

TRABALHO - T1

A background image of a spacecraft in orbit above Earth. The spacecraft is partially visible on the right side, with solar panels extending outwards. The Earth's surface is visible below, showing clouds and the horizon. The sky is dark with stars.

PME 3380 - MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

Cássio Murakami - 10773798

Gabriel Barbosa Paganini - 10772539

Henrique Kuhlmann - 10772672

João Otávio Tanaka de Oliveira - 10772842

01

INTRODUÇÃO AO PROBLEMA

Contextualização do tema e apresentação do problema e objetivos

02

MODELO DINÂMICO

Apresentação do modelo do satélite, modelo do motor elétrico e modelo roda de reação.

03

MODELO MATEMÁTICO

Exposição do vetor de estado e do processo de linearização do sistema.

04

RESULTADOS

Análise dos gráficos e funções obtidas das simulações.

05

CONCLUSÃO

Considerações finais e agradecimentos.

06

REFERÊNCIAS

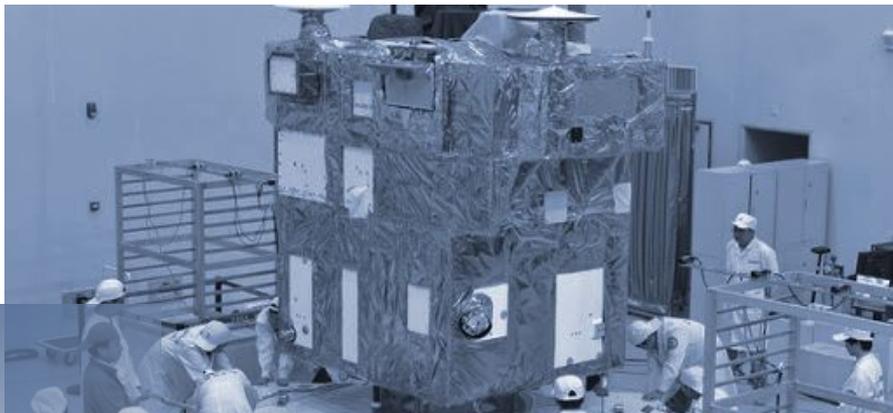
INTRODUÇÃO AO PROBLEMA

01



INTRODUÇÃO AO PROBLEMA

- Atualmente, a maioria das telecomunicações dependem dos **satélites artificiais**;
 - Outros serviços essenciais também dependem deles para funcionar, como o sistema de posicionamento global (GPS);
-



Fontes: INPE (2014) e NASA (1999)

OBJETIVOS

- Entretanto, para que o satélite faça a transmissão perfeita da sua informação, é necessária a sua **estabilização** e domínio total sobre sua movimentação;
 - Logo, deseja-se modelar um satélite controlado por rodas de reação acionadas por motores elétricos, no qual não se considera translação do centro de massa.
-

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

KIM, S; KIM, Y.

Spin-axis stabilization of a rigid spacecraft using two reaction wheels

CABETTE, R. E. S.

Estabilidade do movimento rotacional de satélites artificiais



CANAL, I.; VALDIERO, A.

Modelagem matemática de motor de corrente contínua e análise dinâmica

VIEGAS, W; WALDMANN, J.

Estudo de viabilidade do controle de atitude do satélite universitário ITASAT empregando duas rodas de reação

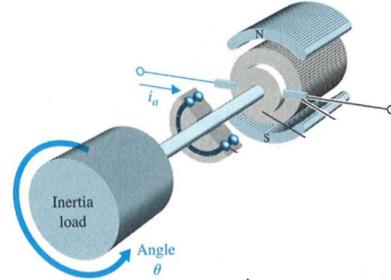
MODELO DINÂMICO



02

MODELO DINÂMICO

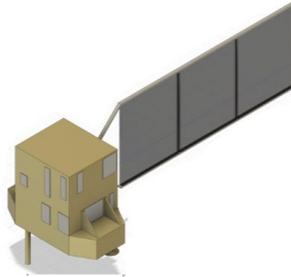
Modelo
Motor elétrico



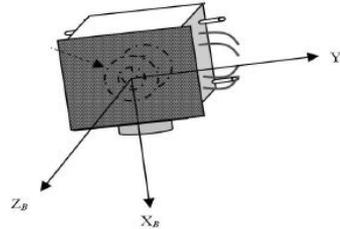
Modelo
Integrado



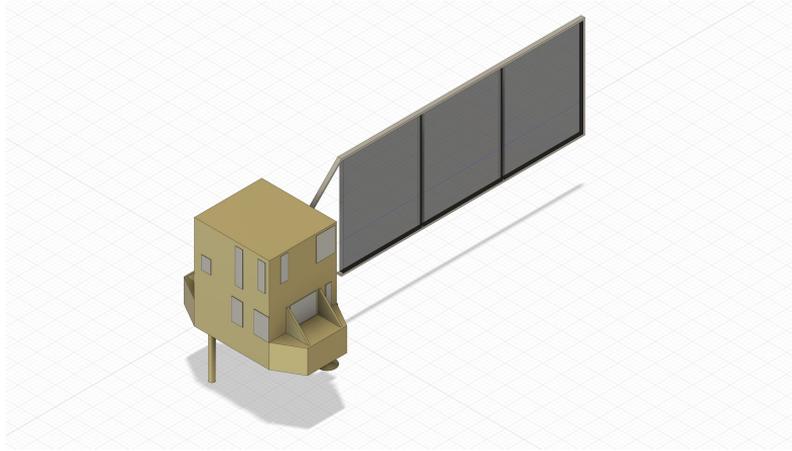
Modelo
Satélite



Modelo
Rodas de reação



MODELO SATÉLITE



Momentos principais de inércia :

$$I_x = 9840,05 \text{ kg m}^2$$

$$I_y = 9558,05 \text{ kg m}^2$$

$$I_z = 2520,89 \text{ kg m}^2$$

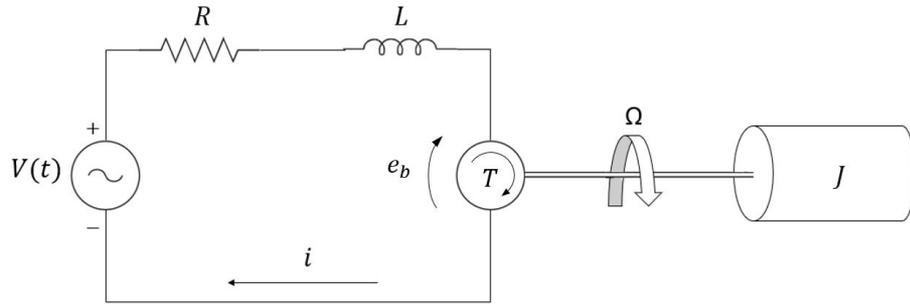
Teorema do momento da quantidade de movimento:

$$\begin{cases} M_x = I_x \dot{\omega}_x - (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \\ M_y = I_y \dot{\omega}_y - (I_z - I_x) \omega_x \omega_z \\ M_z = I_z \dot{\omega}_z - (I_x - I_y) \omega_x \omega_y \end{cases}$$

Momentos externos:

$$\begin{cases} M_x \\ M_y \\ M_z \end{cases} = \begin{cases} \text{Motor elétrico.} \\ \text{Rodas de reação.} \end{cases}$$

MODELO MOTOR ELÉTRICO



$V(t)$ - Fonte de tensão (Entrada)

R - Resistência da armadura

L - Indutância da armadura

K_b - Constante do campo

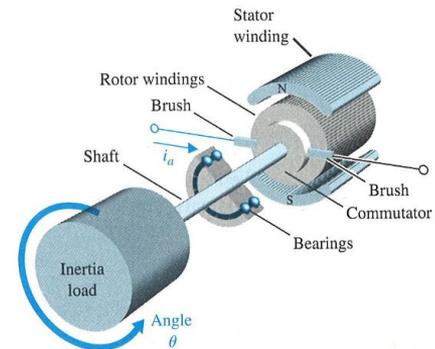
K - Constante do motor

Das leis de Kirchhoff:

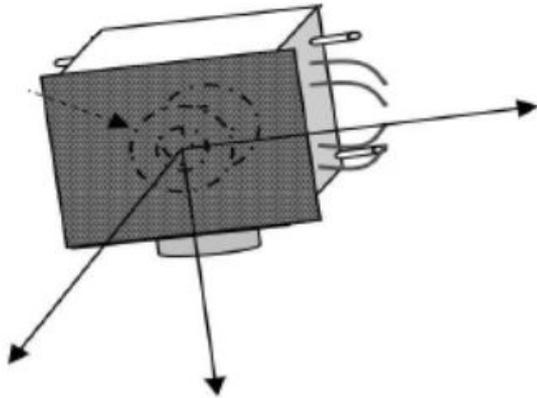
$$L \frac{di}{dt} + Ri + K_b \Omega = V(t)$$

Torque do motor:

$$T(t) = Ki(t)$$



MODELO RODAS DE REAÇÃO



Fonte: SciELO

- Serão acopladas os sistemas de motor elétrico e das rodas de reação nos eixos X e Y.
- Do teorema do momento da quantidade de movimento:

Roda de reação em X

$$\begin{cases} J\dot{\omega}_x + h_x = T_x \\ J\omega_x\omega_z + h_x\omega_z = T_{xy} \\ -J\omega_x\omega_y - h_x\omega_y = T_{xz} \end{cases}$$

Roda de reação em Y

$$\begin{cases} -J\omega_y\omega_z - h_y\omega_z = T_{yx} \\ J\dot{\omega}_y + h_y = T_y \\ J\omega_x\omega_y + h_y\omega_x = T_{yz} \end{cases}$$

MODELO INTEGRADO



Fonte: INPE (2018)

Sistema diferencial não linear completo

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x = (I_y + J - I_z) \omega_y \omega_z + h_y \omega_z - K i_x \\ I_y \dot{\omega}_y = (I_z - I_x - J) \omega_x \omega_z - h_x \omega_z - K i_y \\ I_z \dot{\omega}_z = (I_x - I_y) \omega_x \omega_y + h_x \omega_y - h_y \omega_x \\ L \dot{i}_x + R i_x + \frac{K_b}{J} h_x = V_x(t) \\ L \dot{i}_y + R i_y + \frac{K_b}{J} h_y = V_y(t) \\ \dot{h}_x = K i_y - J \omega_x \\ \dot{h}_y = K i_x - J \omega_y \end{cases}$$

MODELO MATEMÁTICO

A satellite is shown in orbit above the Earth. The satellite has a central body with various instruments and two long solar panel arrays extending outwards. The Earth's surface is visible below, showing clouds and landmasses. The background is the dark space of the universe with many stars.

03

VETOR DE ESTADOS

- Manipulação algébrica;
- Estruturação para solução numérica;
- Difícil análise.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_x = \frac{I_y + J - I_z}{I_x} \omega_y \omega_z + \frac{1}{I_x} h_y \omega_z - \frac{K}{I_x} i_x \\ \dot{\omega}_y = \frac{I_z - I_x - J}{I_y} \omega_x \omega_z - \frac{1}{I_y} h_x \omega_z - \frac{K}{I_y} i_y \\ \dot{\omega}_z = \frac{I_x - I_y}{I_z} \omega_x \omega_y + \frac{1}{I_z} h_x \omega_y - \frac{1}{I_z} h_y \omega_x \\ \dot{i}_x = -\frac{R}{L} i_x - \frac{K_b}{JL} h_x + \frac{1}{L} V_x(t) \\ \dot{i}_y = -\frac{R}{L} i_y - \frac{K_b}{JL} h_y + \frac{1}{L} V_y(t) \\ \dot{h}_x = -\frac{J(I_x + J - I_z)}{I_x} \omega_y \omega_z - \frac{J}{I_x} h_y \omega_z + \frac{K(I_x + J)}{I_x} i_x \\ \dot{h}_y = -\frac{J(I_z - I_x - J)}{I_y} \omega_x \omega_z + \frac{J}{I_y} h_x \omega_z + \frac{K(I_y + J)}{I_y} i_y \end{array} \right.$$

LINEARIZAÇÃO

- Termos não lineares no sistema de equações diferenciais;
- Linearização em torno de um ponto * de operação;
- Rotação em torno do eixo de menor inércia;
- Mudança de variáveis.

$$\dot{x}_i' = \dot{x}_i^* + \sum_{j=1}^7 \left. \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_j} \right|_* x_j + \sum_{j=1}^2 \left. \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial u_j} \right|_* u_j$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \omega_x \\ x_2 = \omega_y \\ x_3 = \omega_z \\ x_4 = i_x \\ x_5 = i_y \\ x_6 = h_x - h_x^* \\ x_7 = h_y - h_y^* \\ u_1 = V_x \\ u_2 = V_y \end{array} \right.$$

LINEARIZAÇÃO

- Sistema linear depende de parâmetros e pontos de operação;
- Escopo da validade do modelo linearizado;
- Ponto de equilíbrio.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \beta_1 & \gamma_1 & \delta_1 & 0 & 0 & \eta_1 \\ \alpha_2 & 0 & \gamma_2 & 0 & \epsilon_2 & \zeta_2 & 0 \\ \alpha_3 & \beta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_4 & 0 & 0 & \delta_4 & 0 & \zeta_4 & 0 \\ 0 & \beta_5 & 0 & 0 & \epsilon_5 & 0 & \eta_5 \\ 0 & \beta_6 & \gamma_6 & \delta_6 & 0 & \zeta_6 & 0 \\ \alpha_7 & 0 & \gamma_7 & 0 & \epsilon_7 & 0 & \eta_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ a & 0 \\ 0 & a \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega^* = 0 \\ \omega_x^* = 0 \\ \omega_y^* = 0 \\ h_x^* = \frac{JV_x}{K_b} \\ h_y^* = \frac{JV_y}{K_b} \\ i_x^* = 0 \\ i_y^* = 0 \end{array} \right.$$

RESULTADOS

A satellite is shown in orbit above the Earth. The satellite has a central body with various instruments and two long, rectangular solar panel arrays extending outwards. The Earth's surface is visible below, showing clouds and landmasses. The background is the dark space of the planet, filled with stars. A semi-transparent blue rectangular box is overlaid on the upper left portion of the image, containing the word 'RESULTADOS' in white, bold, sans-serif capital letters.

04

RESULTADO DAS SIMULAÇÕES

- Código *Scilab* : resolução numérica do sistema de equações.
- Modelos base:
 - Satélite CBERS 4;
 - Motor elétrico.
- Parâmetros de simulação:

K [Nm/A]	K_b [Vs/rad]	R [Ω]	L [H]	J [kgm^2]	V [V]
10	0,001	4,0	0,001	0,7	12 V

CONDIÇÕES INICIAIS

Primeiro conjunto:

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z > 0;$$

Segundo conjunto:

$$\omega_y = 4\omega_x, \omega_x = \omega_z > 0;$$

Terceiro conjunto:

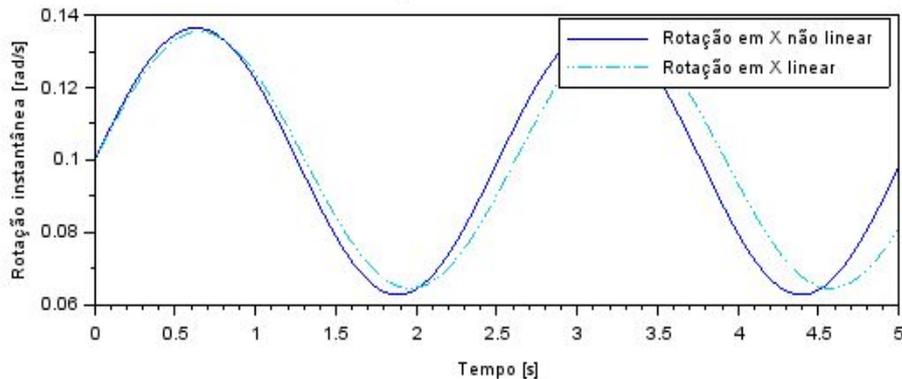
$$\omega_x = 4\omega_y, \omega_x = \omega_z > 0;$$

Quarto conjunto:

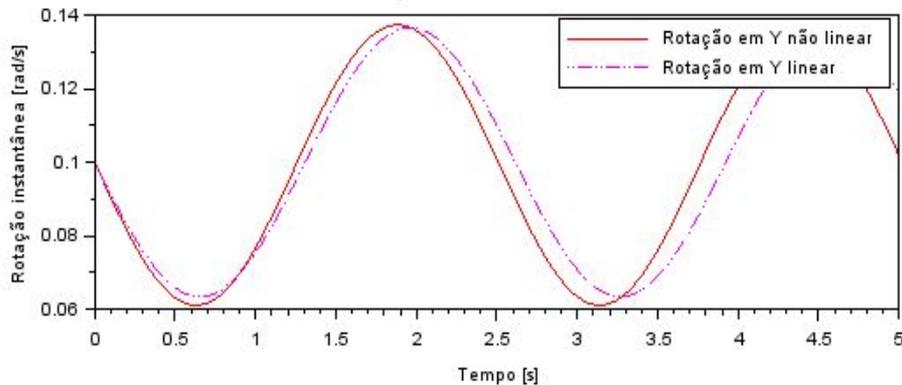
$$\omega_x = \omega_y = \omega_z < 0.$$

PRIMEIRO CONJUNTO: $\omega_x = \omega_y = \omega_z > 0$

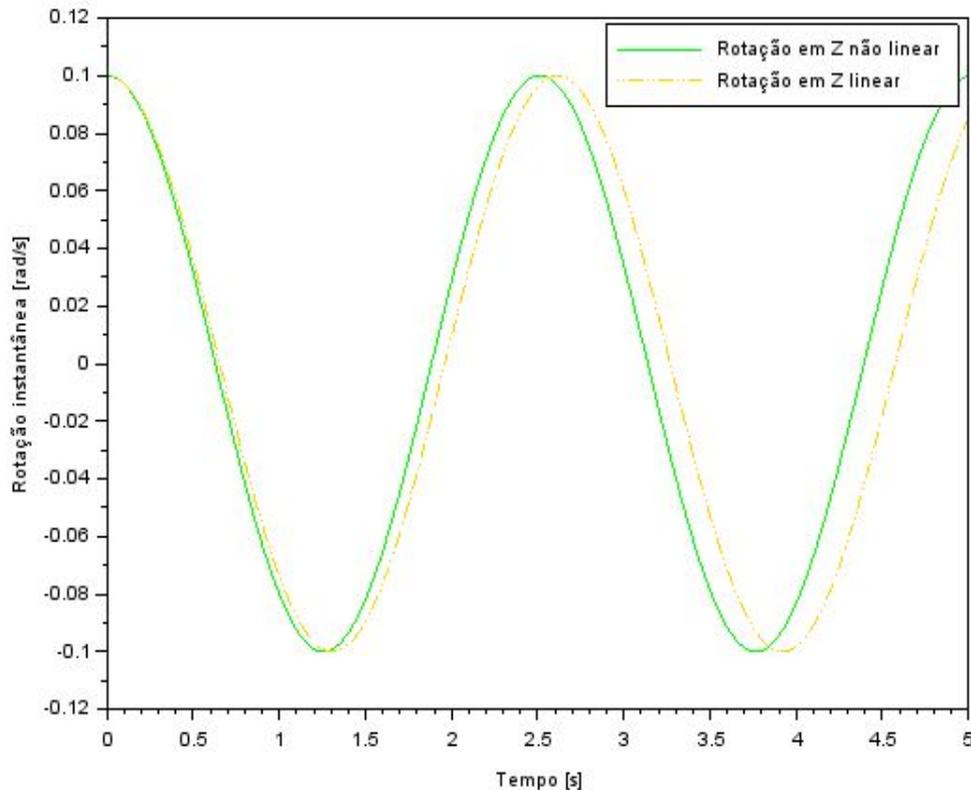
Rotação instantânea X do satélite



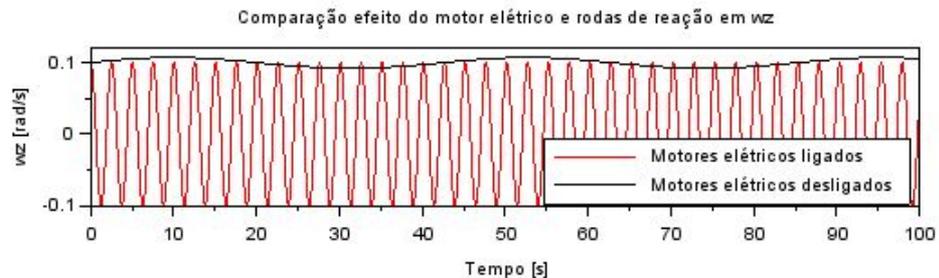
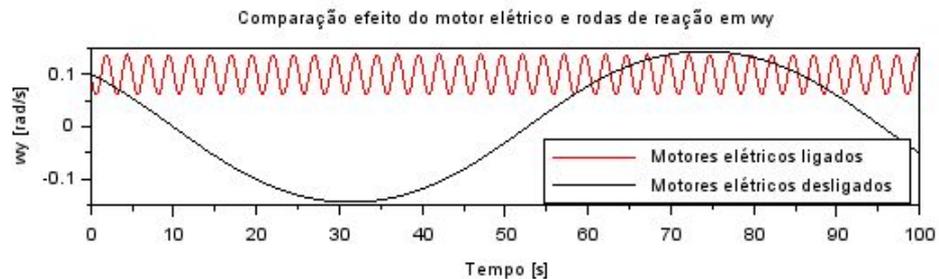
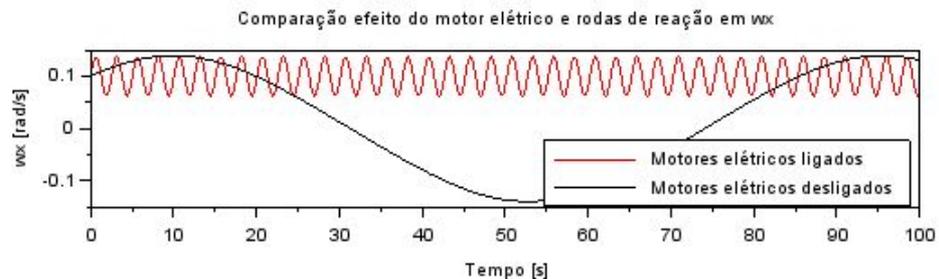
Rotação instantânea Y do satélite



Rotação instantânea Z do satélite

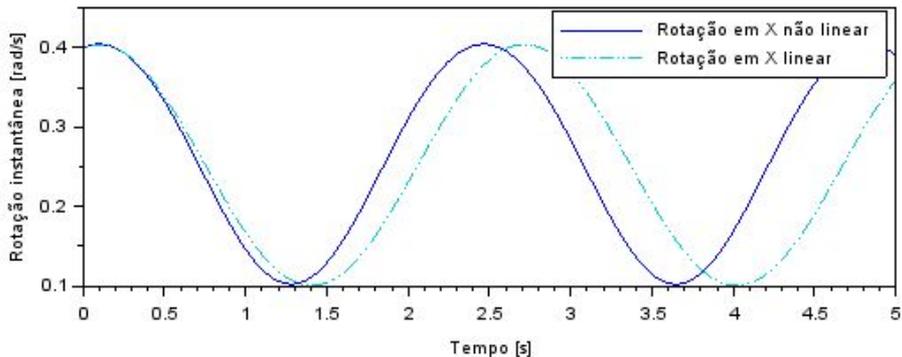


PRIMEIRO CONJUNTO: $\omega_x = \omega_y = \omega_z > 0$

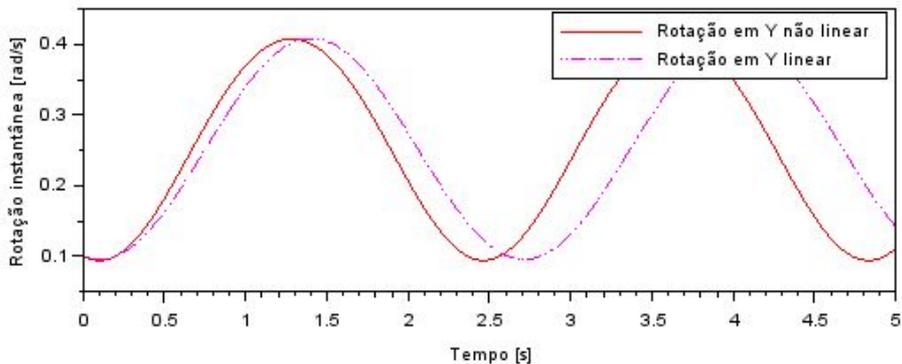


SEGUNDO CONJUNTO: $\omega_y = 4\omega_x$, $\omega_x = \omega_z > 0$;

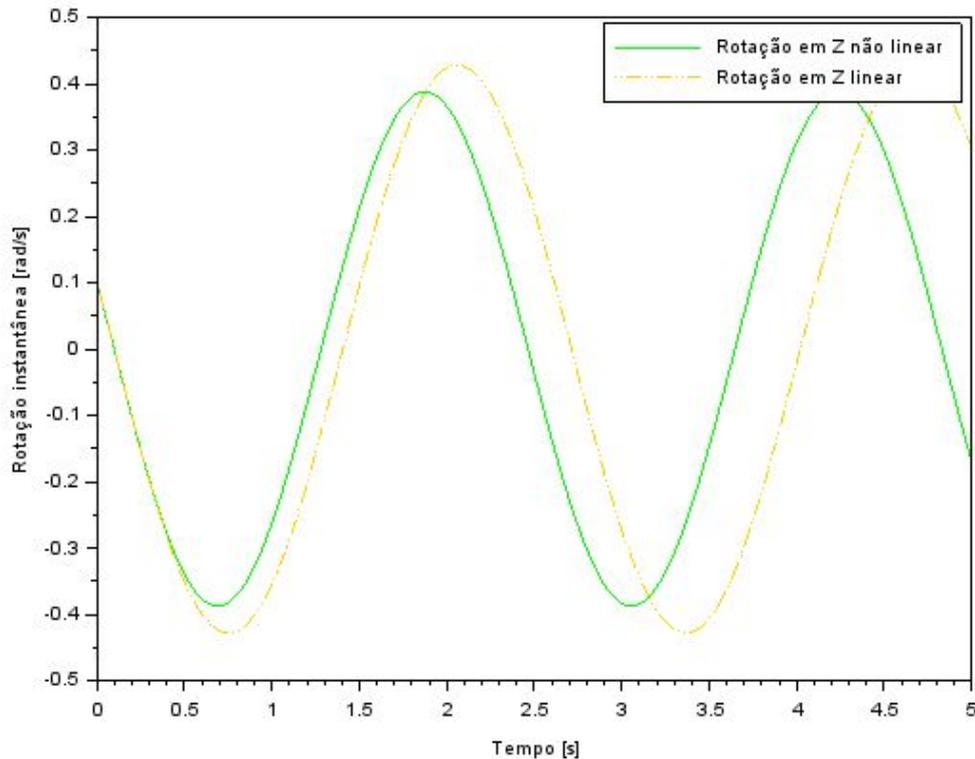
Rotação instantânea X do satélite



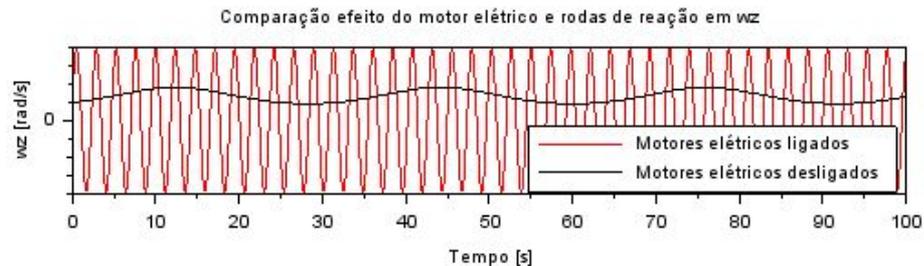
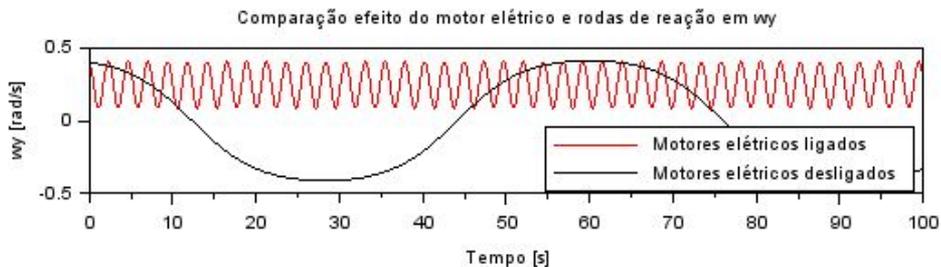
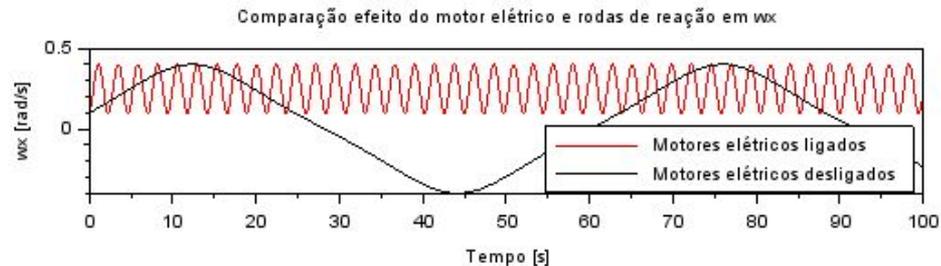
Rotação instantânea Y do satélite



Rotação instantânea Z do satélite

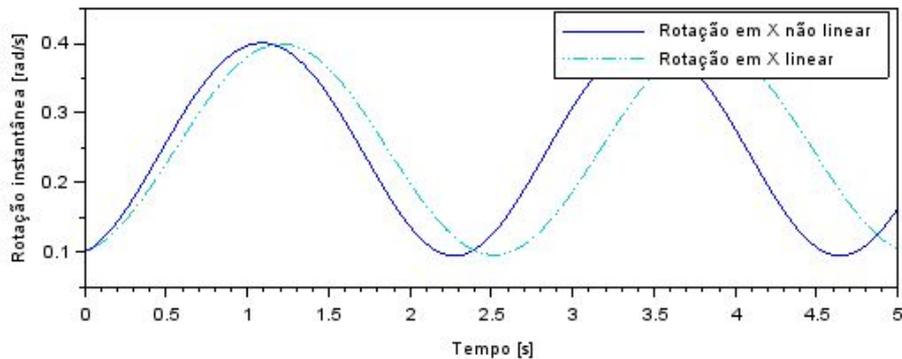


SEGUNDO CONJUNTO: $\omega_y = 4\omega_x$, $\omega_x = \omega_z > 0$

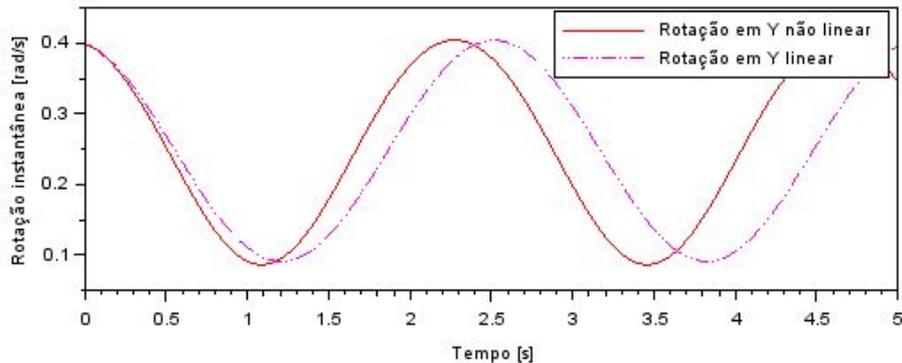


TERCEIRO CONJUNTO: $\omega_x = 4\omega_y$, $\omega_x = \omega_z > 0$

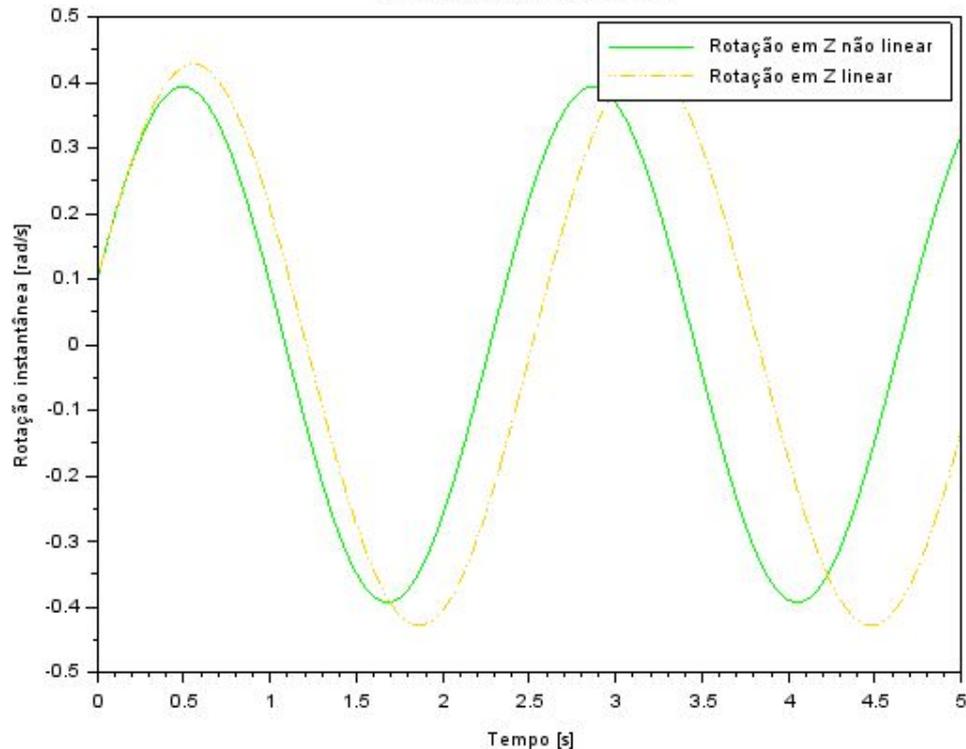
Rotação instantânea X do satélite



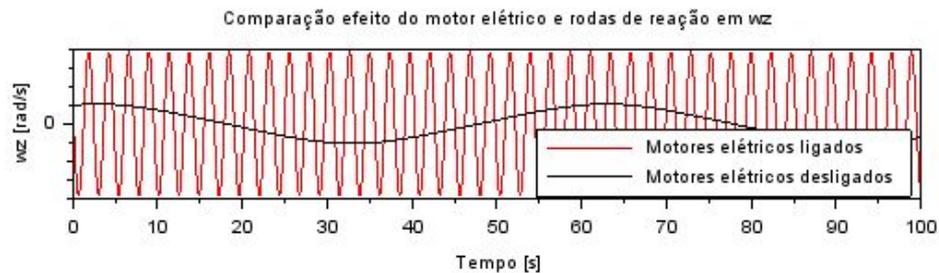
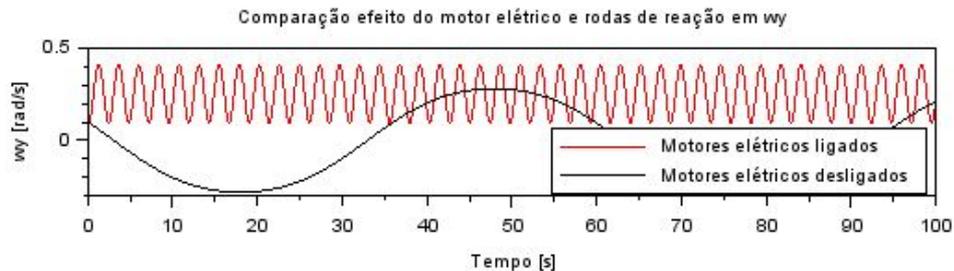
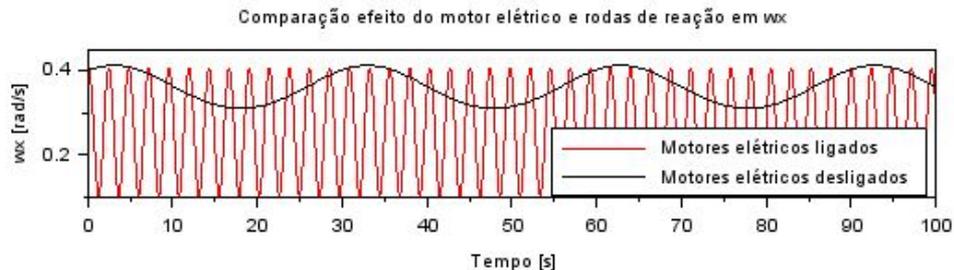
Rotação instantânea Y do satélite



Rotação instantânea Z do satélite

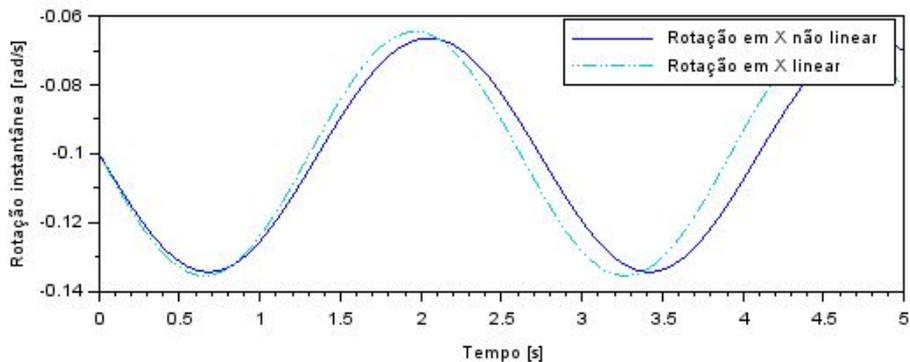


TERCEIRO CONJUNTO: $\omega_x = 4\omega_y$, $\omega_x = \omega_z > 0$

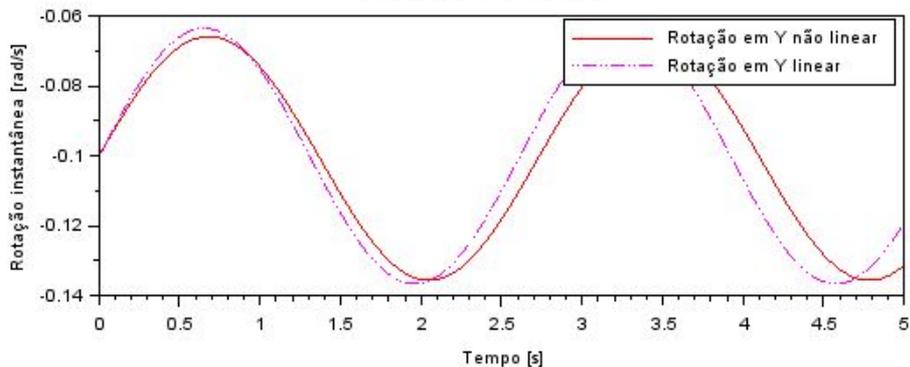


QUARTO CONJUNTO: $\omega_x = \omega_y = \omega_z < 0$;

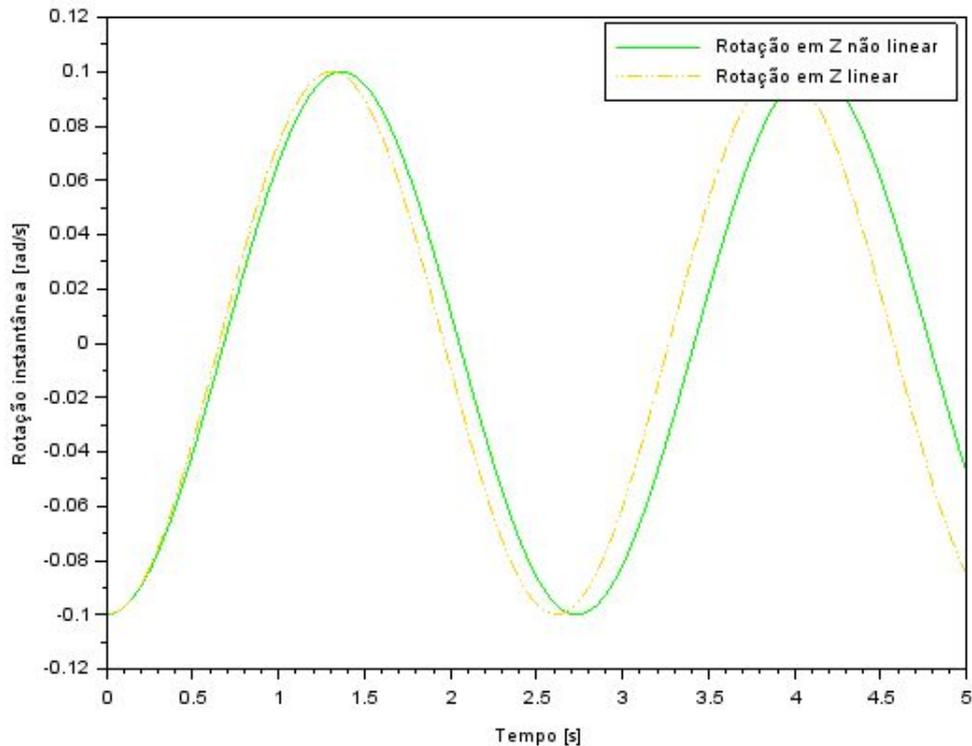
Rotação instantânea X do satélite



Rotação instantânea Y do satélite

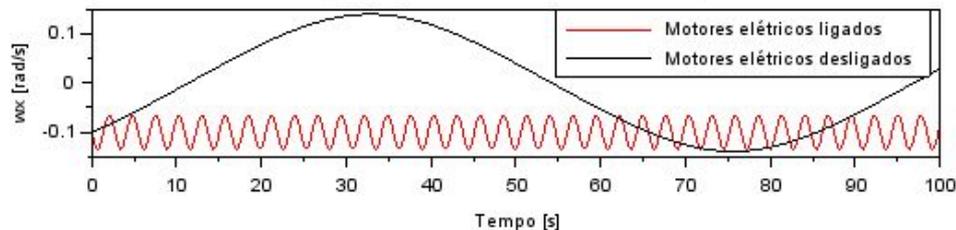


Rotação instantânea Z do satélite

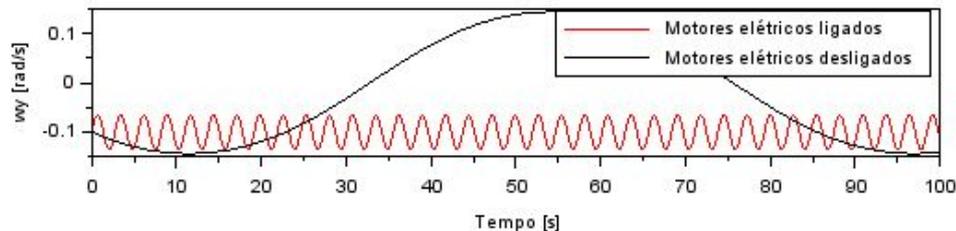


QUARTO CONJUNTO: $\omega_x = \omega_y = \omega_z < 0$;

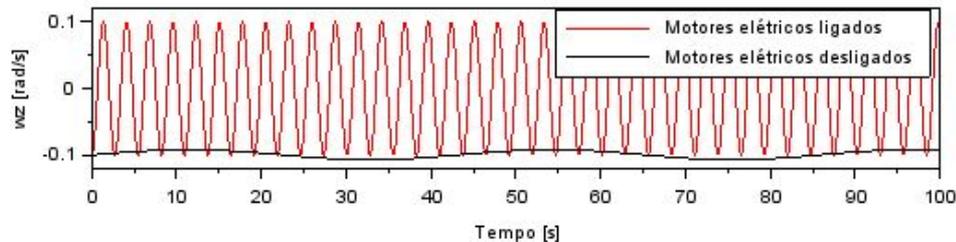
Comparação efeito do motor elétrico e rodas de reação em w_x



Comparação efeito do motor elétrico e rodas de reação em w_y



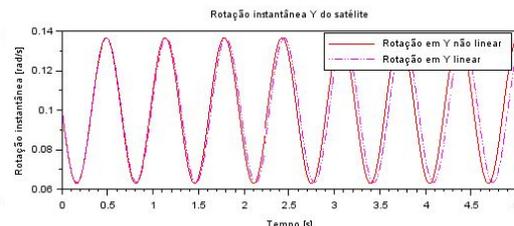
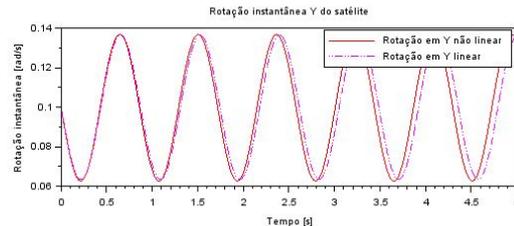
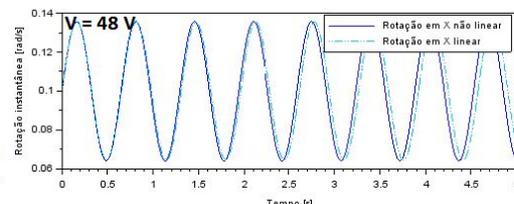
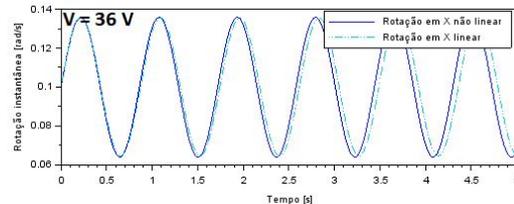
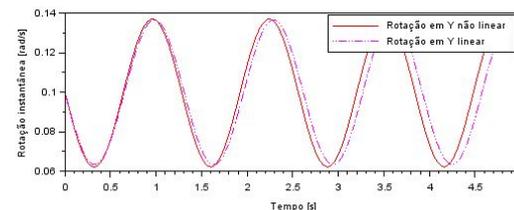
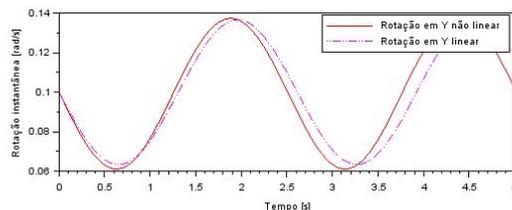
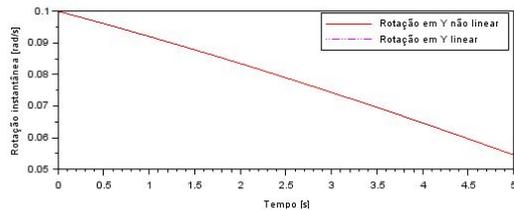
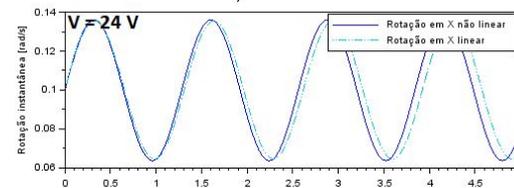
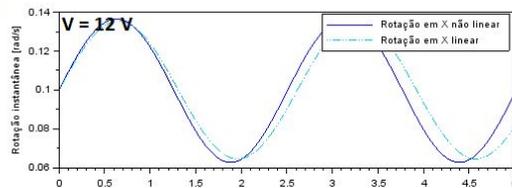
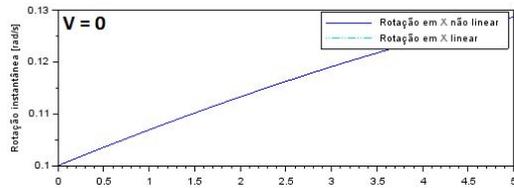
Comparação efeito do motor elétrico e rodas de reação em w_z



ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

- Foi escolhido o **Primeiro Conjunto** de condições iniciais;
 - Objetivo: comparar a resposta do sistema submetido a diferentes parâmetros;
- Parâmetro mais sensível: diferença de potencial
 - Motivo: motor pode operar em diferentes potenciais.
- Valores testados para a diferença de potencial
 - 0 V (motor desligado) , 12 V , 24 V , 36 V e 48 V;
 - Motivo: Ligar até 4 baterias de 12 V em série.

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE



ANÁLISE DE ESTABILIDADE

- Análise dos polos;
- Critério de estabilidade de Routh-Hurwitz;
- Equilíbrio estável;
- Instável para rotações levemente fora do equilíbrio.

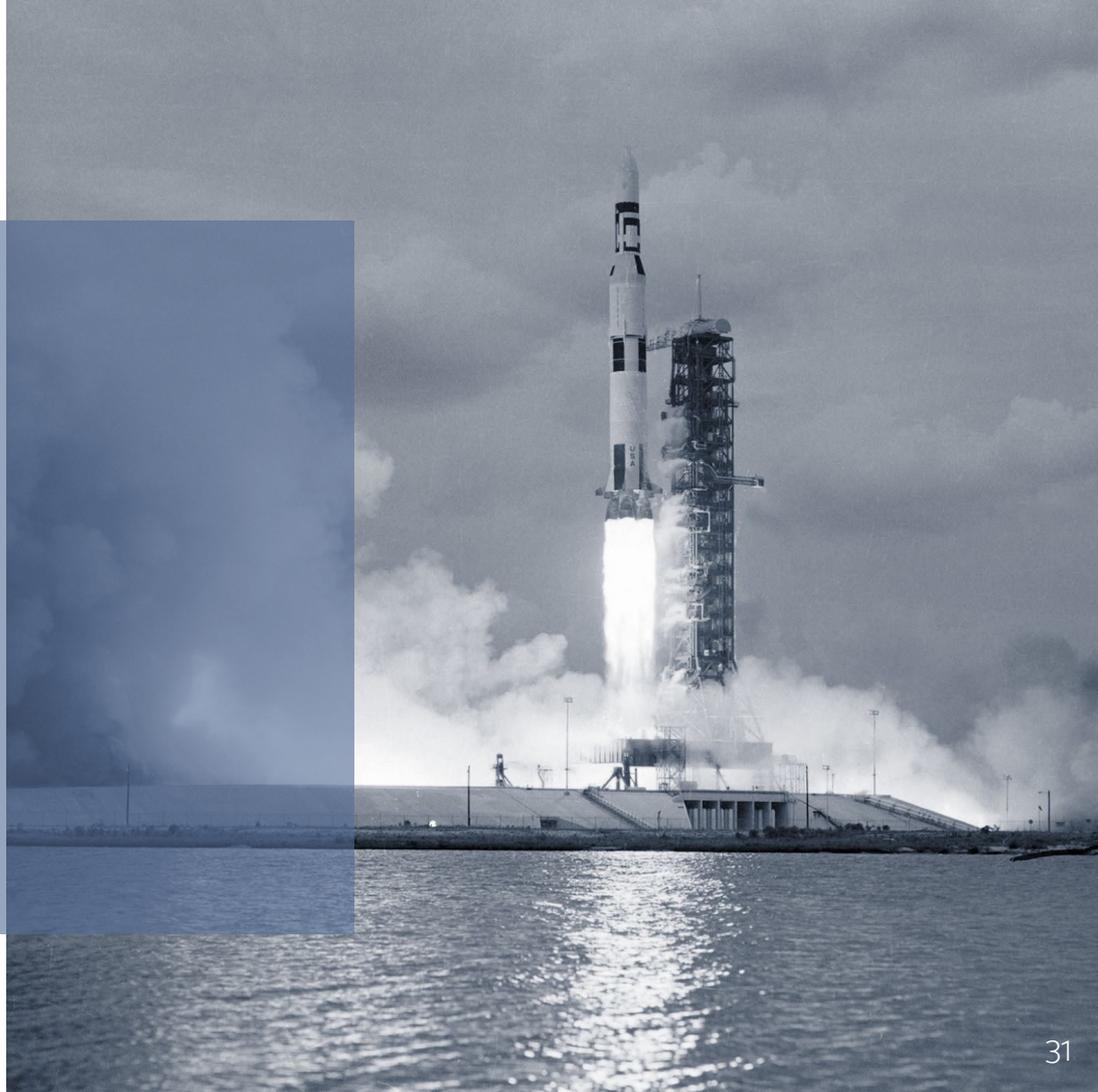
s^7	1	$1,6 \cdot 10^7$	$9 \cdot 10^7$	563
s^6	$8 \cdot 10^3$	$1,3 \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^5$	0
s^5	$1,6 \cdot 10^7$	$9 \cdot 10^7$	563	0
s^4	$8 \cdot 10^3$	$4,5 \cdot 10^5$	0	0
s^3	$8 \cdot 10^3$	563	0	0
s^2	$4,4 \cdot 10^5$	0	0	0
s^1	563	0	0	0
s^0	563	0	0	0

CONCLUSÃO

- Análise dos sistemas físicos estudados;
- Código de simulação numérica;
- Análise de estabilidade e sensibilidade;
- Aderência com o modelo proposto.

PRÓXIMOS PASSOS

- Controle das rodas de reação;
- Estabilidade completa do sistema.



REFERÊNCIAS

- CABETTE, R. E. S. Estabilidade do movimento rotacional de satélites artificiais. Tese(Doutorado) — Dissertação de doutorado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São . . . , 2006.
- CANAL, I.; VALDIERO, A.; REIMBOLD, M. Modelagem matemática de motor de corrente contínua e análise dinâmica. Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, 2017.
- DAVIS, L. P. et al. Hubble space telescope reaction wheel assembly vibration isolation system. NASA Marshall Space Flight Center, Huntsville, Alabama, v. 9, 1986.
- GONÇALVES, L. D. Manobras Orbitais de Satélites Artificiais Lunares com Aplicação de Propulsão Contínua. Tese (Doutorado) — dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle)-Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2013.
- HANSEN. Hansen Series 121-8 - DC Planetary Gear Motor (Metal) Datasheet. 2020. Disponível em: <https://www.hansen-motor.com/pdf.php?pdf=products/data-sheets/dc-motors/Series121-8_2.1inDCPlanetaryGearMotor-Metal.pdf>.
- HENDERSON, D. Shuttle program. euler angles, quaternions, and transformation matrices working relationships. 1977.
- KIM, S.; KIM, Y. Spin-axis stabilization of a rigid spacecraft using two reaction wheels. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, v. 24, n. 5, p. 1046–1049, 2001.

REFERÊNCIAS

- OLIVEIRA, F. de. Brasil-China: 20 anos de cooperação espacial : CBERS, o satélite da parceria estratégica. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2009. ISBN 9788560064182. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=xk5JzS-nUxgC>>.
- SHRIVASTAVA, S.; MODI, V. Satellite attitude dynamics and control in the presence of environmental torques-a brief survey. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, v. 6, n. 6, p. 461–471, 1983.
- VIEGAS, J. W. Wilder da V. C. Estudo de viabilidade do controle de atitude do satélite universitário itasat empregando duas rodas de reação. Brazilian Symposium on Aerospace Eng. Applications, 2009. Disponível em: <<http://www.cta-dlr2009.ita.br/Proceedings/PDF/59539.pdf>>.

**OBRIGADO PELA
ATENÇÃO**

