

Enzo Zugliani - 10333742

$$1) G_1(s) \equiv \frac{s^2 + 5s + 25}{s(s^3 + 74s^2 + 76s + 320)} = 0$$

$$\Rightarrow G_1(j\omega) = \frac{25 \cdot \left(1 - \left(\frac{\omega}{5}\right)^2 + \frac{j\omega}{5}\right)}{s \cdot 5 \cdot \left(\frac{j\omega}{8} + 1\right) 64 \cdot \left(1 - \left(\frac{\omega}{8}\right)^2 + 0,0375 \cdot j\omega\right)}$$

Constante de Bode =  $\frac{25}{5 \cdot 64} = \frac{5}{64}$ ;  $20 \log\left(\frac{5}{64}\right) = -22,14 \text{ dB}$ , Fase  $0^\circ$

Par de zeros complexos conjugados com  $\omega_{n2} = 5 \text{ rad/s}$  e  $\zeta_2 = \frac{\omega_n}{2} = 0,5$

Pico em  $\omega_{r2} = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = 3,5 \text{ rad/s}$

Pico de  $M_{r2} = (2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2})^{-1} = 1,15$ , em dB,  $1,25 \text{ dB}$ ,

Para  $\omega \gg \omega_{n2}$ , aumento de  $40 \text{ dB}$  por década e  $+180^\circ$  na fase,

Termo integrador  $\frac{1}{s}$ : Decaimento de  $20 \text{ dB}$  por década e início da fase em  $-90^\circ$

Polo real em  $-5$ : Decaimento de  $20 \text{ dB}$  por década, queda de  $90^\circ$  na fase, p/  $\omega_{pr} > 5 \text{ rad/s}$

Par de polos complexos conjugados

$\omega_{np} = 8 \text{ rad/s}$  .  $\zeta = 0,15$

$\omega_{rp} = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = 7,8 \text{ rad/s}$

Mida =  $20 \log\left((2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2})^{-1}\right) = 10,55 \text{ dB}$

Para  $\omega \gg \omega_{np}$  → queda de  $40 \text{ dB}$  / década

Diminuição de  $-180^\circ$

Diagrama de ganho:

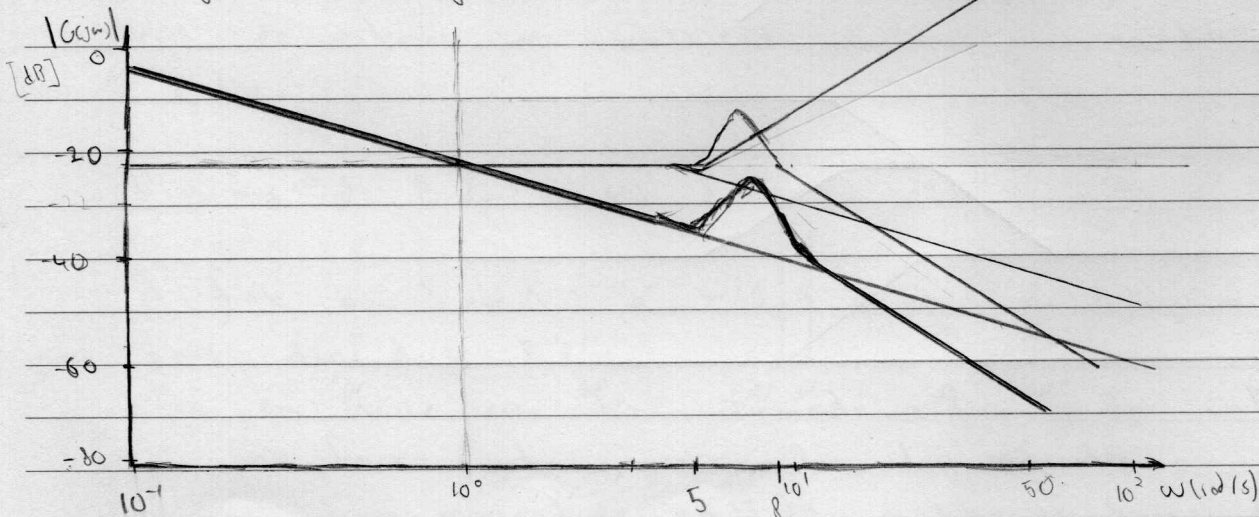
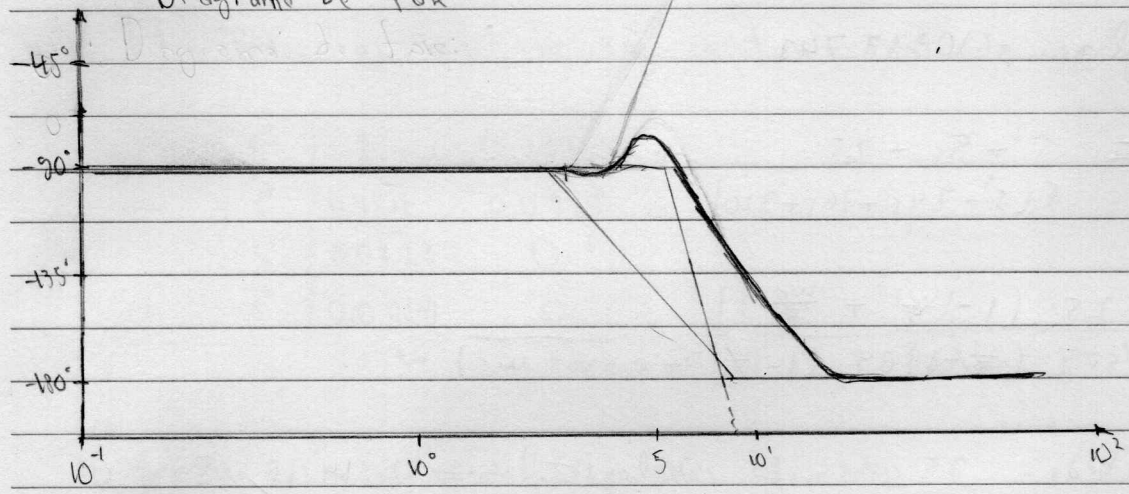


Diagrama de fase

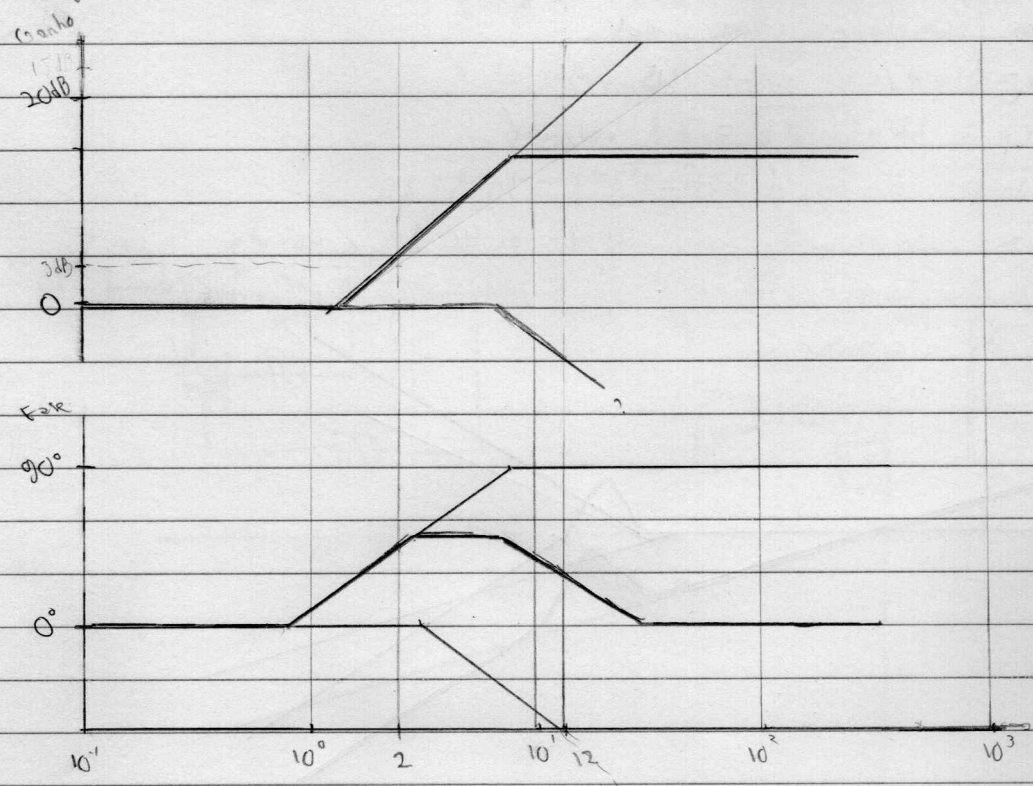


2)  $G_2(s) = \frac{6 \cdot s + 2}{s + 12}$

$G_2(j\omega) = 1 \cdot \left( \frac{j\omega}{2} + 1 \right) / \left( \frac{j\omega}{12} + 1 \right)$

- Zero em  $\omega_z = 2 \text{ rad/s}$ : Acréscimo de fase  $+90^\circ$  após  $\omega = 2 \text{ rad/s}$  e crescimento de 20dB por década
- Polo em  $\omega_p = 12 \text{ rad/s}$ : Diminuição de fase  $(-90^\circ)$  após  $\omega = 12 \text{ rad/s}$  e decréscimo de 20dB por década

Diagrama de ganho e fase:



3) No fim do documento. A fase em 5 rad/s é de  $45,5^\circ$

4) Diagramas no fim do documento

• Os polos calculados são:

•  $p_1 = -5$

•  $p_2 = 0$

•  $p_{3,4} = -1,2 \pm 7,9j$  } Dominantes

•  $p_4 = -1,2 - 7,9j$  }

• Calculando a frequência natural:  $\omega_n = \sqrt{1,2^2 + 7,9^2} = 7,99 \text{ rad/s}$

• Calculando o fator de amortecimento:  $\xi = \frac{1,2}{7,99} = 0,15$

• Frequência de ressonância:  $\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2} = 7,8 \text{ rad/s}$

• Observa-se no diagrama gerado por software um pico de ressonância em aproximadamente 7,8 rad/s, como esperado

• A fase em 5 rad/s é de  $-62,3$  graus

5) Considerando os polos dominantes, o overshoot pode ser calculado por:

$$M_p = e^{\frac{-\xi \pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 62\%$$

• O erro em regime permanente pode ser calculado pelo Teorema do Valor Final:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) = \frac{25}{320} = 0,078$$

• Os valores de  $M_p$  e  $f(t \rightarrow \infty)$  são para entrada impulso.

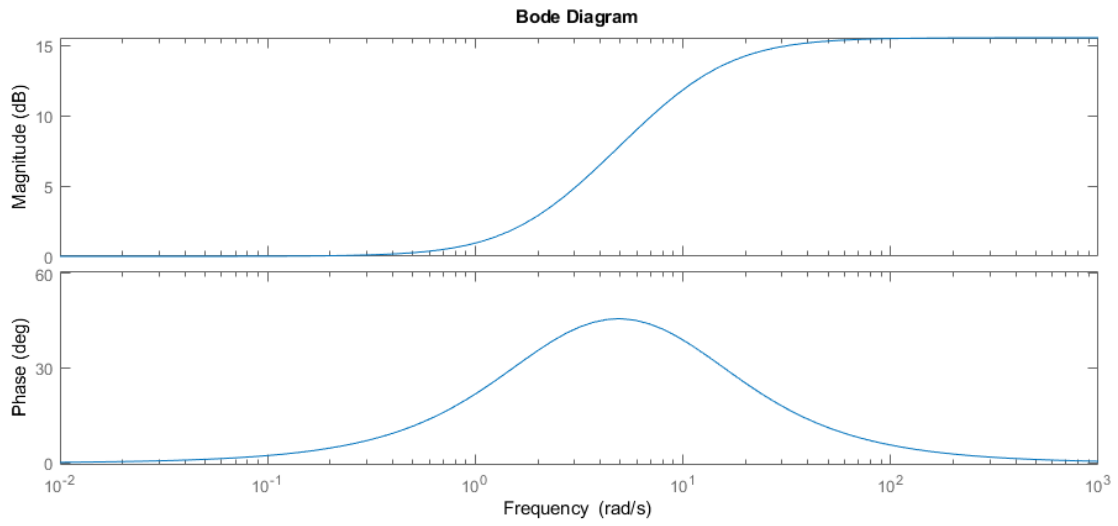
6)  $G_2$  em série com  $G_1$  corresponde à multiplicação de suas funções de transferência. Como no eixo logarítmico o produto de dois valores se apresenta como a soma, as assintotas do sistema em cascata são a soma das assintotas de  $G_1$  e  $G_2$ .

• Diagrama de Bode no fim do documento

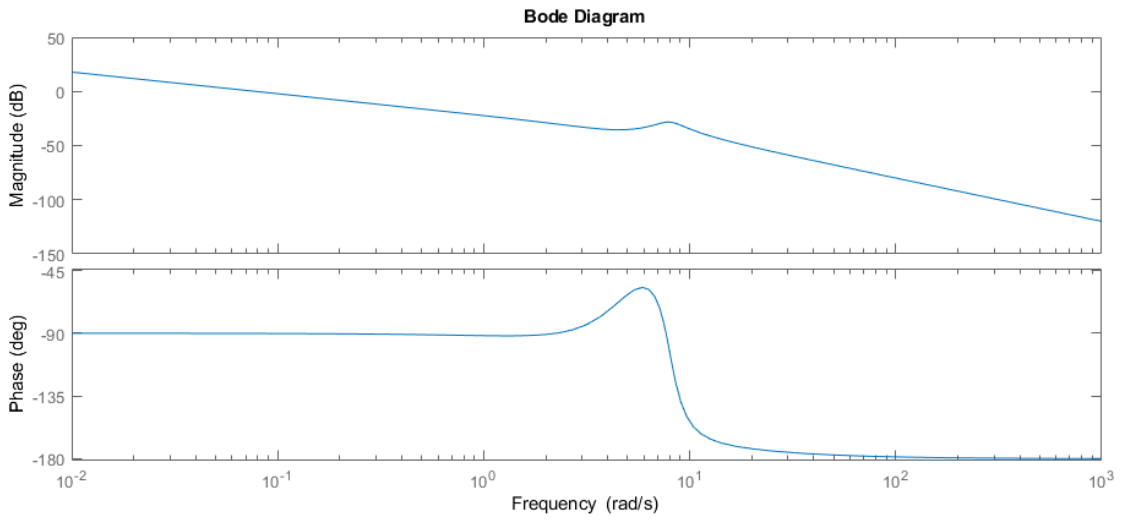
• A fase em 5 rad/s é  $-16,8$  graus, ou seja, a soma das fases dos duas FT's

•  $G_2$  em série com  $G_1$  aumenta a fase do sistema original na faixa entre aproximadamente  $10^0$  rad/s e  $10^2$  rad/s, e a magnitude em 15 dB a partir de 5 rad/s.

3)



4)



6)

