

QUADRICÓPTERO



| | |
|--------------------|----------|
| Nicolle Hyppolito | 10823452 |
| Ricardo Libertucci | 9270162 |
| Rudson Camargo | 10772456 |
| Vitória Campos | 10874175 |

PME3380
2020



SUMÁRIO

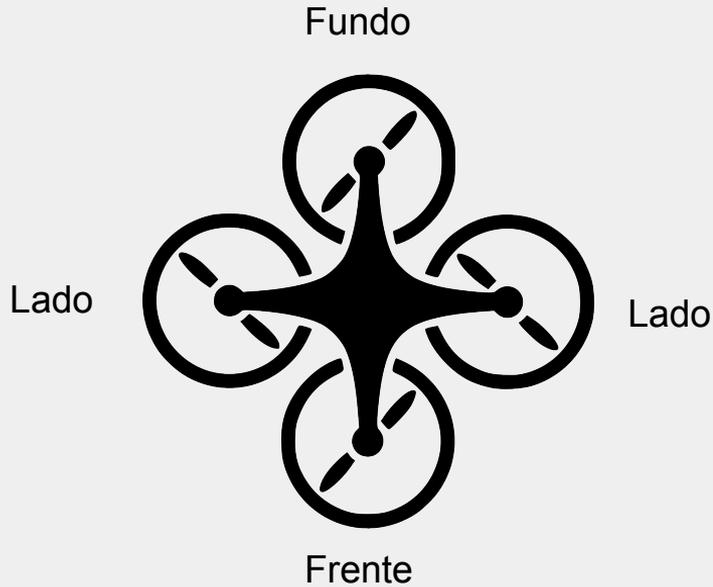


- ✓ Funcionamento de um drone;
- ✓ Hipóteses simplificadoras;
- ✓ Modelo Físico;
- ✓ Modelo Dinâmico;
- ✓ Espaço de estados;
- ✓ Linearização;
- ✓ Polos e estabilidade;
- ✓ Simulação e Resultados

FUNCIÓNAMENTO DE UM DRONE



Drone com configuração +



- ✓ Se manter estável: velocidade constante nos quatro rotores;
- ✓ Ir para direita: aumentar velocidade do rotor da esquerda ou diminuir a velocidade do rotor da direita;
- ✓ Ir para frente: aumentar a velocidade do rotor do fundo ou diminuir a velocidade do rotor da frente;

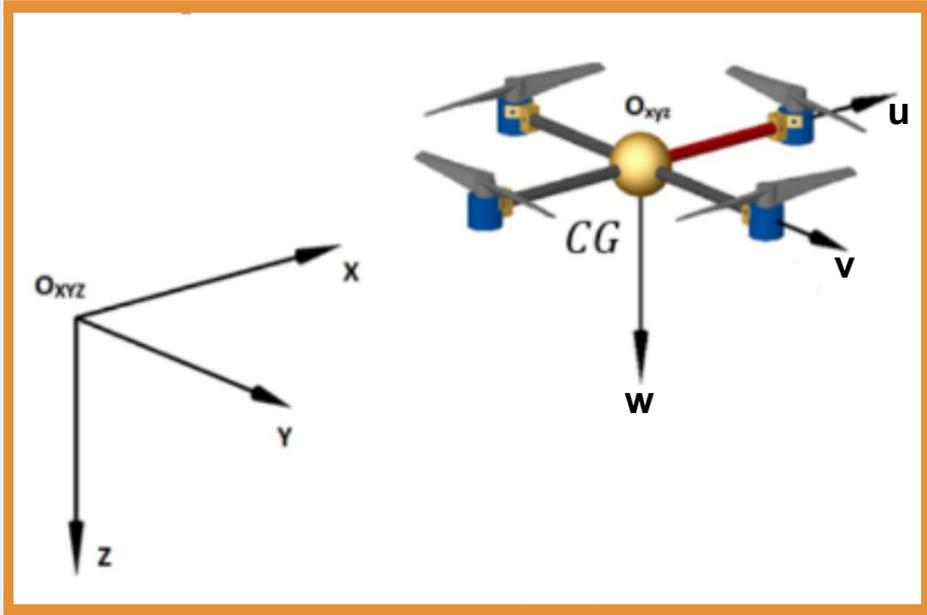
HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

Hipóteses Simplificadoras

- ✓ Corpo rígido;
- ✓ Gravidade constante com a altura;
- ✓ Centro de gravidade coincide com o centro geométrico;
- ✓ Força de arrasto e força do vento aplicadas no centro de massa;
- ✓ Únicos elementos com massa são os rotores e a caixa central com os componentes elétricos.

MODELO FÍSICO

Modelo Físico



- ✓ Cinco massas pontuais;
- ✓ Referencial fixo à Terra:
 - ✓ Eixos: x, y, z
 - ✓ Ângulos: φ, θ, ψ
- ✓ Referencial fixo ao drone:
 - ✓ Eixos: u, v, w
 - ✓ Ângulos: p, q, r

MODELO DINÂMICO

Modelo Dinâmico

✓ Matriz de rotação:

Escrever a matriz de rotação em torno dos eixos x , y , z pelos ângulos de Euler e multiplicar na ordem z - y - x .



Obtemos a Matriz rotação que descreve a rotação do referencial fixo ao corpo em relação ao referencial inercial fixo a terra



Associar as velocidades do referencial fixo e do móvel

Modelo Dinâmico

✓ Matriz de rotação

Matriz
rotação

$$R_{zyx}(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\psi - s\psi c\phi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\varphi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\varphi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - s\phi c\psi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}$$

Modelo Dinâmico

✓ Matriz transformação:

Escrever as velocidades angulares do referencial móvel em relação referencial fixo através das matrizes rotações



Obtemos uma matriz que relaciona as velocidades angulares em relação ao referencial fixo as velocidades angulares em relação ao referencial móvel

Modelo Dinâmico

✓ Matriz transformação

Matriz para
transformações
angulares:



$$T = \begin{bmatrix} 1 & s(\phi)t(\theta) & c(\phi)t(\theta) \\ 0 & c(\phi) & -s(\phi) \\ 0 & \frac{s(\phi)}{c(\theta)} & \frac{c(\phi)}{c(\theta)} \end{bmatrix}$$

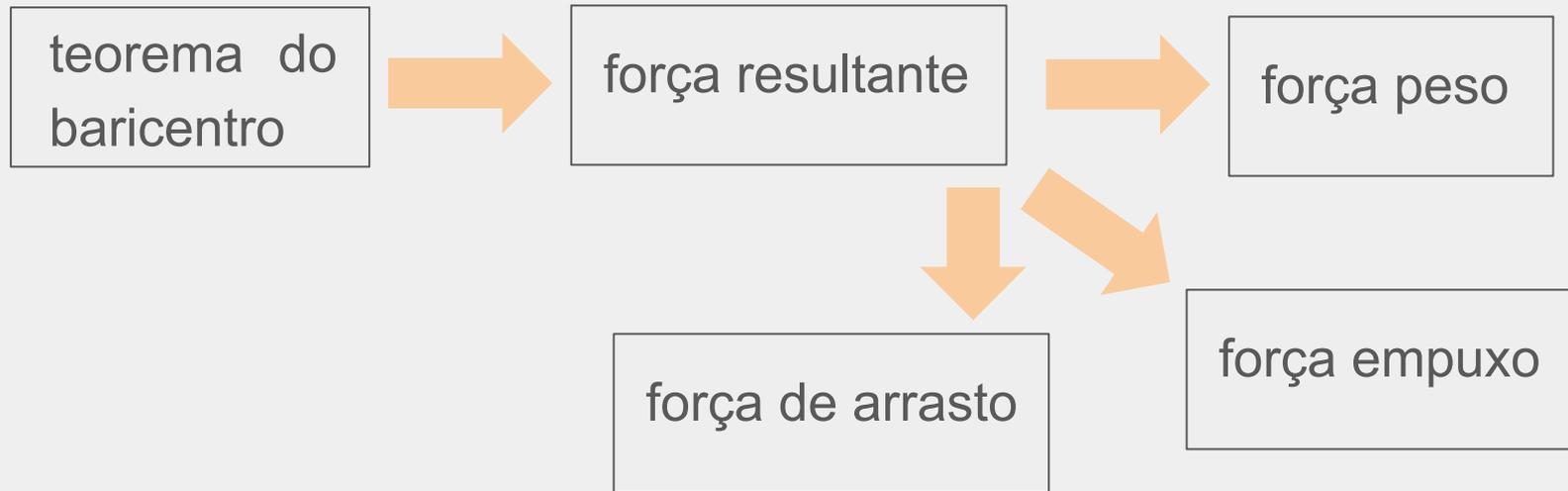
Modelo Dinâmico

✓ Equações de movimento

$$\begin{cases} \dot{x} = w[s(\phi)s(\psi) + c(\phi)c(\psi)s(\theta)] - v[c(\phi)s(\psi) - c(\psi)s(\phi)s(\theta)] + u[c(\psi)c(\theta)] \\ \dot{y} = v[c(\phi)c(\psi) + s(\phi)s(\psi)s(\theta)] - w[c(\psi)s(\phi) - c(\phi)s(\psi)s(\theta)] + u[c(\theta)s(\psi)] \\ \dot{z} = w[c(\phi)c(\theta)] - u[s(\theta)] + v[c(\theta)s(\phi)] \\ \dot{\phi} = p + r[c(\phi)t(\theta)] + q[s(\phi)t(\theta)] \\ \dot{\theta} = q[c(\phi)] - r[s(\phi)] \\ \dot{\psi} = r\frac{c(\phi)}{c(\theta)} + q\frac{s(\phi)}{c(\theta)} \end{cases}$$

Modelo Dinâmico

✓ Equações de movimento



Modelo Dinâmico

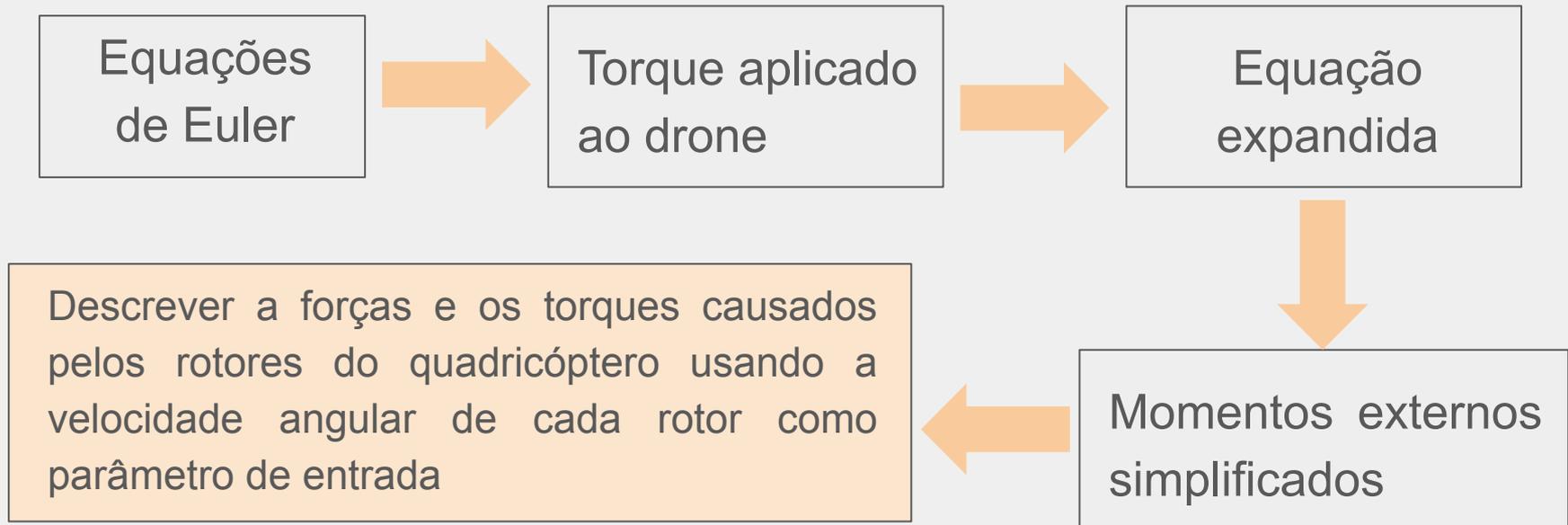
✓ Equações de movimento

Força resultante = Força peso + Força de empuxo - Força de arrasto

$$f_C = mg \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(T_1 + T_2 + T_3 + T_4) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_{ax} \\ f_{ay} \\ f_{az} \end{bmatrix}$$

Modelo Dinâmico

✓ Equações de movimento



Modelo Dinâmico

✓ Equações de movimento

$$\begin{cases} bl (\Omega_3^2 - \Omega_1^2) + \tau_{Vx} = \dot{p}I_x - qrI_y + qrI_z \\ bl (\Omega_4^2 - \Omega_2^2) + \tau_{Vy} = \dot{q}I_y + prI_x - prI_z \\ d (\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) + \tau_{Vz} = \dot{r}I_z - pqI_x + pqI_y \end{cases}$$

ESPAÇOS DE ESTADOS

Espaço de estados

✓ Variáveis de estados

$$X = \left[x \quad y \quad z \quad u \quad v \quad w \quad \phi \quad \theta \quad \psi \quad p \quad q \quad r \right]^T$$

$$\dot{X} = \left[\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad \dot{u} \quad \dot{v} \quad \dot{w} \quad \dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi} \quad \dot{p} \quad \dot{q} \quad \dot{r} \right]^T$$

Espaço de estados



Equações de movimento

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = w[s(\phi)s(\psi) + c(\phi)c(\psi)s(\theta)] - v[c(\phi)s(\psi) - c(\psi)s(\phi)s(\theta)] + u[c(\psi)c(\theta)] \\ \dot{y} = v[c(\phi)c(\psi) + s(\phi)s(\psi)s(\theta)] - w[c(\psi)s(\phi) - c(\phi)s(\psi)s(\theta)] + u[c(\theta)s(\psi)] \\ \dot{z} = w[c(\phi)c(\theta)] - u[s(\theta)] + v[c(\theta)s(\phi)] \\ \dot{\phi} = p + r[c(\phi)t(\theta)] + q[s(\phi)t(\theta)] \\ \dot{\theta} = q[c(\phi)] - r[s(\phi)] \\ \dot{\psi} = r\frac{c(\phi)}{c(\theta)} + q\frac{s(\phi)}{c(\theta)} \\ \dot{u} = -g[s(\theta)] - \frac{f_{ax}}{m} - qw + rv \\ \dot{v} = g[c(\theta)s(\phi)] - \frac{f_{ay}}{m} + pw - ru \\ \dot{w} = g[c(\theta)c(\phi)] - \frac{f_{az}}{m} - \frac{b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2)}{m} - pv + qu \\ \dot{p} = \frac{bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2)}{I_x} + \frac{qr(I_y - I_z)}{I_x} \\ \dot{q} = \frac{bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2)}{I_y} + \frac{pr(I_z - I_x)}{I_y} \\ \dot{r} = \frac{d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2)}{I_z} + \frac{pq(I_x - I_y)}{I_z} \end{array} \right.$$

LINEARIZAÇÃO

Linearização



Matriz de estados e de entrada

Encontrar os parâmetros
e os momentos de inércia



Definir um plano de atuação e um
estado de equilíbrio

Linearização

✓ Matriz de estados e de entrada

Encontrar os parâmetros
e os momentos de inércia



Definir um plano de atuação e um
estado de equilíbrio



Encontrar as matrizes de
estado e entrada com os
planos substituídos



Definir o plano de entrada

Linearização

$$B = \left. \frac{\partial f(t, u)}{\partial u} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{b}{m} & -\frac{b}{m} & -\frac{b}{m} & -\frac{b}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{bl}{I_x} & 0 & \frac{bl}{I_x} & 0 \\ 0 & -\frac{bl}{I_y} & 0 & \frac{bl}{I_y} \\ \frac{d}{I_z} & -\frac{d}{I_z} & \frac{d}{I_z} & -\frac{d}{I_z} \end{bmatrix}$$

Linearização

✓ Matriz $\dot{x}_{\text{ponto}} = Ax + Bu$ linearizada:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \\ u \\ w \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{b}{m} & -\frac{b}{m} & -\frac{b}{m} & -\frac{b}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{bl}{I_y} & 0 & \frac{bl}{I_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix}$$

Linearização

✓ Matriz de saída

$$Y = CX = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \\ u \\ w \\ \theta \\ q \end{bmatrix}$$

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA

Função transferência

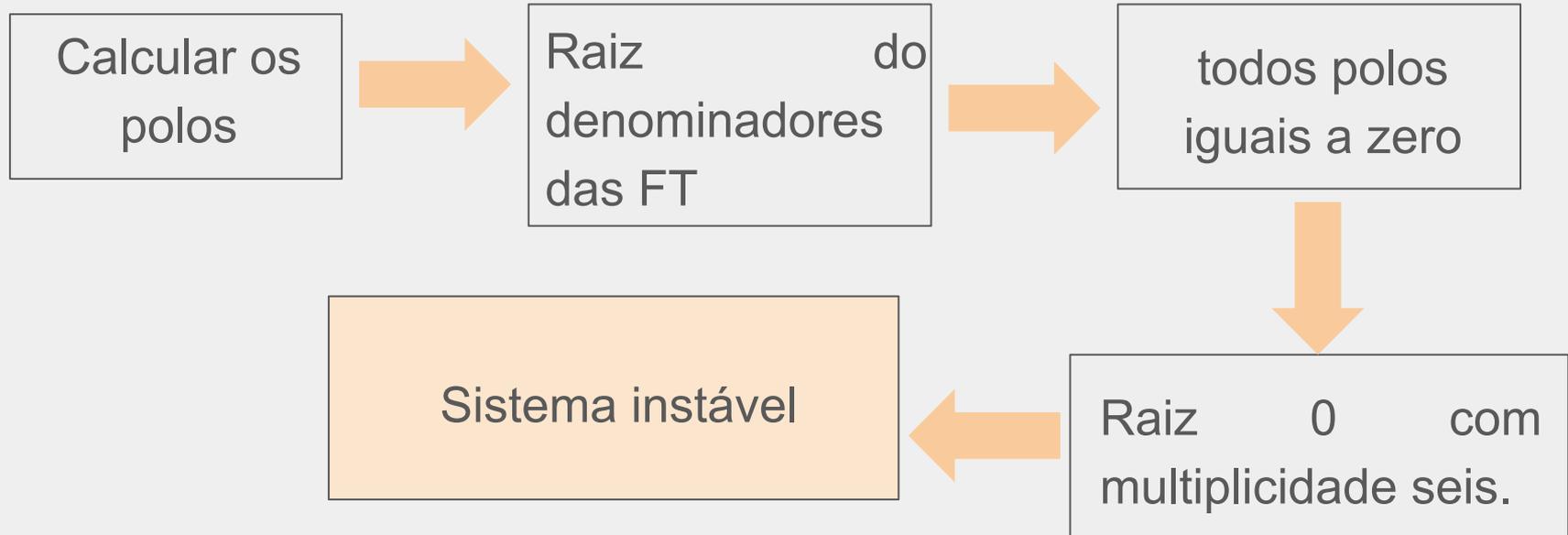


Funções

$$G(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{0.0047256}{s^4} & 0 & -\frac{0.0047256}{s^4} \\ -\frac{-0.00002}{s^2} & -\frac{-0.00002}{s^2} & -\frac{-0.00002}{s^2} & -\frac{-0.00002}{s^2} \\ 0 & \frac{0.0047256}{s^3} & 0 & -\frac{0.0047256}{s^3} \\ \frac{-0.00002}{s} & \frac{-0.00002}{s} & \frac{-0.00002}{s} & \frac{-0.00002}{s} \\ 0 & \frac{-0.0004817}{s^2} & 0 & \frac{0.0004817}{s^2} \\ 0 & \frac{-0.0004817}{s} & 0 & \frac{0.0004817}{s} \end{bmatrix}$$

Função transferência

✓ Polos e estabilidade

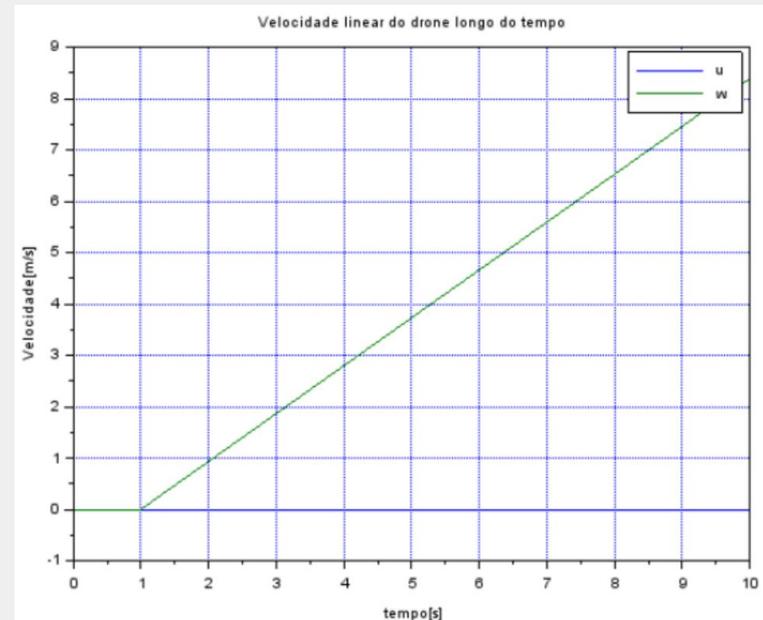
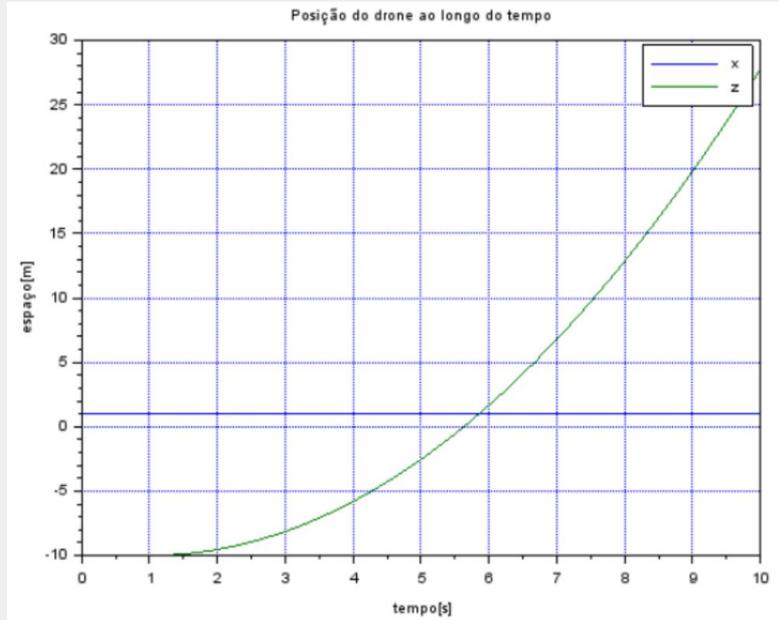


SIMULAÇÃO

Simulação



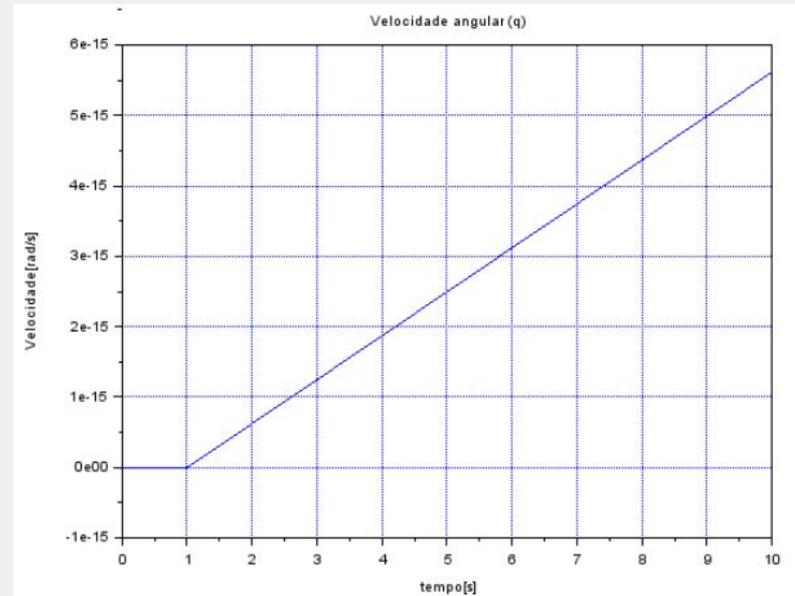
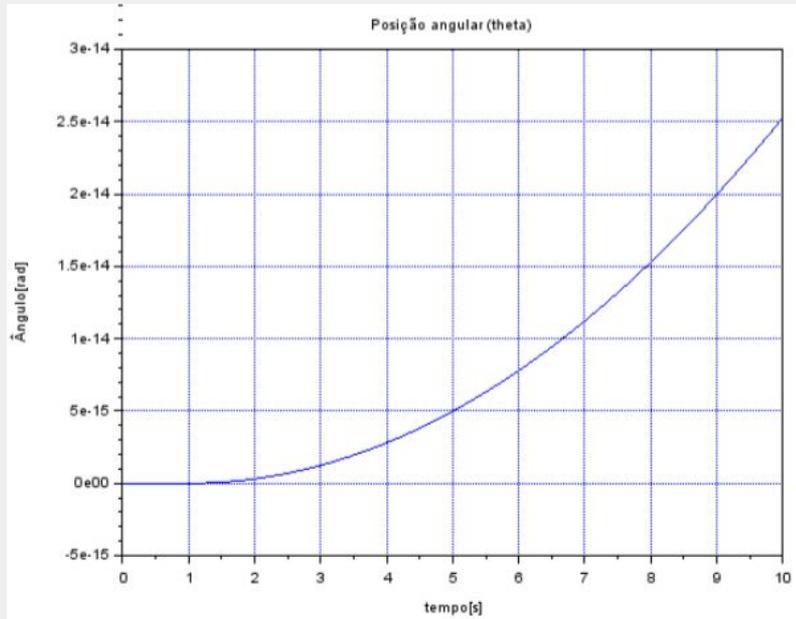
Drone subindo



Simulação



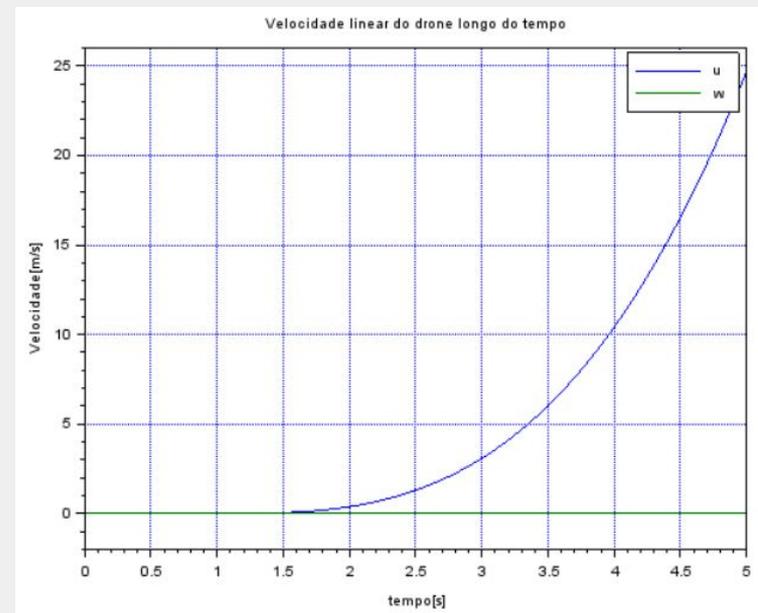
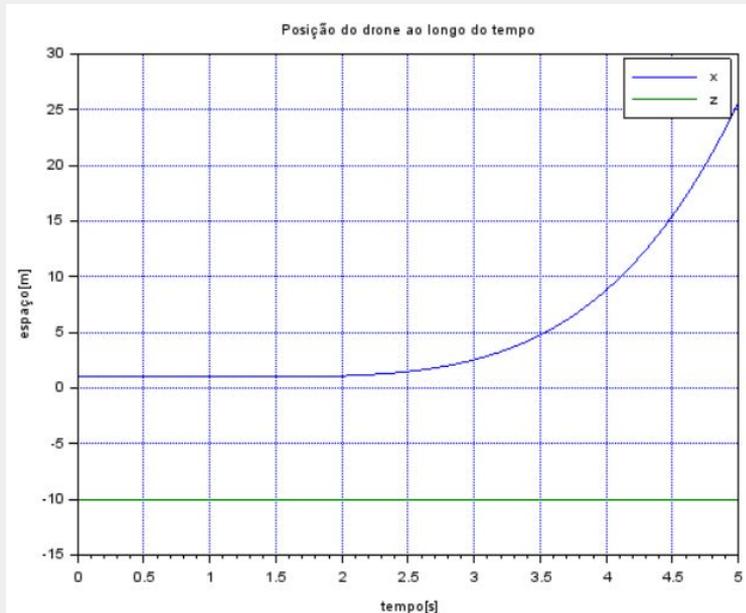
Drone subindo



Simulação



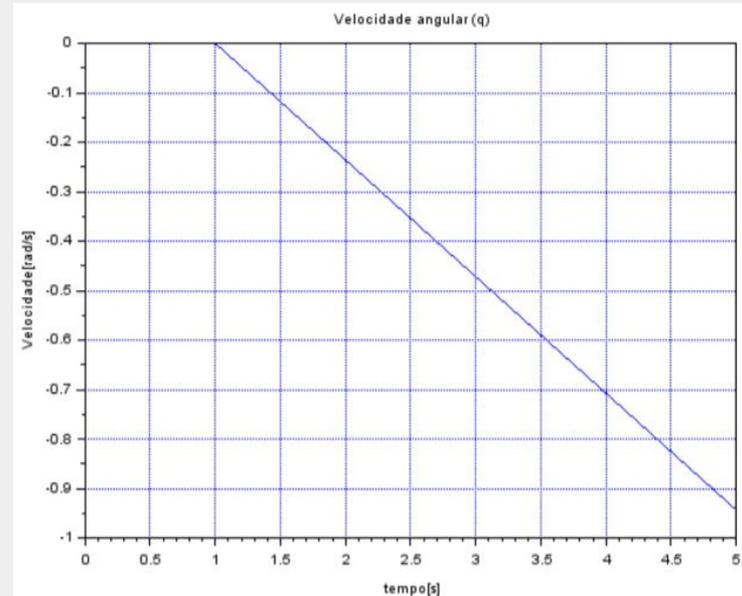
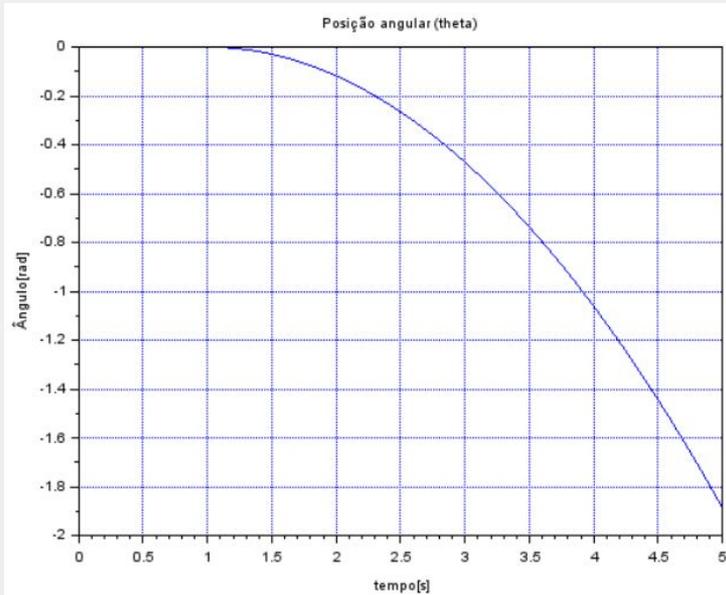
Drone se deslocando lateralmente



Simulação



Drone se deslocando lateralmente



Simulação



Diagrama de Bode - saída x

Figura 23 – Entrada u2 saída x

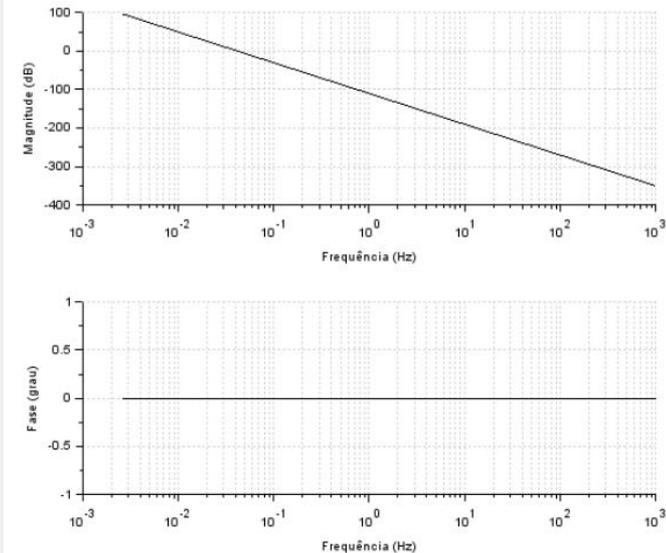
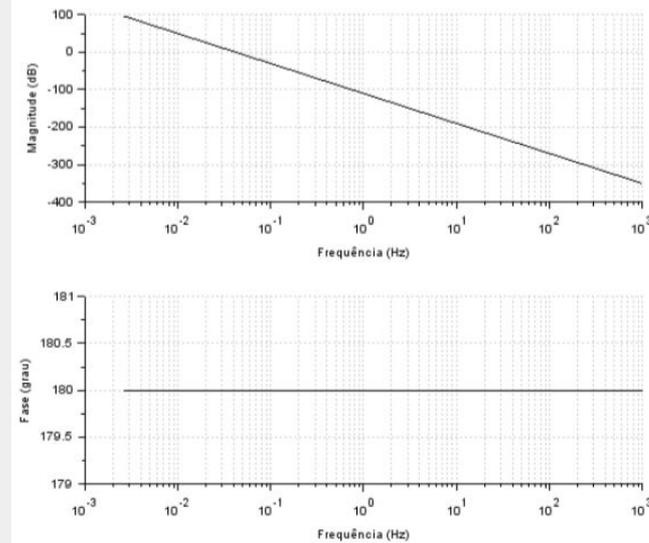


Figura 24 – Entrada U4 saída x



Simulação



Diagrama de Bode - Saída theta

Figura 29 – Entrada U2 saída θ

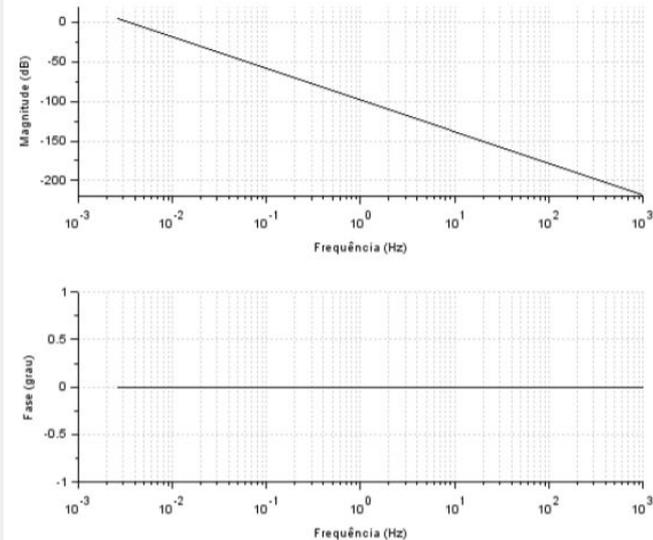
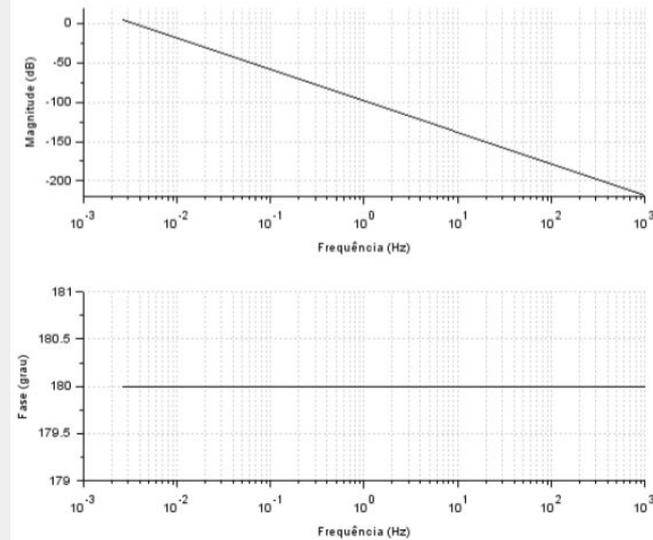


Figura 30 – Entrada U4 saída θ



Simulação



Diagrama de Bode - Saída w

