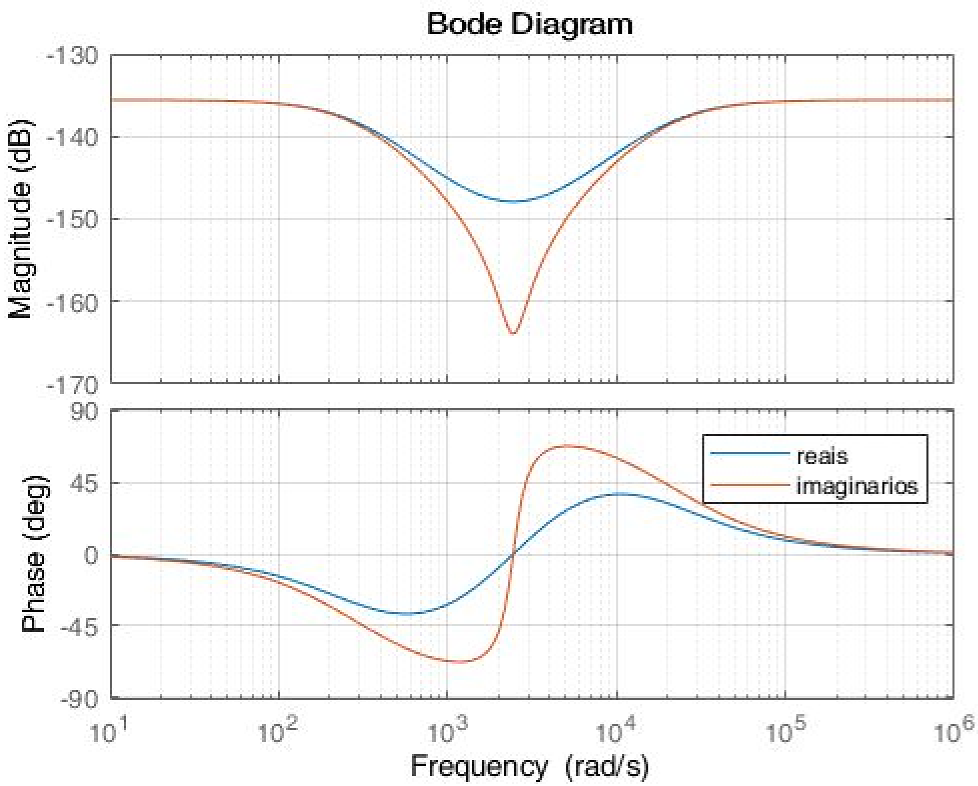
NOME: BRUNO AKIRA OSHIRO

NUSP:10771667

Exercício 0

Observa-se pelos gráficos que os zeros reais criam uma variação de fase de 90º, assim como dito em aula.



Código em Matlab

```
G=tf([1 4900 6002500],[6002500 12185075*10^4 36015*10^9]); %reais
G2=tf([1 772.3 6002500],[6002500 12185075*10^4 36015*10^9]); %imaginarios
figure(1)
bode(G)
hold on
bode(G2)
grid on
legend('reais','imaginarios')
```

Seg | Ter | Qua | Qui | Sex | Sáb | Dom / /

1 a) ↳ Cálculo dos Pólos: (Autovalores de A)

$\det(A-\lambda I) \Rightarrow -\lambda(-4-\lambda)+24=0$ $\lambda = -2+4{,}47j$
$\lambda = -2-4{,}47j$
Estável

↳ Critério de Routh Hurwitz

$G(s) = [C(sI-A)^{-1}B + D] =$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -2 \\ 12 & s+4 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$

Matlab

$= \dfrac{2}{s^2+4s+24}$

s^2	1	24
s	4	0
s^0	24	

⇒ Não troca os sinais da primeira coluna ∴ Estável

b) $\omega_n = |Pólo| = \sqrt{2^2+4{,}47^2} = 4{,}89$ rad/s

$K = \omega_n^2 \cdot m = 23{,}98$ N/m

$C_c = 2m\omega_n = 9{,}78$

$\xi = C/C_c = 4/9{,}78 = 0{,}408$

$c = 4$ Ns/m

/ /

Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom

c) $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = 4{,}46 \text{ rad/s}$

$\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\xi^2} = 4 \text{ rad/s}$

$M_{r,\text{deg}} = e^{\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)} = 0{,}245 \rightarrow 24{,}5\%$ //

↳ Degrau

$M_{r\,\text{res}} = 1/2\xi\sqrt{1-\xi^2} = 1{,}34$

↳ pico de ressonância

$T_s = -\ln(0{,}02)/\xi\omega_n \cong 1{,}95 \text{ s}$ //

↳ tempo de acomodação

d) Matriz de Transição $\Delta t = 0{,}5 \text{ s}$

$$\Phi(t) = e^{A \cdot \Delta t} = \begin{bmatrix} -0{,}098 & 0{,}1294 \\ -0{,}778 & -0{,}3565 \end{bmatrix}$$

Matriz resolvente

$\Phi(s) = (sI - A)^{-1}$ → Matlab

$$\begin{bmatrix} \dfrac{s+4}{s^2+4s+24} & \dfrac{2}{s^2+4s+24} \\ \dfrac{-12}{s^2+4s+24} & \dfrac{s}{s^2+4s+24} \end{bmatrix}$$

e) $\Gamma = A^{-1}(\Phi - I) \rightarrow$ matlab

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0,248 & 0,091 \\ -0,549 & 0,065 \end{bmatrix}$$

$$X(t) = \Phi \cdot \overset{0}{x_0} + \Gamma \cdot Bu = \begin{bmatrix} 0,091 \\ 0,065 \end{bmatrix}$$

f) $G = \dfrac{2}{s^2+4s+24} \Rightarrow G(j\omega) = \dfrac{2}{24\left(\left(1-\frac{\omega^2}{24}\right)+\frac{\omega j}{6}\right)}$

$K_B = 1/12$

Ganho:

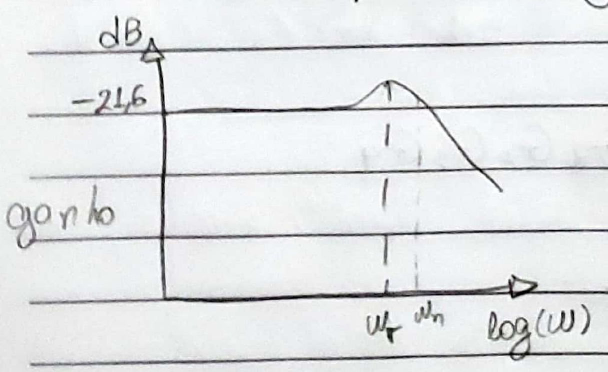
horizontal até ω_n com $20 \log K_B = -21,6\,dB$

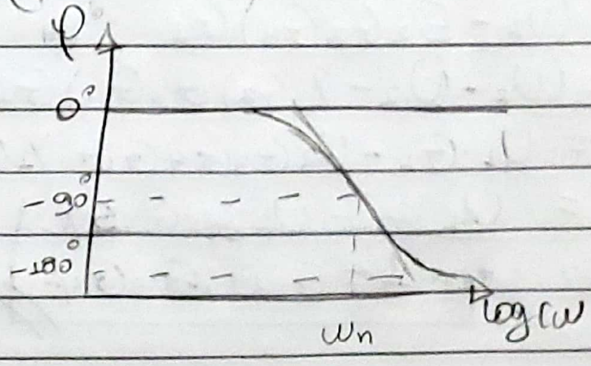
Decaimento de 40dB após ω_n

Fase:

$K_B > 0 \Rightarrow \varphi = 0$

Polos complexos conjugados Atera -180°





g) Achado na letra (a)

$$G = \frac{2}{s^2+4s+24}$$

h) $G_{Final} = G \cdot G_1 = \dfrac{2s+4}{(s+12)(s^2+4s+24)}$

$$G(wj) = \frac{1}{72} \frac{\left(1 + \frac{wj}{2}\right)}{\left(1 + \frac{wj}{12}\right)\left(1 + \frac{wj}{6} - \frac{w^2}{24}\right)}$$

$K_B = 1/72$

(2)

$Y_1 = E_1 \cdot G_1$

$E_1 = U_1 - Y_2 \cdot G_3$

$Y_2 = E_2 G_4$

$E_2 = U_2 - Y_1 \cdot G_2$

$$\begin{aligned}
Y_1 &= (U_1 - Y_2 G_3) G_1 \\
&= (U_1 - E_2 G_3 G_4) G_1 \\
&= (U_1 - (U_2 - Y_1 G_2) G_3 G_4) G_1 \\
&= U_1 \cdot G_1 - U_2 G_3 G_4 G_1 + Y_1 G_2 G_1 G_3 G_4 \\
&= \frac{U_1 G_1 - U_2 G_1 G_3 G_4}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4}
\end{aligned}$$

$$Y_2 = E_2 G_4$$

$$E_2 = U_2 - Y_1 \cdot G_2$$

$$Y_2 = (U_2 - Y_1 \cdot G_2) G_4$$

$$= U_2 \cdot G_4 - \left(\frac{U_1 G_1 - G_1 G_3 G_4 U_2}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} \right) \cdot G_2 G_4$$

$$= \frac{U_2 G_4 - G_1 G_2 G_4 U_1}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4}$$

b) $E_1 = U_1 - Y_2 G_3$

$$= U_1 - G_3 G_4 E_2$$

$$= U_1 - (U_2 - Y_1 G_2) G_3 G_4$$

$$= U_1 - (U_2 - G_1 G_2 E_1) G_3 G_4$$

$$E_1 = \frac{U_1 - U_2 G_3 G_4}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4}$$

$$E_2 = \frac{Y_2}{G_2}$$

$$= \frac{U_2 G_4 - G_1 G_2 G_4 U_1}{G_2 (1 - G_1 G_2 G_3 G_4)}$$

/ /

Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom

3 a) $s^4+0,4511s^3+0,3015s^2+0,0989s=0$

$s=0$

$s^3+0,4511s^2+0,3015s+0,0989=0$

$s=-0,3660$
$s=-0,0426-0,518j$ (wolfram)
$s=-0,0426+0,518j$

b) $0,0102s^4+0,0046s^3-0,0636s^2+0,0989s=0$

$s=0$
$s=2,2812$
$s=0,00157$
$s=-2,73$

c) O sistema é estável por não possuir nenhum pólo com parte real positiva. O sistema oscila amortecidamente, assim, já era esperado pólos Imaginários com parte real negativa

d) Os pólos Imaginarios são dominantes, pois estão mais próximos do eixo dos numeros Imaginarios, ou seja, possuem parte real maior.

f)

s^4	1	0,3015	0	$\Rightarrow$ Estável
s^3	0,4511	0,0989	0	
s^2	0,082	0		
s	0,099			
s^0	0			

g) Polos dominantes

$$\omega_n = (0,0426^2 + 0,518^2)^{0,5} = 0,52$$

$$\zeta = \frac{0,0426}{0,5199} = 0,082$$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2} = 0,516 \text{ rad/s}$$

h) Para degrau

$$M_{p,deg} = e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} = 0,77$$