ -\frac{K_A}{M} & -\frac{K_B}{M} & -\frac{(b_A+l_A)}{M} & \frac{b_A l_A - b_B l_B}{M} \\ \frac{l_A K_A}{J} & -\frac{l_B K_B}{J} & \frac{l_A b_A - l_B b_B}{J} & -\frac{(l_A l_A^2 + l_B l_B^2)}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A \\ X_B \\ V_G \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_A}{M} & \frac{K_B}{M} & \frac{b_A}{M} & \frac{b_B}{M} \\ -\frac{l_A K_A}{J} & \frac{l_B K_B}{J} & -\frac{l_A b_A}{J} & \frac{l_B b_B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_C \\ X_D \\ \dot{X}_C \\ \dot{X}_D \end{bmatrix}$$

OBS: X_C e X_D poderiam ser omitidos se fosse fornecidos $\dot{X}_C(\tau)$ e $\dot{X}_D(\tau)$,
para que: $X_C(\tau) = \int_0^\tau \dot{X}_C(\tau) d\tau$ e $X_D(\tau) = \int_0^\tau \dot{X}_D(\tau) d\tau$

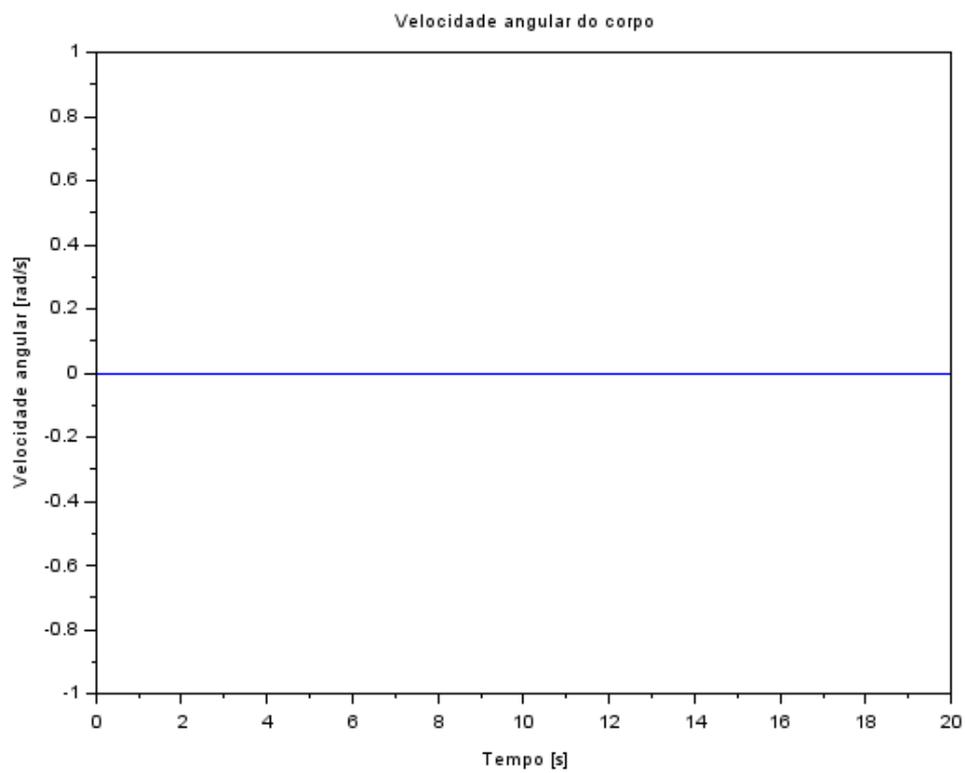
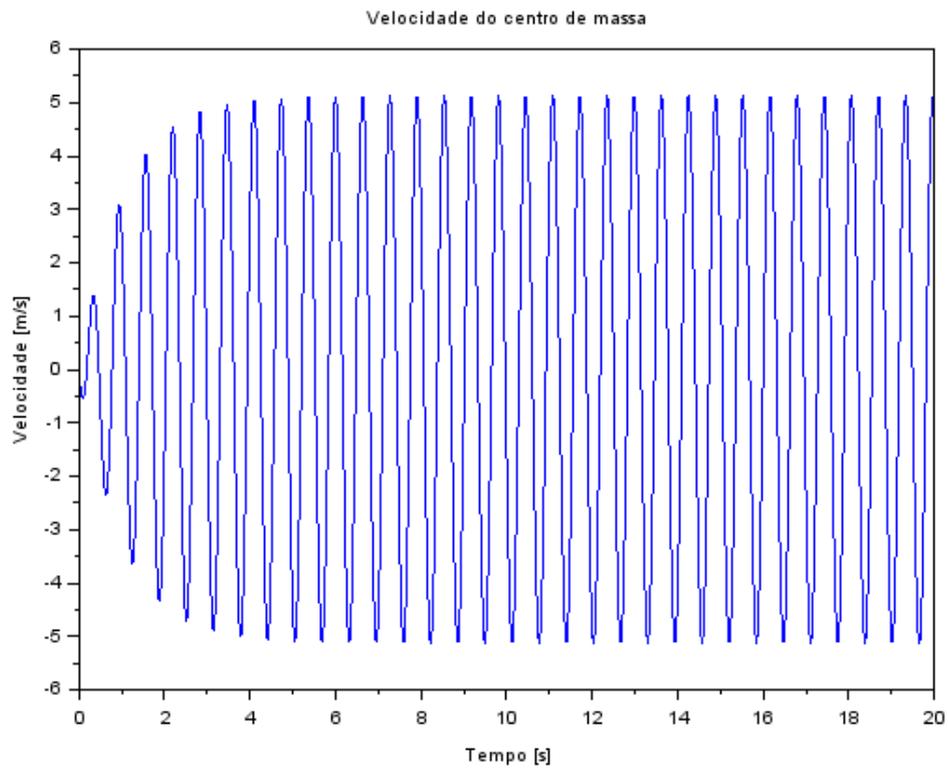
OBS 2: Tempo de resposta de D:

$$V_H = \frac{l_A + l_B}{\tau_D} \rightarrow \tau_D = \frac{l_A + l_B}{V_H}$$

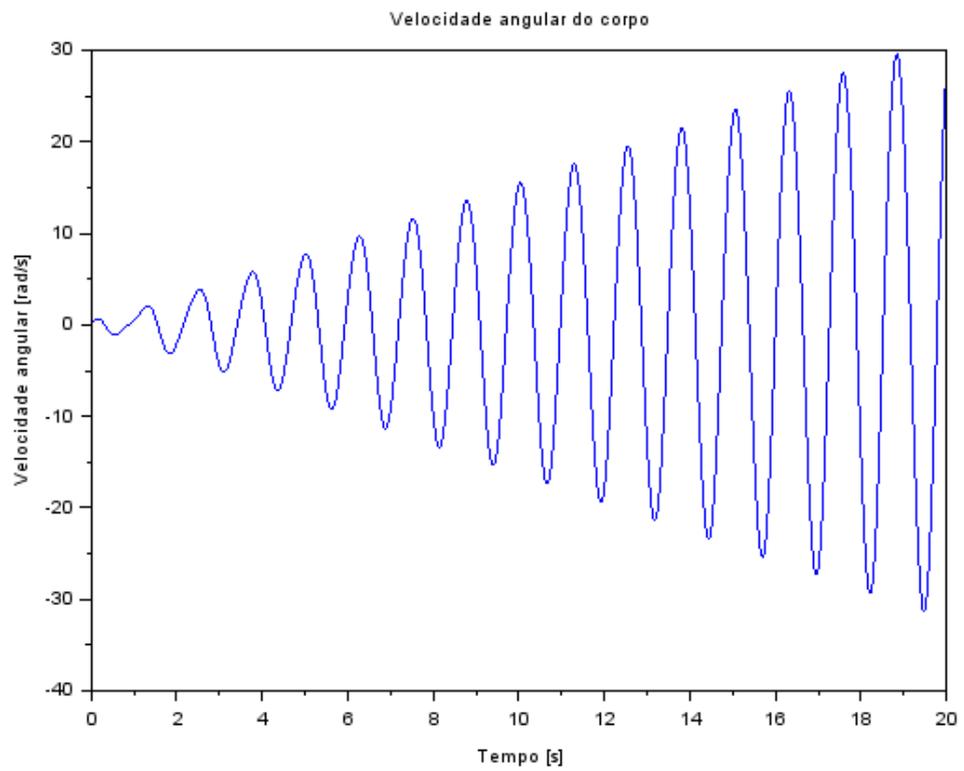
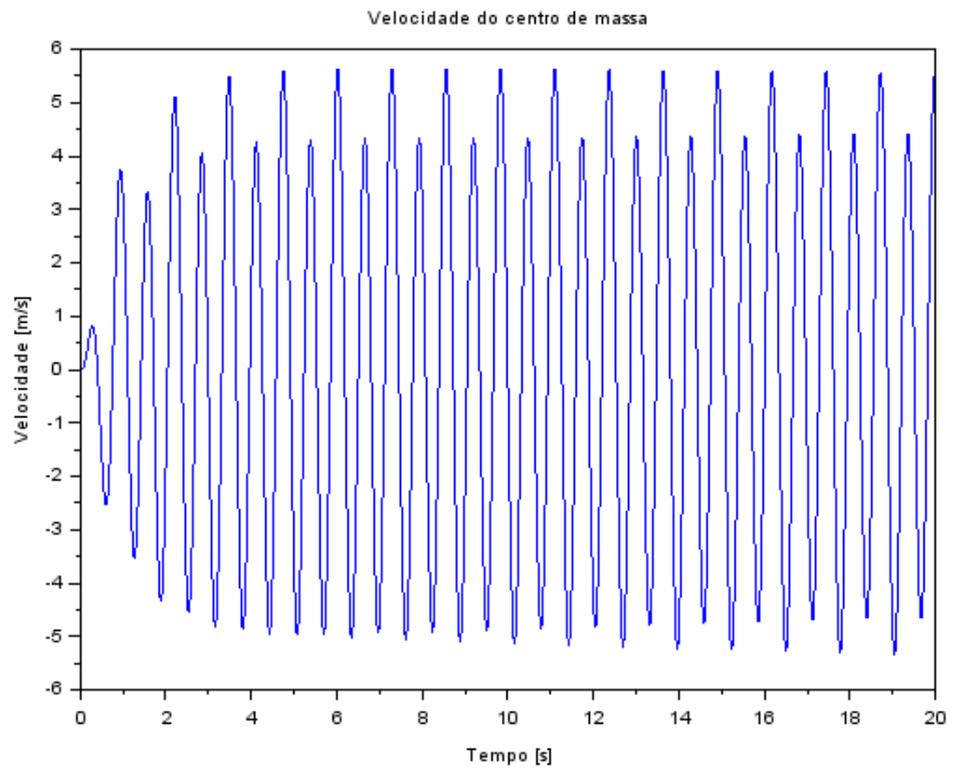
➤ Resultado da simulação 1:



➤ Resultado da simulação 2:

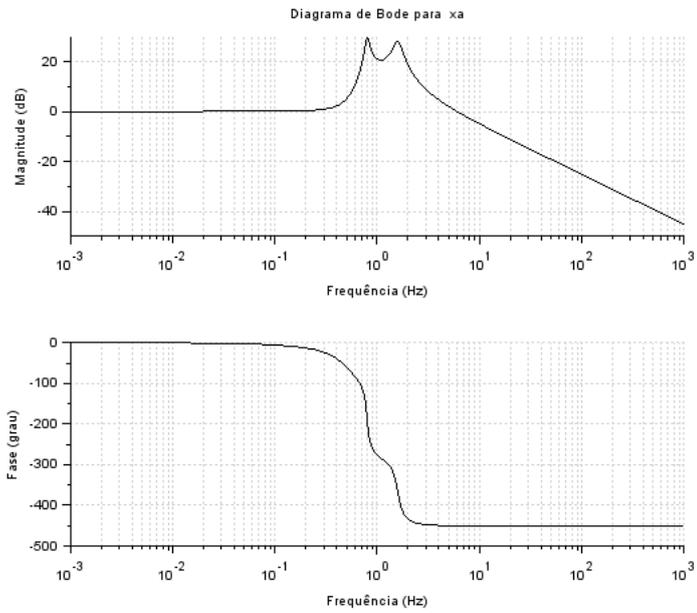


➤ Resultado da simulação 3:

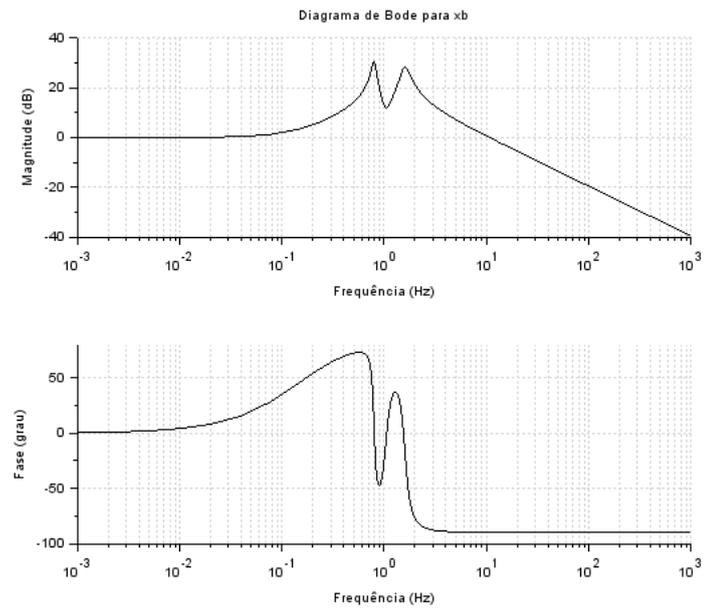


- Diagramas de Bode obtidos:

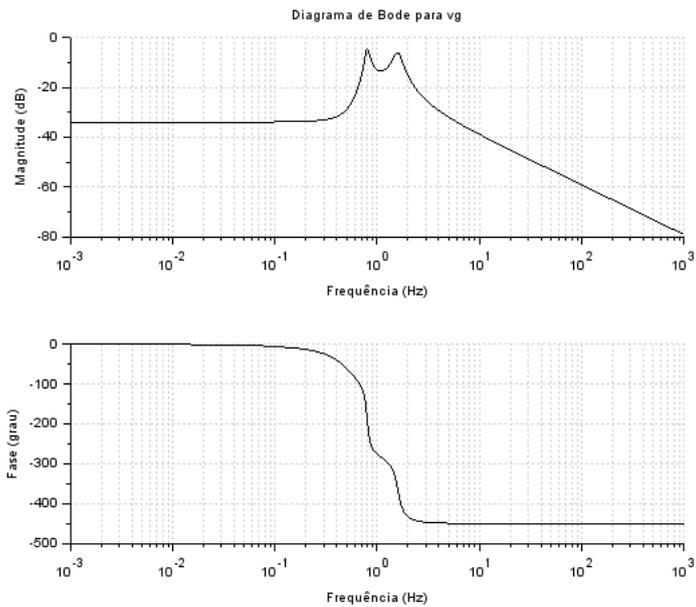
- ❖ Diagrama de Bode para xa:



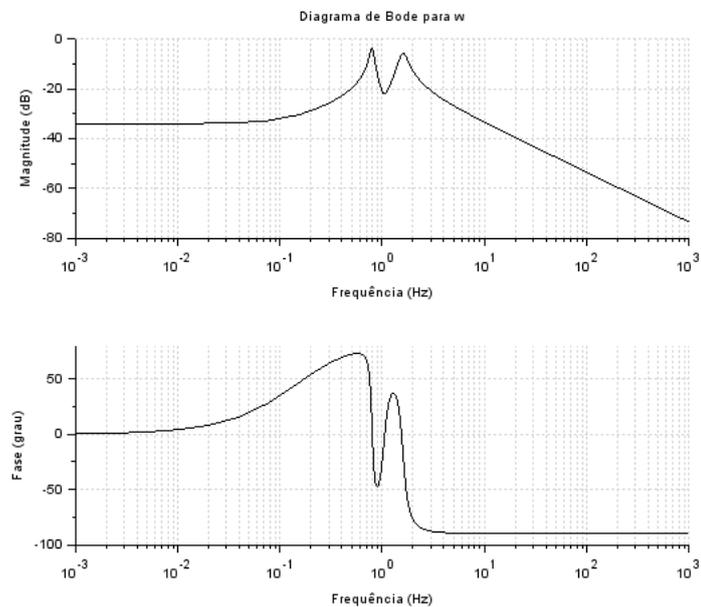
- ❖ Diagrama de Bode para xb:



❖ Diagrama de Bode para vg:



❖ Diagrama de Bode para w:



❖ Código elaborado para a tarefa 1:

```
// Lista de Exercícios G  
// Cássio Murakami nºUSP : 10773798
```

```
clear();  
xdel(winsid());
```

```
//Exercício 1:
```

```

//Parâmetros da situação:
M = 200; //Massa [kg]
J = 512; //Momento de inércia[kg m^2]
lA = 0.8; //Comprimento A [m]
lB = 0.8; //Comprimento B [m]
kA = 10000; //Constante elástica A [N/m]
kB = 10000; //Constante elástica B [N/m]
bA = 200; //Coeficiente de amortecimento [N.s/m]
bB = 200; //Coeficiente de amortecimento [N.s/m]
vH = 10; //Velocidade horizontal [m/s]
td = (lA + lB)/vH; //Tempo de resposta de D [s]

//Condições de simulação:
t_inicial = 0;
t_final = 1;
t = linspace(t_inicial,t_final,1000);
simulação = 3;

//Condições iniciais:
xA0 = 0;
xB0 = 0;
vG0 = 0;
w0 = 0;

//Input das entradas:
if simulação == 1 then
    function fun=u1(t), fun = t, endfunction
    if t < td then
        function fun=u2(t), fun = 0, endfunction
    else
        function fun=u2(t), fun = t, endfunction
    end

    function fun=u3(t), fun = 1, endfunction
    if t < td then
        function fun=u4(t), fun = 0, endfunction
    else
        function fun=u4(t), fun = 1, endfunction
    end

elseif simulação == 2 then
    function fun=u1(t), fun = -cos(9.8995*t)/9.8995, endfunction
    function fun=u2(t), fun = -cos(9.8995*t)/9.8995, endfunction
    function fun=u3(t), fun = sin(9.8995*t), endfunction
    function fun=u4(t), fun = sin(9.8995*t), endfunction

elseif simulação == 3 then
    function fun=u1(t), fun = -cos(9.8995*t)/4.9875, endfunction
    function fun=u2(t), fun = cos(4.9875*t)/4.9875, endfunction
    function fun=u3(t), fun = sin(4.9875*t), endfunction

```

```

function fun=u4(t), fun = -sin(4.9875*t), endfunction

end

//Definição do vetor de estados:
funcprot(0)
function dy=estados(t, y)
    dy(1) = y(3) - lA*y(4);
    dy(2) = y(3) + lB*y(4);
    dy(3) = -(kA/M)*y(1) - (kB/M)*y(2) - ((bA + bB)/M)*y(3) + ((bA*lA -
bB*lB)/M)*y(4) + (kA/M)*u1(t) + (kB/M)*u2(t) + (bA/M)*u3(t) +
(bB/M)*u4(t);
    dy(4) = (lA*kA/J)*y(1) - (lB*kB/J)*y(2) + ((lA*bA - lB*bB)/J)*y(3) -
((bA*lA^2 - bB*lB^2)/M)*y(4) - (lA*kA/J)*u1(t) + (lB*kB/J)*u2(t) -
(lA*bA/J)*u3(t) + (lB*bB/J)*u4(t);
endfunction

result = ode([xA0;xB0;vG0;w0],0,t,estados);

xA = result(1,:);
xB = result(2,:);
vG = result(3,:);
w = result(4,:);

scf(1)
xtitle("Velocidade do centro de massa");
xlabel("Tempo [s]");
ylabel("Velocidade [m/s]");
plot(t,vG);

scf(2)
xtitle("Velocidade angular do corpo");
xlabel("Tempo [s]");
ylabel("Velocidade angular [rad/s]");
plot(t,w);

//Análise das funções de transferência:
A = [0,0,1,-lA;0,0,1,lB;-kA/M,-kB/M,-(bA+bB)/M,(bA*lA - bB*lB)/M;lA*kA/J,-
lB*kB/J,(lA*bA-lB*bB)/J,-(bA*lA^2 + bB*lB^2)/J];
B = [0,0,0,0;0,0,0,0;kA/M,kB/M,bA/M,bB/M;-lA*kA/J,lB*kB/J,-lA*bA/J,lB*bB/J];
sl = syslin('c',A,B,[1,1,1,1]);

h = ss2tf(sl);

scf(3);
bode(h(1,1));
xtitle("Diagrama de Bode para xa");

scf(4);
bode(h(1,2));
xtitle("Diagrama de Bode para xb");

```

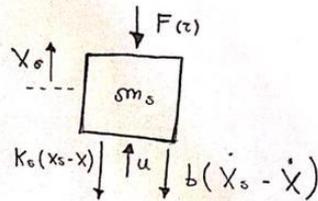
scf(5);
 bode(h(1,3));
 xtitle("Diagrama de Bode para vg");

scf(6);
 bode(h(1,4));
 xtitle("Diagrama de Bode para w");

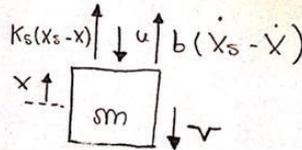
Exercício Lista G

• Cássio Murta Kami 10773798

* Massa suspensa:



* Massa não suspensa:



(I) $x - x_G > l \rightarrow v = smg$

(II) $l_c < x - x_G < l \rightarrow v = smg - k(x - x_G - l)$

(III) $x - x_G < l_c \rightarrow v = smg - k(x - x_G - l) - K_B(x - x_G - l)$

Do TMB:

$$sm_s \ddot{x}_s = u - K_s(x_s - x) - b(\dot{x}_s - \dot{x}) - F(z)$$

$$sm \ddot{x} = -u + K_s(x_s - x) + b(\dot{x}_s - \dot{x}) - \textcircled{v} \quad \text{Desnuda em caso}$$