PME 3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos (2020)

Professores: Agenor de Toledo Fleury e Décio Crisol Donha

Arthur Pinho #USP: 10379756
Henrique Aquino #USP: 10772543
Pedro Oliveira #USP: 10335569
Murilo Bono #USP: 10274565

2020

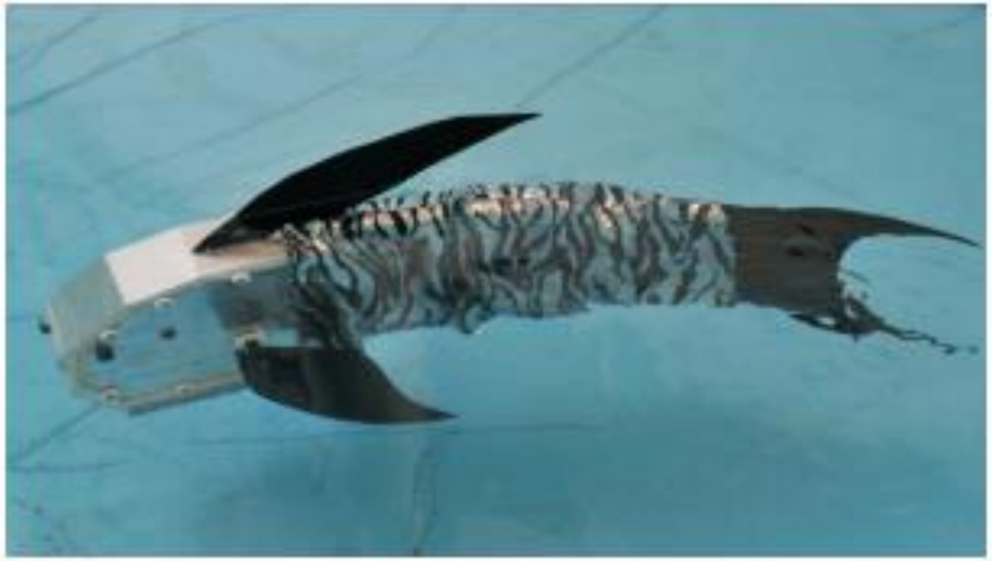
ANÁLISE DA MODELAGEM DA MECÂNICA DE UM PEIXE ROBÓTICO

Introdução

Introdução

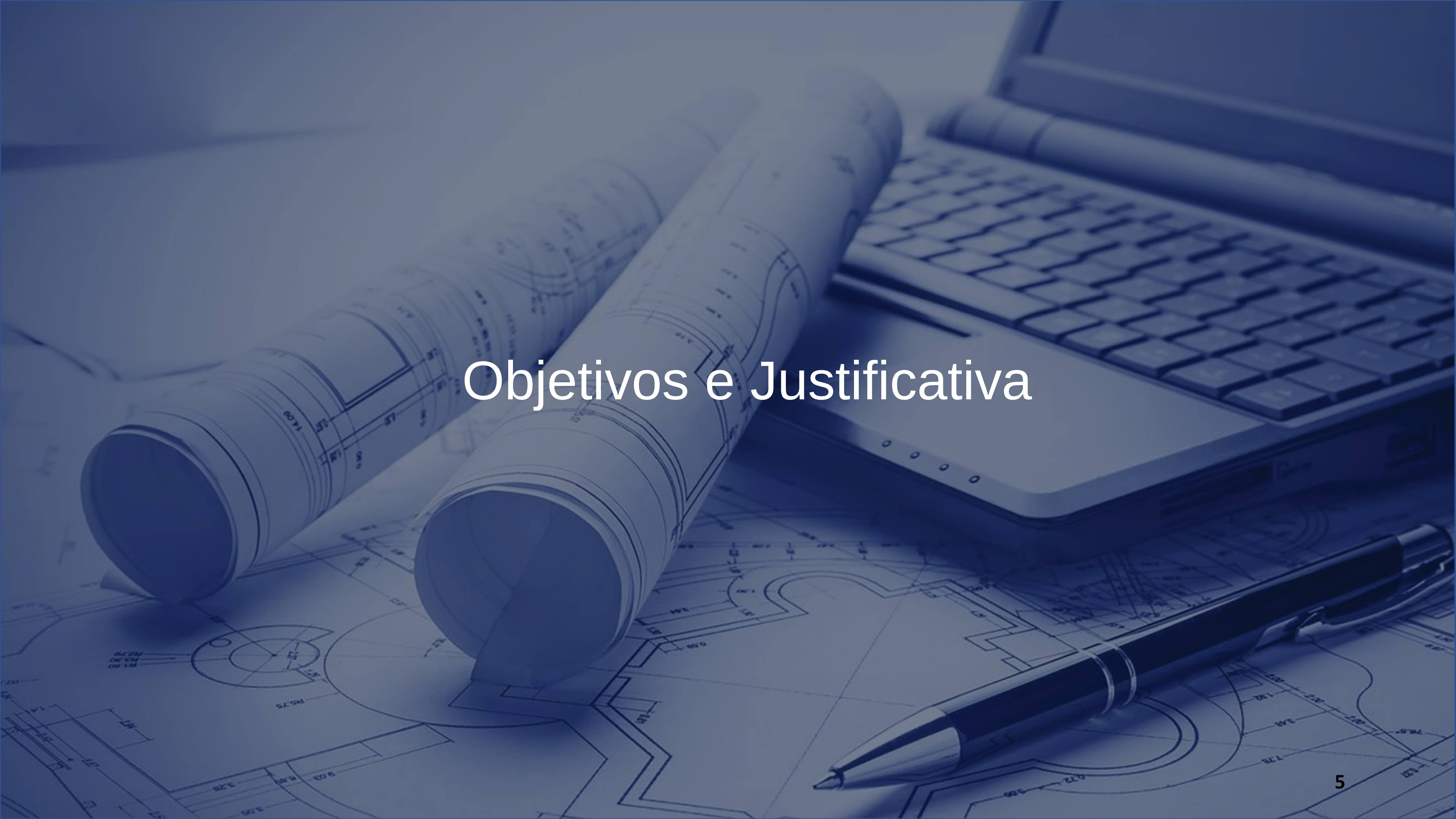
- Em anos recentes, a fascinante abordagem robótica de comportamentos e movimentos biológicos têm sido cada vez mais explorada. Como um exemplo, observa-se o crescente desenvolvimento de animais biônicos pela empresa FESTO
- Neste campo de estudo, destaca-se o foco dado a peixes e demais animais aquáticos, justificada pela motivação em se obter Veículos Não-Tripulados Subaquáticos (AUVs) com maior eficiência e manobrabilidade (YU; WANG, 2005)
- Dentre as vertentes mais citadas no estudo dos peixes, encontra-se a capacidade de autopropulsão
- Diversos pesquisadores se debruçaram sobre análises a respeito da modelagem e controle dos peixes robóticos

Protótipo de Peixe Robótico com



Fonte: Malec, Morawski e Zając (2010)

Objetivos e Justificativa



Objetivos e Justificativa

Objetivos

Dado o cenário apresentado, o presente trabalho tem por intenção: **desenvolver a modelagem dinâmica de um peixe robótico com capacidade de autopropulsão, dada uma entrada conhecida de um atuador.** Como objetivos secundários, espera-se verificar a estabilidade do sistema e analisar as respostas individuais de cada saída frente à diferentes entradas, por meio de funções de transferência e simulação computacional, além de colaborar para o avanço dos estudos já existentes.

Justificativa

O estudo da modelagem de um peixe robótico, além de se enquadrar como um projeto completo quanto ao estudo de modelagem, promove um avanço no estudo do desenvolvimento e otimização de tecnologia subaquática, sendo, pois, de grande interesse e importância para o Engenheiro Mecânico.

Modelo Físico

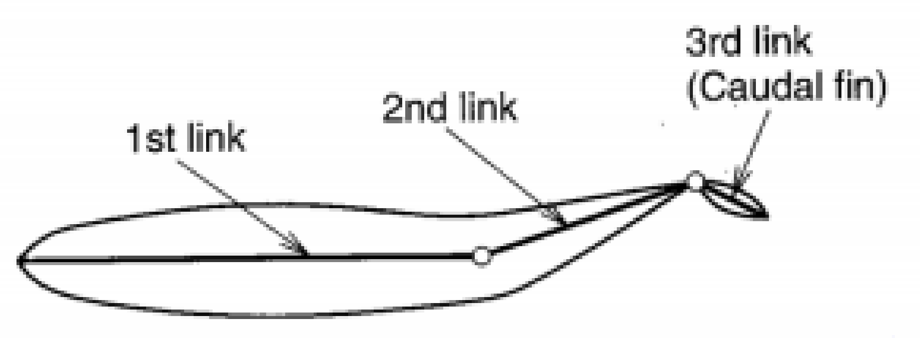
Modelo Físico

Modelo Físico

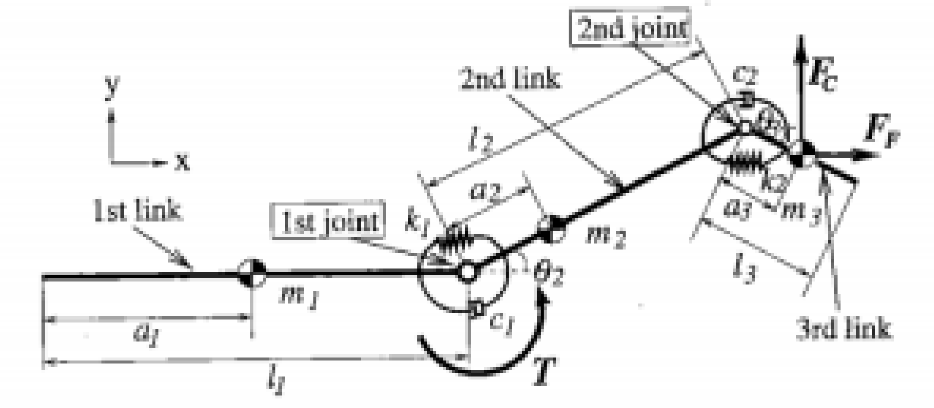
- Bibliografia Básica
- Hipóteses Simplificadoras
- Modelo Proposto

- Frente a inúmeros estudos buscou-se identificar propostas que se aproximassem dos objetivos deste trabalho. Assim, despertou grande interesse o modelo físico e a abordagem sugerida por Nakashima, Ohgishi e Ono (2003)
- O seu trabalho remete ao estudo do peixe carangiforme
- Nakashima, Ohgishi e Ono (2003) propõem o estudo de um modelo de três barras rígidas com um único atuador, localizado entre a primeira e a segunda barra

Modelo Físico Referência



(a) Estrutura base do modelo



(b) Modelo Físico completo

Fonte: : Nakashima, Ohgishi e Ono (2003)

Modelo Físico

Modelo Físico

- Bibliografia Básica
- Hipóteses Simplificadoras
- Modelo Proposto

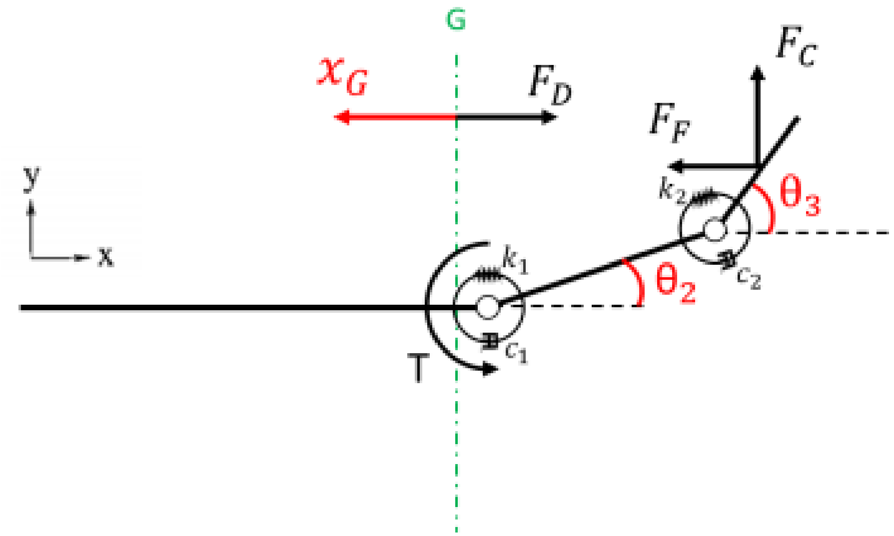
- Sistema composto por barras rígidas unidimensionais, de massa concentrada no centro de massa
- Primeira barra sem movimento angular (oscilação em ≈ 1/3 do corpo) e sem deslocamento na direção do eixo y
- Forças hidrodinâmicas de inércia (FJ) e sustentação (FV) aplicadas apenas na nadadeira caudal
- Força de arrasto (F d) resistiva aplicada no centro de massa do sistema
- Influência desprezível da força de arrasto nos deslocamentos e velocidades angulares
- Movimento no eixo z será desprezado (desprezados efeitos de gravidade e flutuação)
- Oscilações pequenas em torno do ponto de operação
- Vibrações do atuador desprezíveis
- Atuador com massa desprezível.

Modelo Físico

- Bibliografia Básica
- Hipóteses Simplificadoras
- Modelo Proposto

Obtém-se um modelo físico muito similar ao adotado na referência, porém com adição da análise do movimento transversal e da força de arrasto resistiva

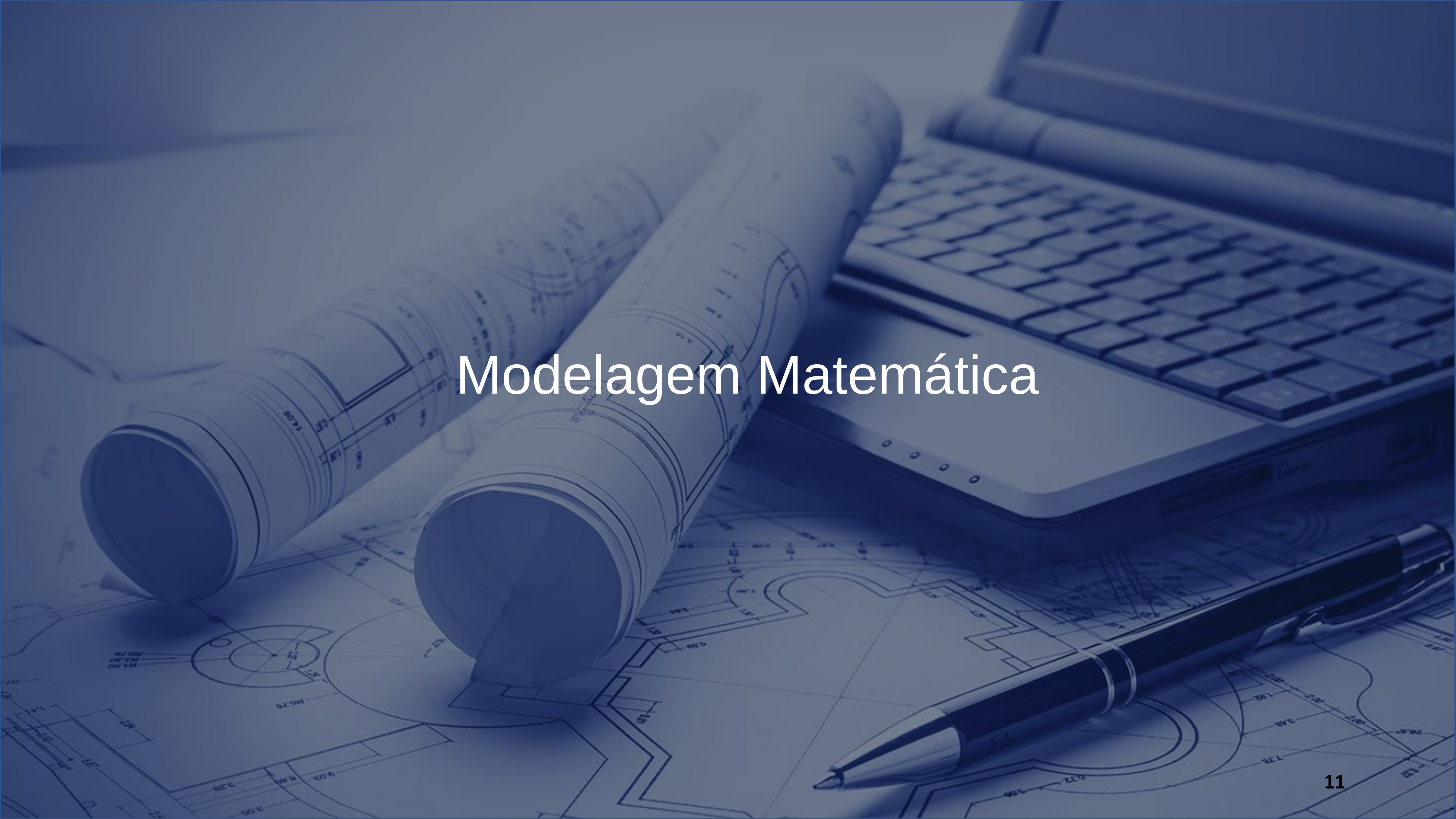
Modelo Físico Proposto



Variáveis de Interesse

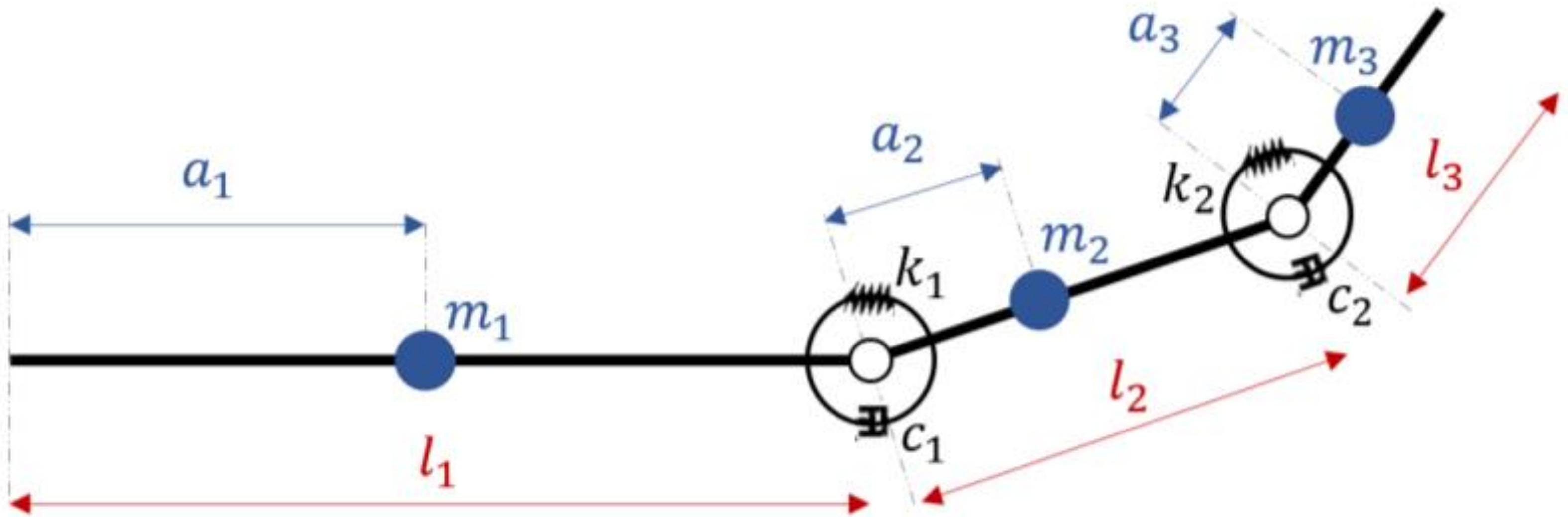
- xG: deslocamento transversal do centro de massa do peixe
- x˙G: velocidade transversal do centro de massa do peixe
- θ2: ângulo da segunda barra
- θ˙2: velocidade angular da segunda barra
- θ3: ângulo da terceira barra
- θ˙3: velocidade angular da terceira barra.

Fonte: Autoral



Modelagem Matemática

Parâmetros Dimensionais



Fonte: autores

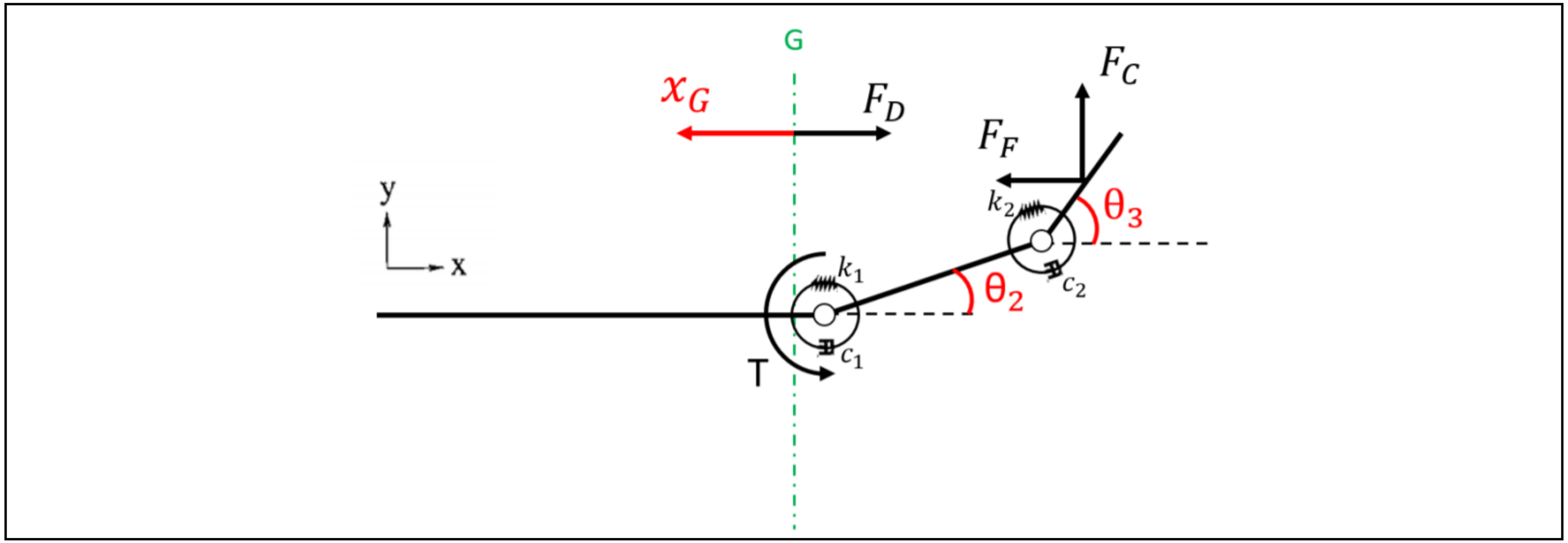
Equações Básicas do Mecanismo

Metodologia

- Variáveis lineares
- Variáveis angulares
- Aplicação do método Lagrange-Euler

Segunda Lei de Newton

$$(m_1 + m_2 + m_3) \cdot \ddot{x}_G = F_F + F_D$$



Fonte: autores

Equações Básicas do Mecanismo

Metodologia

- Variáveis lineares
- Variáveis angulares
- Aplicação do método Lagrange-Euler

Equações de Lagrange-Euler

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial N}{\partial \dot{q}_i} = Q_i^{ext}}$$

- $L = T_c - V$: Lagrangeano;
- V: Energia Potencial Total;
- T_c: Energia Cinética Total;
- N: Energia de Amortecimento;
- Q_i^{ext}: Forças externas generalizadas;
- q_i e $\dot{q}_i$: Coordenadas generalizadas.

Equações Básicas do Mecanismo

Metodologia

- Variáveis lineares
- Variáveis angulares
- Aplicação do método Lagrange-Euler

Centros de massa e velocidades de cada barra

$$G_2 = (l_1 + a_2 cos\theta_2)\vec{i} + (a_2 sen\theta_2)\vec{j}$$

$$\dot{G}_2 = (-a_2 sen\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2)\vec{i} + (a_2 cos\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2)\vec{j}$$

$$G_3 = (l_1 + l_2 cos\theta_2 + a_3 cos\theta_3)\vec{i} + (l_2 sen\theta_2 + a_3 sen\theta_3)\vec{j}$$

$$\dot{G}_3 = (-l_2 sen\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2 - a_3 sen\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3)\vec{i} + (l_2 cos\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2 + a_3 cos\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3)\vec{j}$$

Energias e forças:

$$T_c = \frac{m_2 a_2^2 \dot{\theta}_2^2}{2} + \frac{m_3 a_3^2 \dot{\theta}_3^2}{2} + \frac{m_2}{2}((-a_2 sen\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2)^2 + (a_2 cos\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2)^2) + \\ + \frac{m_3}{2}((-l_2 sen\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2 - a_3 sen\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3)^2 + (l_2 cos\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2)^2 + a_3 cos\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3)^2)$$

$$V = \frac{k_1 \theta_2^2}{2} + \frac{k_2(\theta_3 - \theta_2)^2}{2}$$

$$N = \frac{c_1 \dot{\theta}_2^2}{2} + \frac{c_2(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2)^2}{2}$$

$$Q_{\theta_2}^{ext} = T - F_F \cdot l_2 sen\theta_2 + F_C \cdot l_2 cos\theta_2$$

$$Q_{\theta_3}^{ext} = -F_F \cdot a_3 sen\theta_3 + F_C \cdot a_3 cos\theta_3$$

Equações Básicas do Mecanismo

Metodologia

- Variáveis lineares
- Variáveis angulares
- Aplicação do método Lagrange-Euler

Observações

- Resultados condizentes com os apresentados por Nakashima, Ohgishi e Ono (2003)
- Validação da modelagem desenvolvida por Lagrange-Euler

Substituindo nas Equações de Lagrange-Euler

$$\begin{bmatrix} \frac{3m_2a_2^2}{2} + m_3l_2^2 & m_3a_3l_2cos(\theta_3 - \theta_2) \\ m_3a_3l_2cos(\theta_3 - \theta_2) & \frac{3m_2a_2^2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} 0 & -m_3a_3l_2sen(\theta_3 - \theta_2) \\ m_3a_3l_2sen(\theta_3 - \theta_2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T - F_F \cdot l_2sen\theta_2 + F_C \cdot l_2cos\theta_2 \\ -F_F \cdot a_3sen\theta_3 + F_C \cdot a_3cos\theta_3 \end{bmatrix}$$

Avaliação das Forças Hidrodinâmicas (F_F e F_C)

Força de Sustentação (F_L) – White (1962)

$$F_L = \frac{C_L.\rho.V^2.A_{ref}}{2}$$

- C_L: Coeficiente de sustentação
- ρ: Massa específica do fluido
- V: Velocidade do escoamento externo
- A_{ref}: Área de referência adotada, onde:

$$A_{ref} = 2.A_{elipse} = 2.\pi.L.C$$

- L: Comprimento da corda da nadadeira
- C: Meio comprimento da nadadeira

Adaptação ⬇ **Nakashima, et al. (2003)**

$$F_J = 2.\pi.\rho.L.C.U^2.\sin\alpha\cos\alpha$$

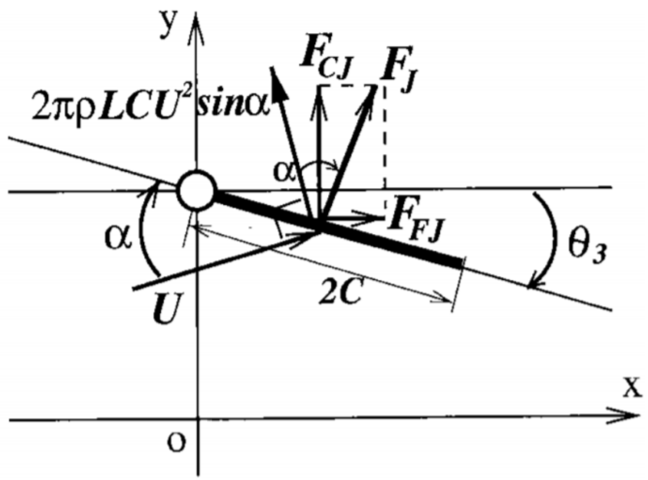
- α: Ângulo de ataque
- $C_L \approx \sin\alpha$

Velocidade Relativa do Escoamento (U)

$$U^2 = U_m^2 + u^2$$

- U_m: Velocidade do escoamento externo
- u: Velocidade na direção y da terceira barra, em que:

$$u = \dot{G}_3\,\vec{j} = l_2 cos\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2 + a_3 cos\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3$$



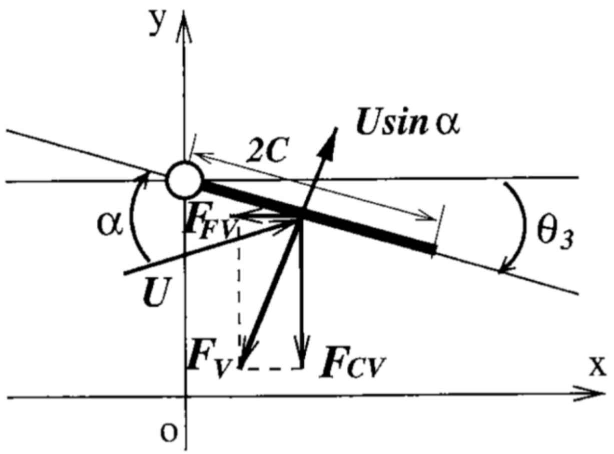
Fonte: Nakashima, et al. (2003)

Avaliação das Forças Hidrodinâmicas (F_F e F_C)

Força de inércia (F_V)

$$F_V = \pi \rho L C^2 \dot{V}_P = \pi \rho L C^2 (\dot{U} sen\alpha + \dot{\alpha} U cos\alpha)$$

- V_P: Velocidade perpendicular à barra



Fonte: Nakashima, et al. (2003)

Força de Arrasto (F_L) – White (1962)

$$F_D = \frac{C_D.\rho.V^2.A_{total}}{2}$$

- C_D: Coeficiente de arrasto
- ρ: Massa específica do fluido
- $A_{total} = A_T$: Área total do peixe
- V: Velocidade do escoamento externo, onde:

$$V = U_m - \dot{x}_g$$

$$\Rightarrow \quad F_D = \frac{C_D.\rho.A_T}{2}(U_m - \dot{x}_g)^2$$

Equações Finais de Movimento

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ 0 & M_{22} & M_{23} \\ 0 & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_G \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix}$$

$$N_1 = \frac{C_D \rho A_T}{2}(U_m - \dot{x}_G)^2$$

$$N_2 = m_3 a_3 l_2 \cdot sen(\theta_3 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_3^2 + F_2 l_2 \cdot cos(\theta_2 + \theta_3) + \tau_1 - \tau_2$$

$$N_3 = -m_3 a_3 l_2 \cdot sen(\theta_3 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 + F_2 a_3 (cos^2\theta_3 - sen^2\theta_3) + \tau_2$$

Onde:

$$M_{11} = m_1 + m_2 + m_3$$

$$M_{12} = -\pi \rho L C^2 l_2 \theta_3$$

$$M_{13} = -\pi \rho L C^2 a_3 \theta_3$$

$$M_{22} = \frac{3 m_2 a_2^2}{2} + m_3 l_2^2 - F_1 l_2^2 \cdot cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot cos\theta_2$$

$$M_{23} = m_3 a_3 l_2 \cdot cos(\theta_3 - \theta_2) - F_1 l_2 a_3 \cdot cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot cos\theta_3$$

$$M_{32} = m_3 a_3 l_2 \cdot cos(\theta_3 - \theta_2) - F_1 l_2 a_3 \cdot (cos^2\theta_3 - sen^2\theta_3) \cdot cos\theta_2$$

$$M_{33} = \frac{3 m_3 a_3^2}{2} - F_1 a_3^2 \cdot (cos^2\theta_3 - sen^2\theta_3) \cdot sen\theta_2$$

$$F_1 = \frac{\pi \rho L C^2}{U^2}(u^2 cos\theta_3 - U_m^2 cos\theta_3 + 2uU_m sen\theta_3)$$

$$F_1 = -2\pi\rho LC(u \cdot cos\theta_3 - U_m sen\theta_3) \cdot (U_m cos\theta_3 - u \cdot sen\theta_3) - \pi\rho LC^2[(u^2 cos\theta_3 - U_m^2 cos\theta_3 + 2uU_m sen\theta_3) \cdot (l_2 sen\theta_2 \dot{\theta}_2^2 + a_3 cos\theta_2 \dot{\theta}_2^2) \cdot \frac{1}{U^2} - \dot{\theta}_3(U_m cos\theta_3 - usen\theta_3)]$$

$$\tau_1 = -k_1\theta_2 - c_1\dot{\theta}_2 + T$$

$$\tau_2 = -k_2(\theta_3 - \theta_2) - c_2(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2)$$

Linearização das Equações

Expansão de Taylor de primeira ordem

$$\tilde{f} = f_0 + \left.\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|_{f^{op}} \cdot (x_i - x_i^{op})$$

Ponto de operação

$$\begin{bmatrix} x_{G_{op}} \\ \dot{x}_{G_{op}} \\ \theta_{2_{op}} \\ \dot{\theta}_{2_{op}} \\ \theta_{3_{op}} \\ \dot{\theta}_{3_{op}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Baixos deslocamentos e velocidades lineares
- Oscilação da cauda em torno da posição de repouso

Equações Linearizadas:

$$\begin{bmatrix} M'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & M'_{22} & M'_{23} \\ 0 & M'_{32} & M'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_G \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C'_{22} & C'_{23} \\ 0 & C'_{32} & C'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_G \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & K'_{22} & K'_{23} \\ 0 & K'_{32} & K'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_G \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} \cdot \theta_3 & B_{12} \\ B_{21} & 0 \\ B_{31} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ F_{D_{cte}} \end{bmatrix}$$

Onde:

$$M'_{11} = m_1 + m_2 + m_3$$

$$M'_{22} = \frac{3m_2a_2^2}{2} + m_3l_3^2 + \pi\rho LC^2l_2^2$$

$$M'_{23} = m_3a_3l_2 + \pi\rho LC^2l_2a_3$$

$$M'_{32} = m_3a_3l_2 + \pi\rho LC^2l_2a_3$$

$$M'_{33} = \frac{3m_3a_3^2}{2} + \pi\rho LC^2a_3^2$$

$$K'_{22} = k_1 + k_2$$

$$K'_{23} = -k_2 + 2\pi\rho LCU_m^2l_2$$

$$K'_{32} = -k_2$$

$$K'_{33} = k_2 + 2\pi\rho LCU_m^2a_3$$

$$C'_{11} = -C_D\rho A_TU_m$$

$$F_{D_{cte}} = \frac{C_D\rho A_T}{2}U_m^2$$

$$C'_{22} = c_1 + c_2 + 2\pi\rho LCU_ml_2^2$$

$$C'_{23} = -c_2 + \pi\rho LCU_m(2a_3 - C \cdot U_m)l_2$$

$$C'_{32} = -c_2 + 2\pi\rho LCU_ml_2a_3$$

$$C'_{33} = c_2 + \pi\rho LCU_m(2a_3 - C \cdot U_m)a_3$$

$$B'_{11} = \frac{\pi\rho LC^2l_2}{M'_{22}} \cdot \left(1 - \frac{M'_{23}M'_{32}}{M'_{22}M'_{33} - M'_{23}M'_{32}}\right) + \pi\rho LC^2a_3\left(\frac{M'_{32}M'_{32}}{M'_{22}M'_{33} - M'_{23}M'_{32}}\right)$$

$$B'_{12} = 1$$

$$B'_{21} = 1$$

$$B'_{31} = 1$$

- Independem das variáveis auxiliares u e α

Definição da Força de Propulsão ($\boldsymbol{F_{prop}}$)

- Mesmo após linearização, ainda aparece uma multiplicação de entrada (T) por variável (θ_3)

$$\begin{bmatrix} B_{11} \cdot \theta_3 & B_{12} \\ B_{21} & 0 \\ B_{31} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ F_{D_{cte}} \end{bmatrix}$$

Solução

Força de Propulsão ($\boldsymbol{F_{prop}}$)

- Criação de uma nova entrada auxiliar
- Significado físico

$$F_{prop} = T.\theta_3$$

Entradas do sistema

$$[u_F] = \begin{bmatrix} F_{prop} \\ T \\ F_{D_{cte}} \end{bmatrix}$$

Espaço de Estados

Definição do Espaço de Estados

Dinâmica do movimento

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot u_F$$

$$y = C \cdot X + D \cdot u_F$$

Vetor de estados, de derivadas e de variáveis observadas

$$X = \begin{bmatrix} \dot{x}_G \\ x_G \\ \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \qquad \dot{X} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_G \\ \dot{x}_G \\ \ddot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \qquad y = \begin{bmatrix} \dot{x}_G \\ x_G \\ \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

Estruturação com vetor de estados

$$\begin{bmatrix} M'_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M'_{22} & 0 & M'_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M'_{32} & 0 & M'_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_G \\ \dot{x}_G \\ \ddot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C'_{22} & -K'_{22} & -C'_{23} & -K'_{23} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C'_{32} & -K'_{32} & -C'_{33} & -K'_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_G \\ x_G \\ \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B'_{11} & 0 & B'_{12} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & B'_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & B'_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{prop} \\ T \\ F_{D_{cte}} \end{bmatrix}$$

Espaço de Estados Final

- Multiplicam-se ambos os lados da equação anterior pela inversa da matriz de massas

Resultado:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_G \\ \dot{x}_G \\ \ddot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} C''_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C''_{22} & K''_{22} & C''_{23} & K''_{23} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C''_{32} & K''_{32} & C''_{33} & K''_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}^{\textbf{A}} \begin{bmatrix} \dot{x}_G \\ x_G \\ \dot{\theta}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} B''_{11} & 0 & B''_{12} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & B''_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & B''_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\textbf{B}} \begin{bmatrix} F_{prop} \\ T \\ F_{D_{cte}} \end{bmatrix}$$

Espaço de Estados Final

Onde:

$$C''_{11} = \frac{C'_{11}}{M'_{11}}$$

$$C''_{22} = \frac{-M'_{33}C'_{22}+M'_{23}C'_{32}}{M'_{33}M'_{22}-M'_{32}M'_{23}}$$

$$C''_{23} = \frac{-M'_{33}C'_{23}+M'_{23}C'_{33}}{M'_{33}M'_{22}-M'_{32}M'_{23}}$$

$$C''_{32} = \frac{M'_{32}C'_{22}-M'_{22}C'_{32}}{M'_{33}M'_{22}-M'_{32}M'_{23}}$$

$$C''_{33} = \frac{M'_{32}C'_{23}-M'_{22}C'_{33}}{M'_{33}M'_{22}-M'_{32}M'_{23}}$$

$$K''_{22} = \frac{-M'_{33}K'_{22}+M'_{23}K'_{32}}{M'_{33}M'_{22}-M'_{32}M'_{23}}$$

$$K''_{23} = \frac{-M'_{33}K'_{23}+M'_{23}K'_{33}}{M'_{33}M'_{22}-M'_{32}M'_{23}}$$

$$K''_{32} = \frac{M'_{32}K'_{22}-M'_{22}K'_{32}}{M'_{33}M'_{22}-M'_{32}M'_{23}}$$

$$K''_{33} = \frac{M'_{32}K'_{23}-M'_{22}K'_{33}}{M'_{33}M'_{22}-M'_{32}M'_{23}}$$

$$B''_{11} = \frac{B'_{11}}{M'_{11}}$$

$$B''_{12} = \frac{B'_{12}}{M'_{11}}$$

$$B''_{21} = 1 - \frac{M'_{23}M'_{32}}{M'_{22}M'_{33}-M'_{23}M'_{32}}$$

$$B''_{31} = \frac{M'_{32}}{M'_{22}}$$

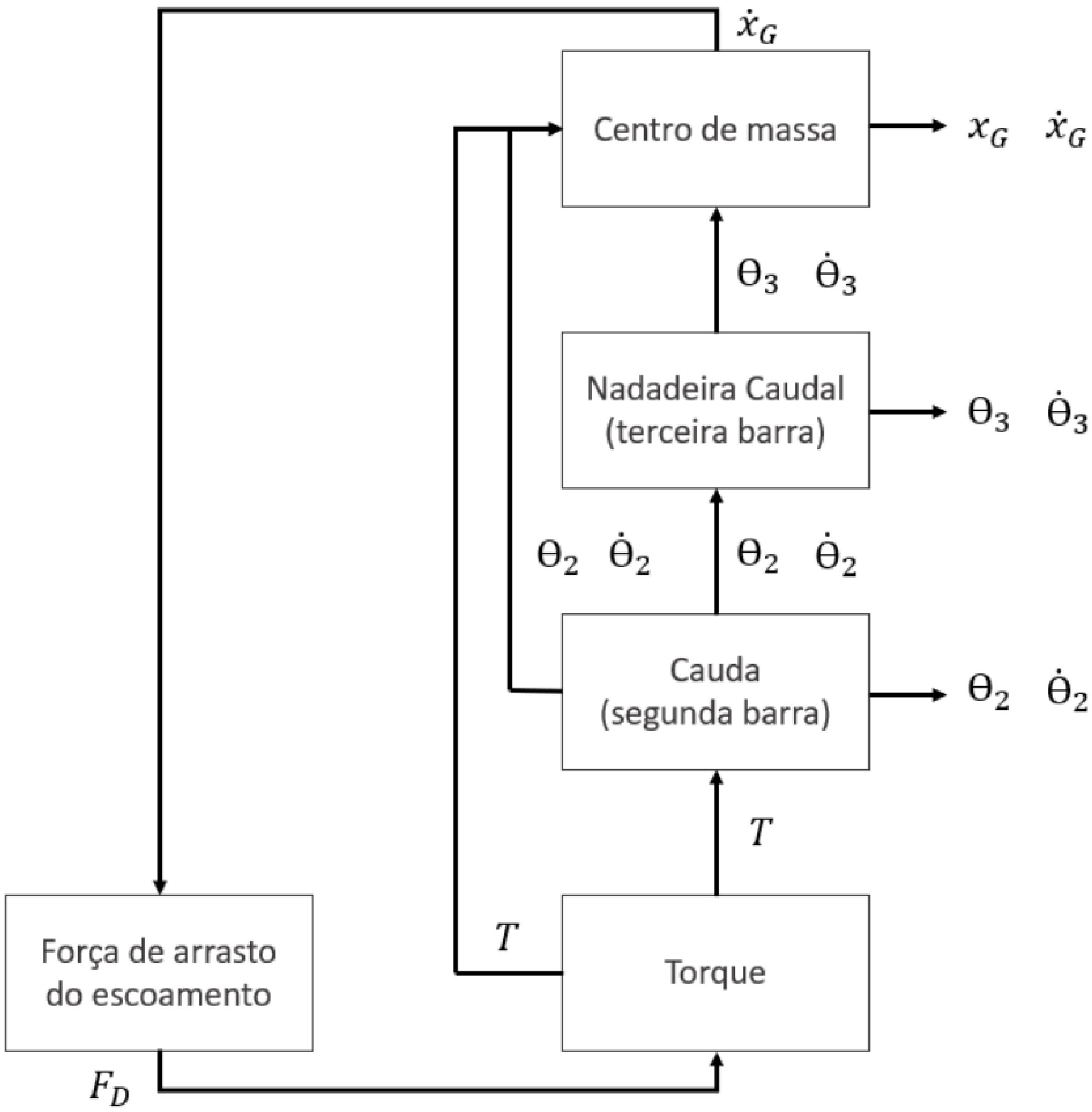
- Definição das matrizes C e D de interesse para o projeto

$$C = I_{6x6}$$

$$D = 0_{6x3}$$

Diagrama de Blocos do Sistema

Diagrama de Blocos do Sistema



Fonte: autores

Valores dos Parâmetros

Valores dos Parâmetros

	Definição	Unidade	Magnitude
m_1	Massa da primeira barra	kg	0,40900
m_2	Massa da segunda barra	kg	0,10400
m_3	Massa da terceira barra	kg	0,00900
a_1	Distância do baricentro da primeira barra	m	0,09375
a_2	Distância do baricentro da segunda barra	m	0,02550
a_3	Distância do baricentro da terceira barra	m	0,01500
l_1	Comprimento da primeira barra	m	0,01875
l_2	Comprimento da segunda barra	m	0,06250
l_3	Comprimento da terceira barra	m	0,03000
c_1	Coeficiente de amortecimento da primeira união	Nms/rad	0,00030
c_2	Coeficiente de amortecimento da segunda união	Nms/rad	0,00010
k_1	Coeficiente elástico da primeira união	Nm/rad	0,04910
k_2	Coeficiente elástico da segunda união	Nm/rad	0,00354
ρ	Massa específica da água	kg$/m^3$	998
L	Comprimento de corda da nadadeira caudal	m	0,07500
C	Semi-comprimento da nadadeira caudal	m	0,01500
A_T	Área total do peixe	m^2	$0{,}07069 \cdot 10^{-2}$
C_D	Coeficiente de arrasto hidrodinâmico	-	0,50000
U_m	Velocidade aplicada ao escoamento externo	m/s	0,30000

Fonte: autores

- Valores utilizados no trabalho de Nakashima, et al. (2003)
- Pesquisa de validação: comparação com valores empregados pelos demais autores, como Duraisamy, et al. (2019), que ainda apresenta valores típicos para atuadores e peixes robóticos

Descrição no Domínio da Frequência

Funções de Transferência

Aplicando-se Laplace às equações do movimento:

$$sX(s) - X(0) = sX(s) = A \cdot X(s) + B \cdot u_F(s)$$
$$y(s) = C \cdot X(s) + D \cdot u_F(s)$$

$$G(s) = \frac{y(s)}{u_F(s)} = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D$$

Com 3 entradas e 6 saídas, espera-se um sistema de 18 FT's

$$G_{\dot{x}_G,F_{prop}} = \frac{15{,}01s^5 + 0{,}0654s^4 + 2{,}348s^3 + 1{,}1603 \cdot 10^{-3}s^2 + 12{,}248 \cdot 10^{-4}s}{s^6 + 0{,}11s^5 + 0{,}16s^4 + 0{,}017s^3 + 0{,}82 \cdot 10^{-4}s^2 + 0{,}86 \cdot 10^{-5}s} \quad (8.4)$$

$$G_{x_G,F_{prop}} = \frac{15{,}01s^4 + 0{,}0654s^3 + 2{,}348s^2 + 1{,}1603 \cdot 10^{-3}s + 12{,}248 \cdot 10^{-4}}{s^6 + 0{,}11s^5 + 0{,}16s^4 + 0{,}017s^3 + 0{,}82 \cdot 10^{-4}s^2 + 0{,}86 \cdot 10^{-5}s} \quad (8.5)$$

$$G_{\dot{\theta}_2,T} = \frac{-0{,}2723s^5 - 0{,}029s^4 + 0{,}0019s^3 + 2{,}05 \cdot 10^{-4}s^2}{s^6 + 0{,}11s^5 + 0{,}16s^4 + 0{,}017s^3 + 0{,}82 \cdot 10^{-4}s^2 + 0{,}86 \cdot 10^{-5}s} \quad (8.6)$$

$$G_{\theta_2,T} = \frac{-0{,}2723s^4 - 0{,}029s^3 + 0{,}0019s^2 + 2{,}05 \cdot 10^{-4}s}{s^6 + 0{,}11s^5 + 0{,}16s^4 + 0{,}017s^3 + 0{,}82 \cdot 10^{-4}s^2 + 0{,}86 \cdot 10^{-5}s} \quad (8.7)$$

$$G_{\dot{\theta}_3,T} = \frac{0{,}1539s^5 + 0{,}0163s^4 + 0{,}0197s^3 + 2{,}09 \cdot 10^{-3}s^2}{s^6 + 0{,}11s^5 + 0{,}16s^4 + 0.017s^3 + 0{,}82 \cdot 10^{-4}s^2 + 0{,}86 \cdot 10^{-5}s} \quad (8.8)$$

$$G_{\theta_3,T} = \frac{0{,}1539s^4 + 0{,}0163s^3 + 0{,}0197s^2 + 2{,}09 \cdot 10^{-3}s}{s^6 + 0{,}11s^5 + 0{,}16s^4 + 0.017s^3 + 0{,}82 \cdot 10^{-4}s^2 + 0{,}86 \cdot 10^{-5}s} \quad (8.9)$$

$$G_{\dot{x}_G,F_{D_{cte}}} = \frac{s^5 + 0{,}0044s^4 + 0{,}1564s^3 + 7{,}73 \cdot 10^{-5}s^2 + 0{,}8156 \cdot 10^{-4}s}{s^6 + 0{,}11s^5 + 0{,}16s^4 + 0.017s^3 + 0{,}82 \cdot 10^{-4}s^2 + 0{,}86 \cdot 10^{-5}s} \quad (8.10)$$

$$G_{x_G,F_{D_{cte}}} = \frac{s^4 + 0{,}0044s^3 + 0{,}1564s^2 + 7{,}73 \cdot 10^{-5}s + 0{,}8156 \cdot 10^{-4}}{s^6 + 0{,}11s^5 + 0{,}16s^4 + 0.017s^3 + 0{,}82 \cdot 10^{-4}s^2 + 0{,}86 \cdot 10^{-5}s} \quad (8.11)$$

Fonte: Autoral

Descrição no Domínio da Frequência

Polos do Sistema

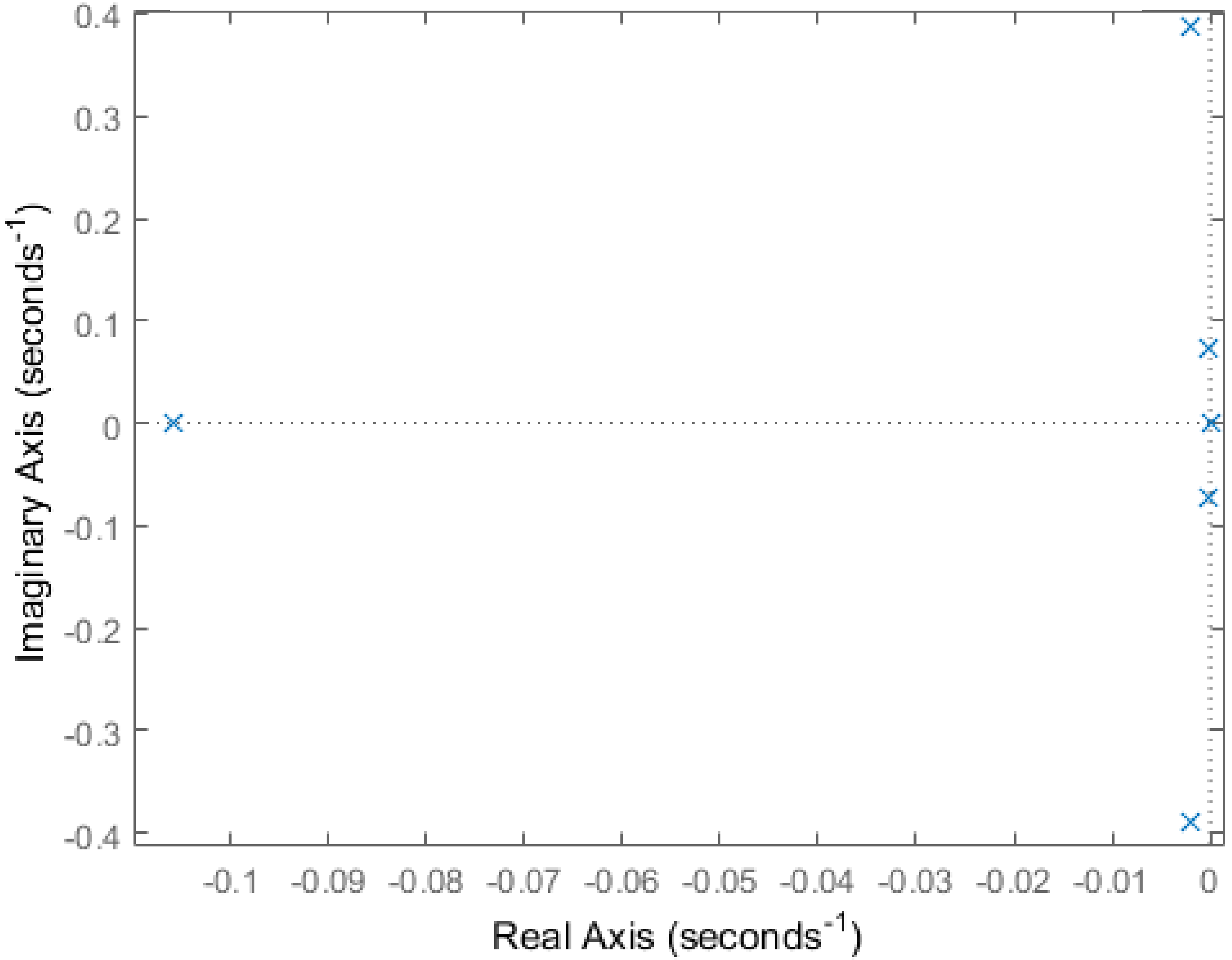
Determinando-se o polinômio característico a partir de sua definição

$$p_c(s) = |\ sI - A\ | = det[\ sI - A\ ]$$

Sistema de sexta ordem, tem-se seis polos:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}0020 + 0{,}3886i \\ -0{,}0020 - 0{,}3886i \\ -0{,}0002 + 0{,}0735i \\ -0{,}0002 - 0{,}0735i \\ -0{,}1058 + 0{,}0000i \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$p_c(s) = s^6 + 0{,}11s^5 + 0{,}16s^4 + 0{,}017s^3 + 0{,}82 \cdot 10^{-4}s^2 + 0{,}86 \cdot 10^{-5}s$$



Fonte: Autoral

Zeros do Sistema

Extraindo-se as raízes dos numeradores das FT's, tem-se os zeros:

Tabela 8.1: Zeros do sistema

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
$G_{\dot{x}_G,F_{prop}}$	0	-0,0020 + 0,3886i	-0,0020 - 0,3886i	-0,0002 + 0,0735i	-0,0002 - 0,0735i
$G_{x_G,F_{prop}}$	-	-0,0020 + 0,3886i	-0,0020 - 0,3886i	-0,0002 + 0,0735i	-0,0002 - 0,0735i
$G_{\dot{\theta}_2,T}$	0	0	-0,0843	0,0844	-1,058
$G_{\theta_2,T}$	-	0	-0,0843	0,0844	-1,058
$G_{\dot{\theta}_3,T}$	0	0	-0,0025+ 0,3582i	-0,0025- 0,3582i	-1,058
$G_{\theta_3,T}$	-	0	-0,0025+ 0,3582i	-0,0025- 0,3582i	-1,058
$G_{\dot{x}_G,F_{D_{cte}}}$	0	-0,0020 + 0,3886i	-0,0020 - 0,3886i	-0,0002 + 0,0735i	-0,0002 - 0,0735i
$G_{x_G,F_{D_{cte}}}$	-	-0,0020 + 0,3886i	-0,0020 - 0,3886i	-0,0002 + 0,0735i	-0,0002 - 0,0735i

Fonte: Autoral

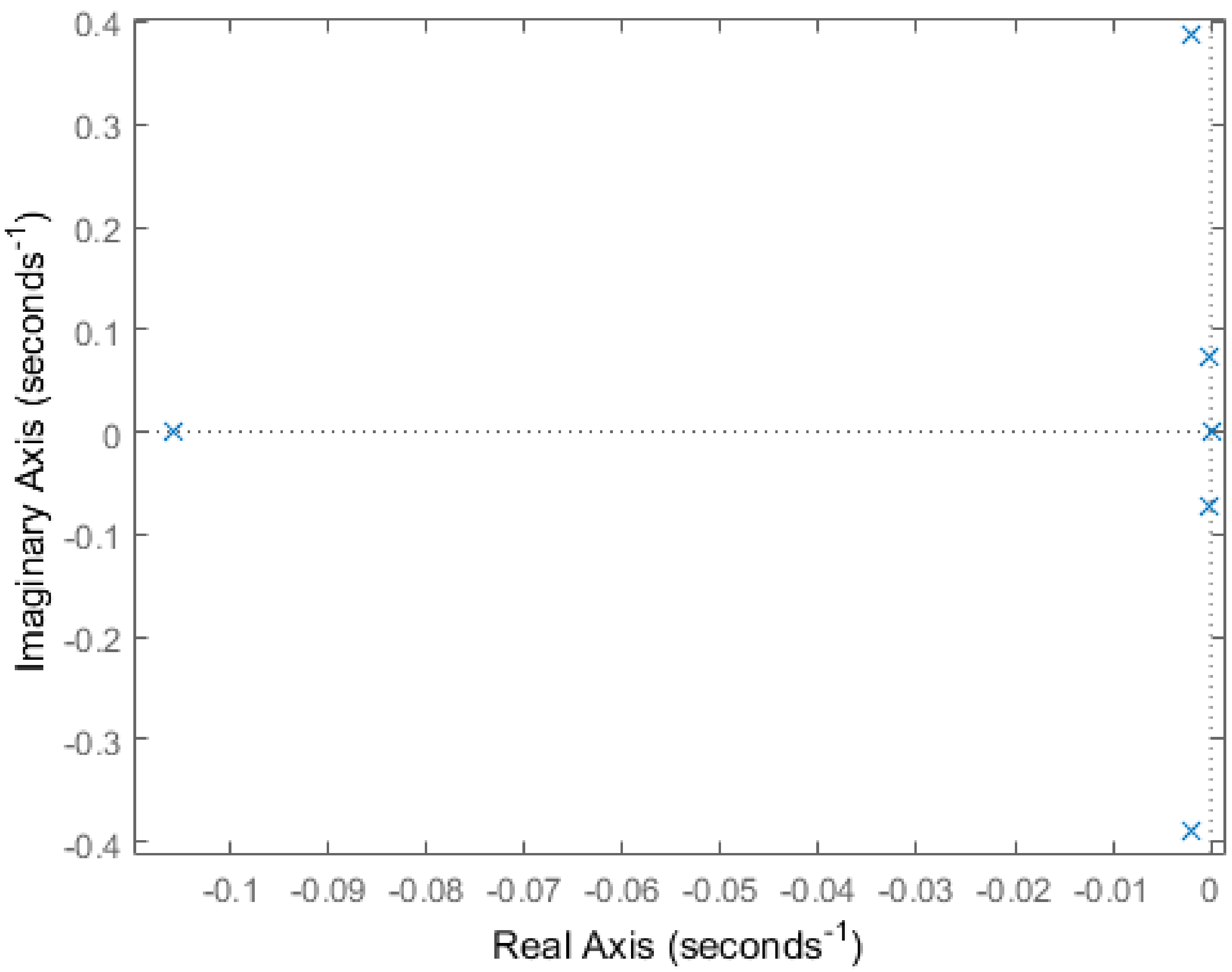
Análise de Estabilidade

Análise de Estabilidade – Mapa de Polos

5 polos nos 2º e 3º quadrantes do plano complexo e polo na origem

Sistema marginalmente estável

Variável Xg não necessariamente tende ao equilíbrio após perturbação



Fonte: Autoral

Análise de Estabilidade – Routh-Hurwitz

Construção da tabela de Routh-Hurwitz a partir do polinômio característico

Primeira coluna inteiramente positiva

Sistema não é instável

Tabela 9.1: Análise de estabilidade por Routh-Hurwitz.

s^6	1	0,157	0,001
s^5	0,110	0,017	$0{,}863 \cdot 10^{-4}$
s^4	0,006	$0{,}406 \cdot 10^{-4}$	
s^3	0,016	$0{,}863 \cdot 10^{-4}$	
s^2	$0{,}811 \cdot 10^{-5}$		
s^1	$0{,}863 \cdot 10^{-4}$		
s^0	0,010		

Fonte: Autoral

Resposta Dinâmica no Domínio da Frequência

Frequências naturais, fatores de amortecimento e constantes de tempo

Tabela 10.1: Características do Sistema no Domínio da Frequência

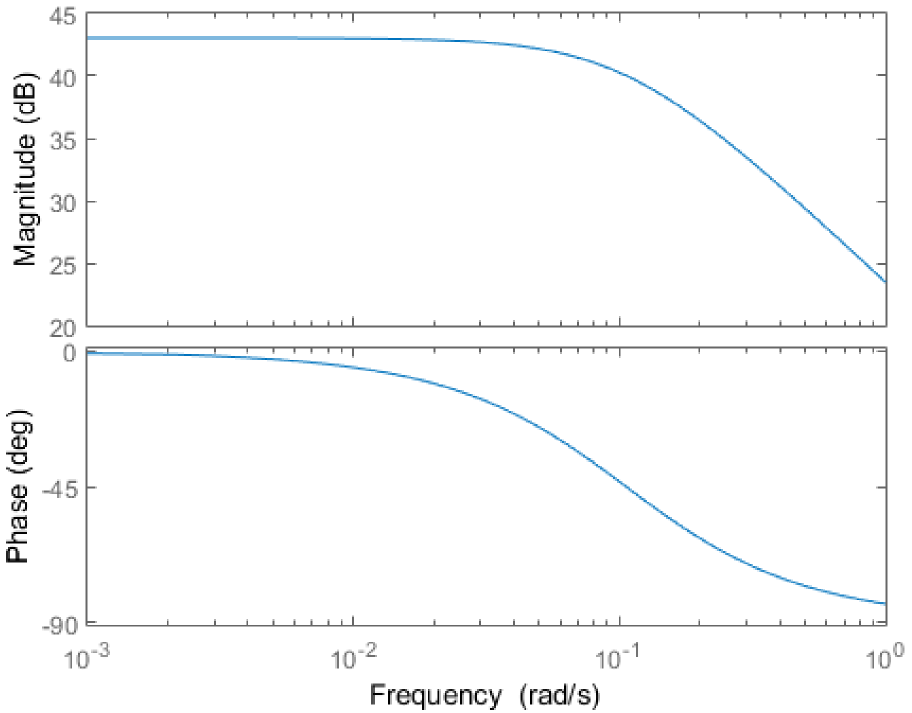
Polo	ζ	ω_n (rad/s)	τ (s)
0,0	-	0,0	∞
$-0{,}0002 + 0{,}0735i$	$2.51 \cdot 10^{-3}$	$7{,}12 \cdot 10^{-4}$	$5.43 \cdot 10^{3}$
$-0{,}0002 - 0{,}0735i$	$2.51 \cdot 10^{-3}$	$7{,}12 \cdot 10^{-4}$	$5.43 \cdot 10^{3}$
$-0{,}0020 + 0{,}3886i$	$5.16 \cdot 10^{-3}$	$3.89 \cdot 10^{-1}$	$4.99 \cdot 10^{2}$
$-0{,}0020 - 0{,}3886i$	$5.16 \cdot 10^{-3}$	$3.89 \cdot 10^{-1}$	$4.99 \cdot 10^{2}$
$-0{,}1058$	1,00	$1{,}06 \cdot 10^{-1}$	$9.45 \cdot 10^{2}$

Para o sistema, descrito por três equações do movimento, obtém-se três frequências naturais, três fatores de amortecimento e três constantes de tempo distintas

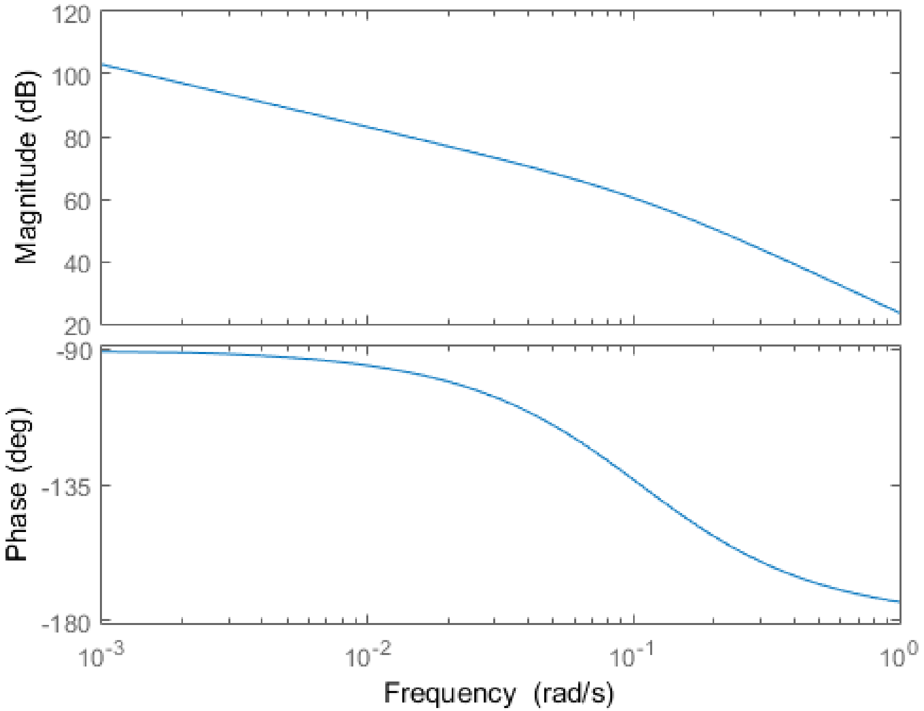
Avaliação da Função de Transferência

Diagramas de Bode - Respostas Translacionais

Saída $\dot{x}_G$ e entrada da força de propulsão F_{prop}



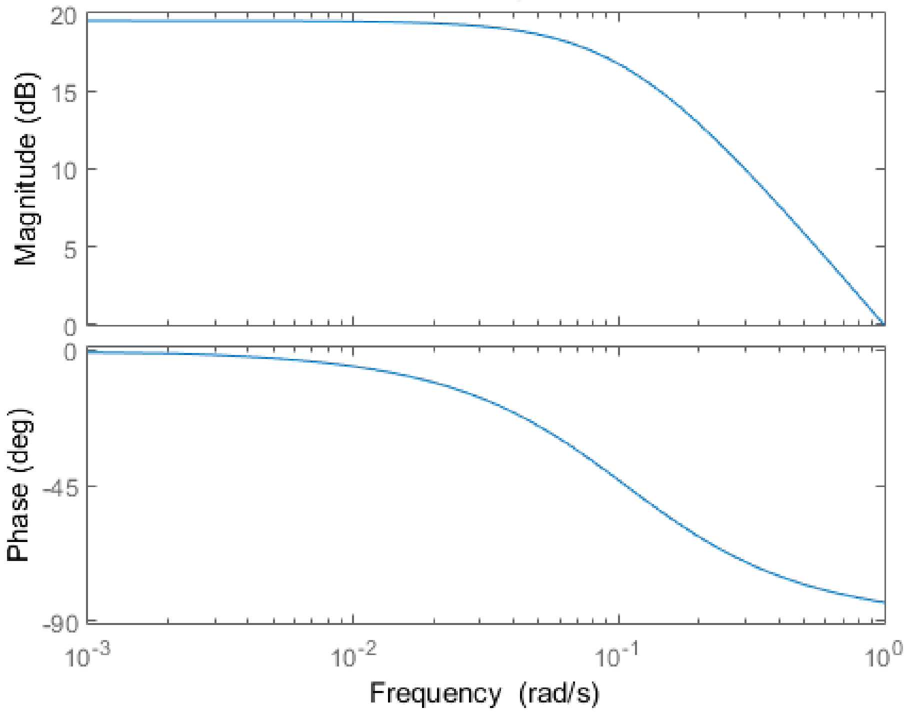
Saída x_G e entrada da força de propulsão F_{prop}



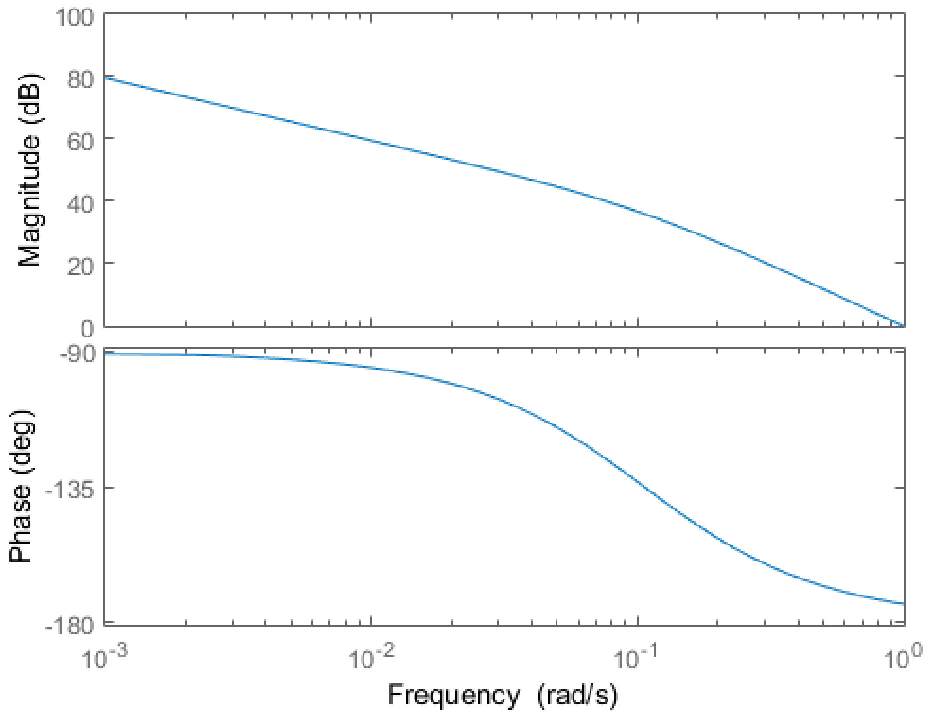
Fonte: Autoria Própria

Diagramas de Bode - Respostas Translacionais

Saída $\dot{x}_G$ e entrada da força de arrasto $F_{D_{cte}}$



Saída x_G e entrada da força de arrasto $F_{D_{cte}}$



Fonte: Autoria Própria

Avaliação da Função de Transferência

Diagramas de Bode - Respostas Translacionais

Frequência de corte se mantém próxima a 0,1 rad/s. A partir dessa, para saídas da posição de G, tem-se o decaimento de -40dB/década (sistemas de segunda ordem)

Para saídas da velocidade de G, tem-se o decaimento de -20dB/década a partir da frequência de corte (sistemas de primeira ordem)

Fonte: Autoria Própria

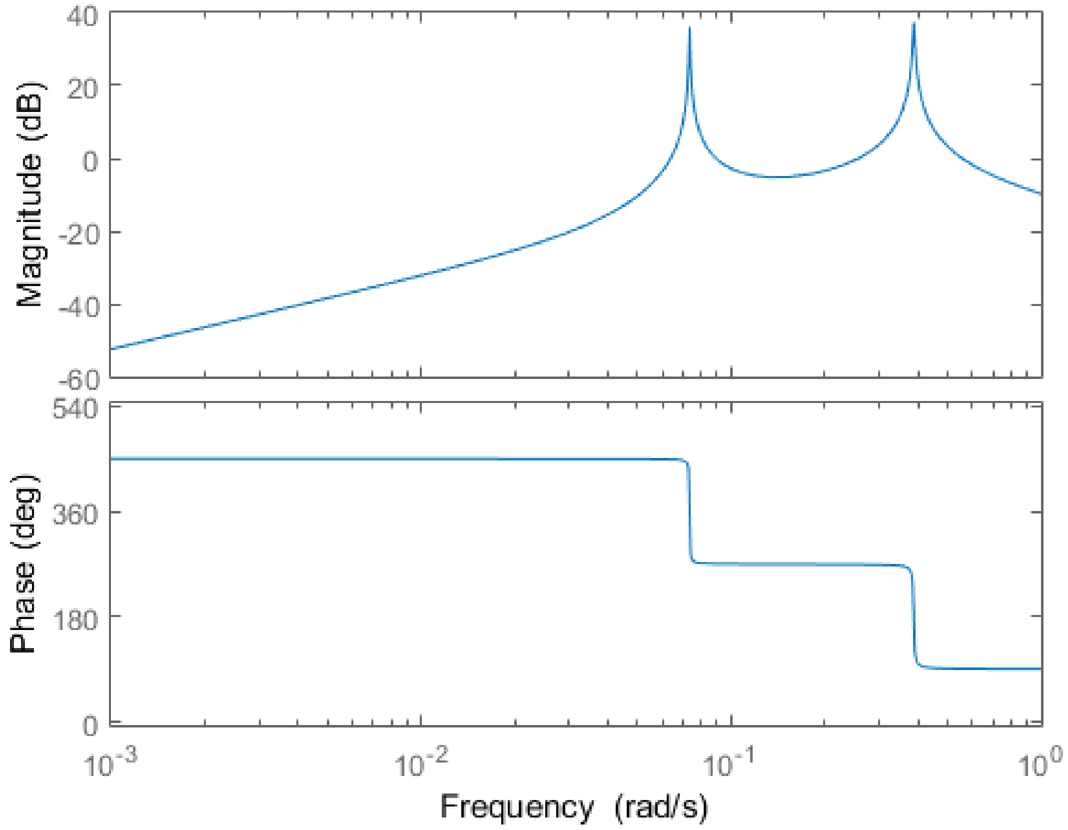
Avaliação da Função de Transferência

Diagramas de Bode - Respostas Angulares

Picos de ganho e quedas de fase em torno das frequências naturais 0,106 rad/s e 0,389 rad/s

Espectro ideal em torno de 0,1 e 0,4 rad/s, intervalo para o qual há maior responsividade

Saída $\dot{\theta}_2$ e entrada do torque T



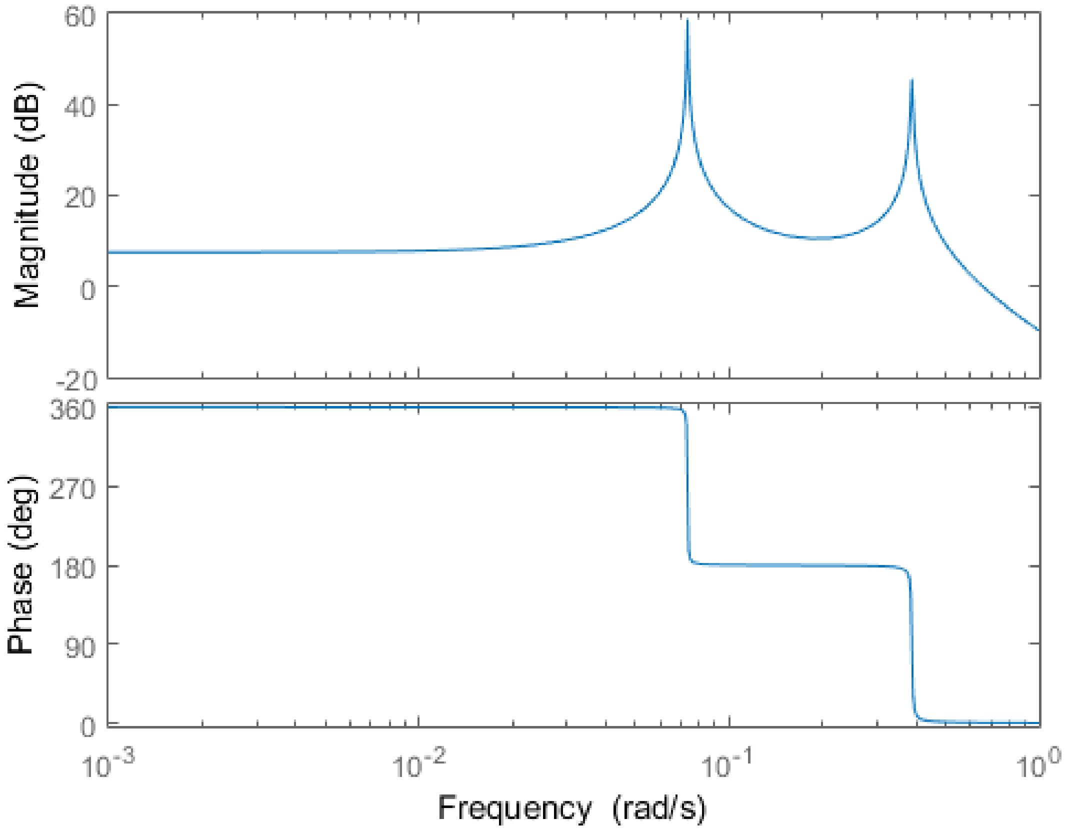
Avaliação da Função de Transferência

Diagramas de Bode - Respostas Angulares

Picos de ganho e quedas de fase em torno das frequências naturais 0,106 rad/s e 0,389 rad/s

Espectro ideal em torno de 0,1 e 0,4 rad/s, intervalo para o qual há maior responsividade

Saída θ_2 e entrada do torque T



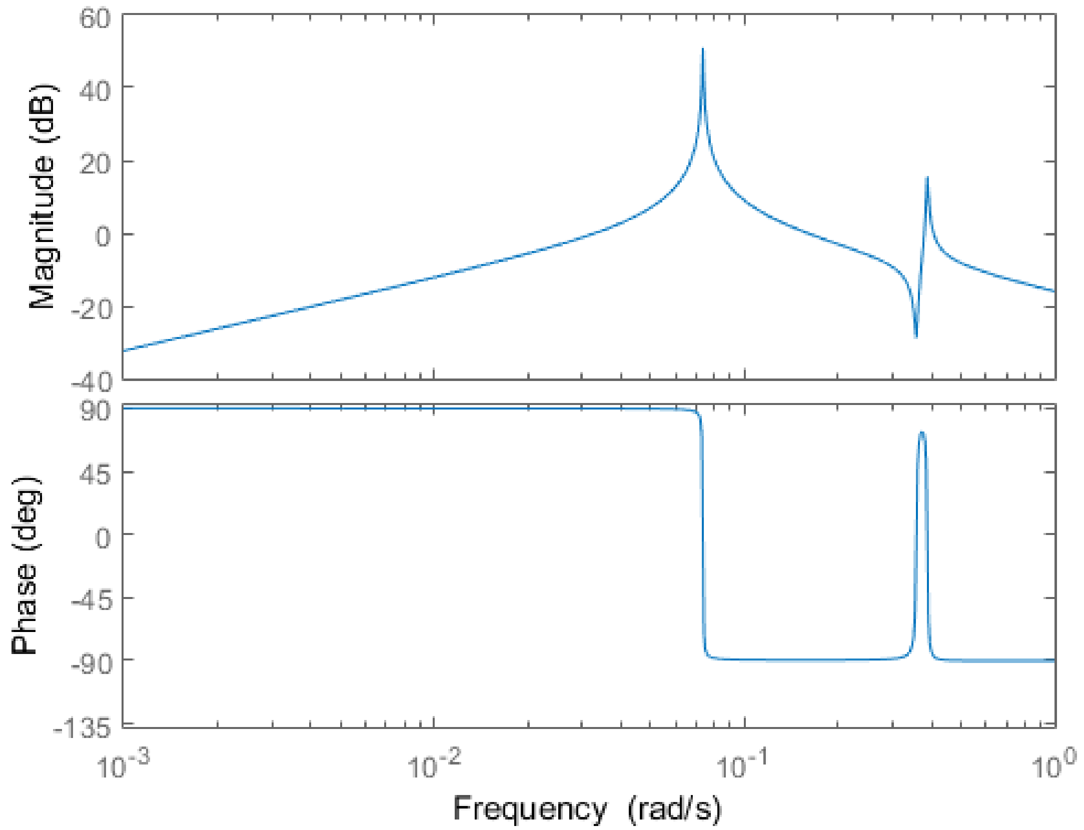
Avaliação da Função de Transferência

Diagramas de Bode - Respostas Angulares

Picos de ganho e grandes variações de fase em torno das frequências naturais 0,106 rad/s e 0,389 rad/s

Decaimento e variação da fase diferem das observadas para θ_2 e $\dot{\theta}_2$, caracterizando-se de segunda ordem

Saída $\dot{\theta}_3$ e entrada do torque T

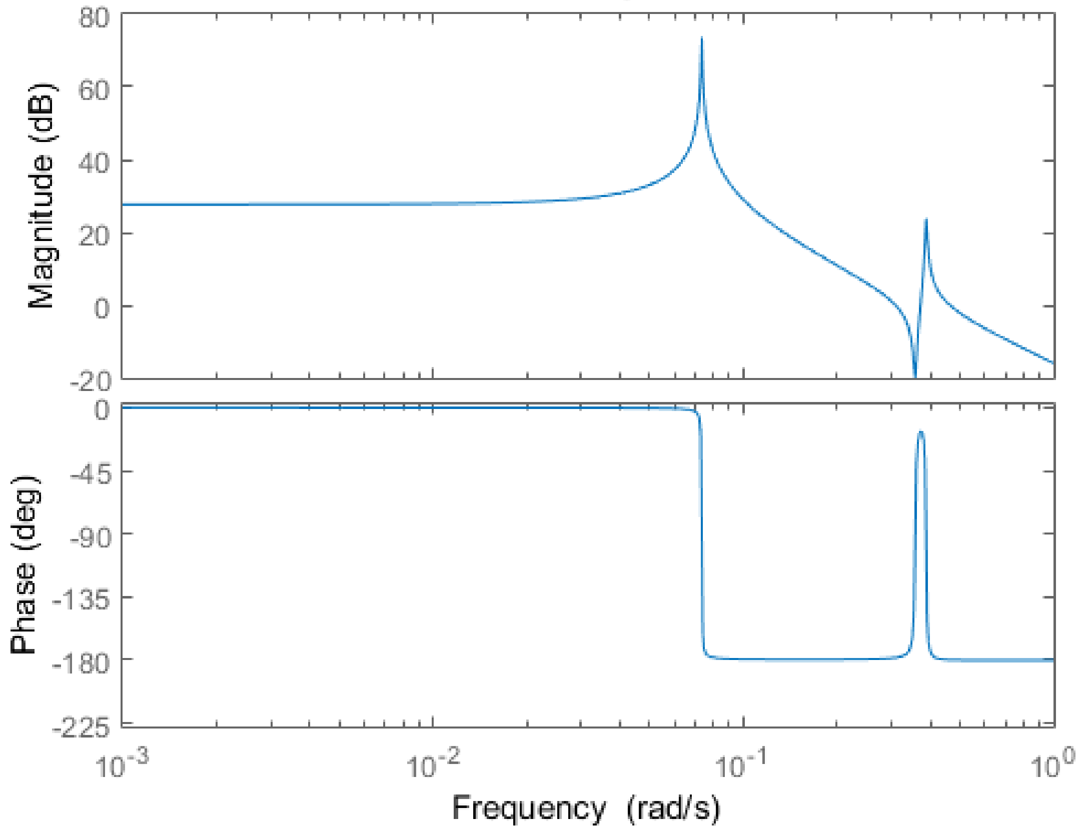


Diagramas de Bode - Respostas Angulares

Picos de ganho e grandes variações de fase em torno das frequências naturais 0,106 rad/s e 0,389 rad/s

Decaimento e variação da fase diferem das observadas para θ_2 e $\dot{\theta}_2$, caracterizando-se de segunda ordem

Saída θ_3 e entrada do torque T



Respostas do Sistema no Domínio do Tempo

Condições Iniciais

Respostas

- Condições Iniciais
- Resposta ao impulso
- Resposta à entrada em rampa
- Resposta à entrada em degrau
- Resposta à entrada senoidal

- Para as simulações dos sinais elementares e da entrada senoidal, foi utilizado o repouso como condição inicial

$$\begin{bmatrix} x_{G_0} \\ \dot{x}_{G_0} \\ \theta_{2_0} \\ \dot{\theta}_{2_0} \\ \theta_{3_0} \\ \dot{\theta}_{3_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Fonte: autores

Resposta ao impulso

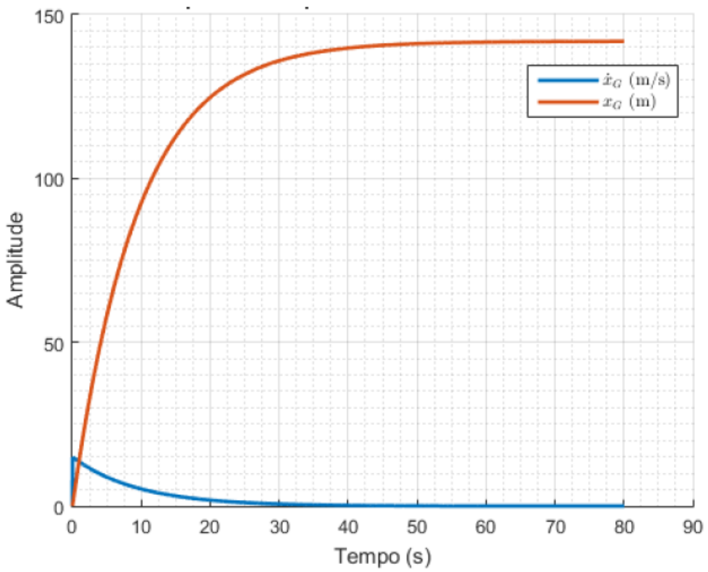
Respostas

- Condições Iniciais
- Resposta ao impulso
- Resposta à entrada em rampa
- Resposta à entrada em degrau
- Resposta à entrada senoidal

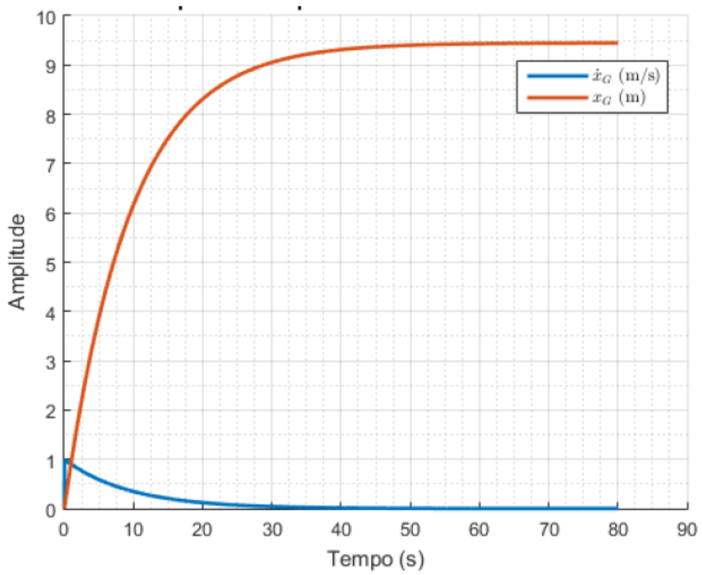
- Consiste em uma entrada com integral de sua função com valor 1, com um pico "instantâneo" $(dt \longrightarrow 0)$ e valor nulo no restante do tempo.

- Comportamento não oscilatório, que tende a um valor constante.

Impulso de F_{prop}:



Impulso de $F_{D_{cte}}$:



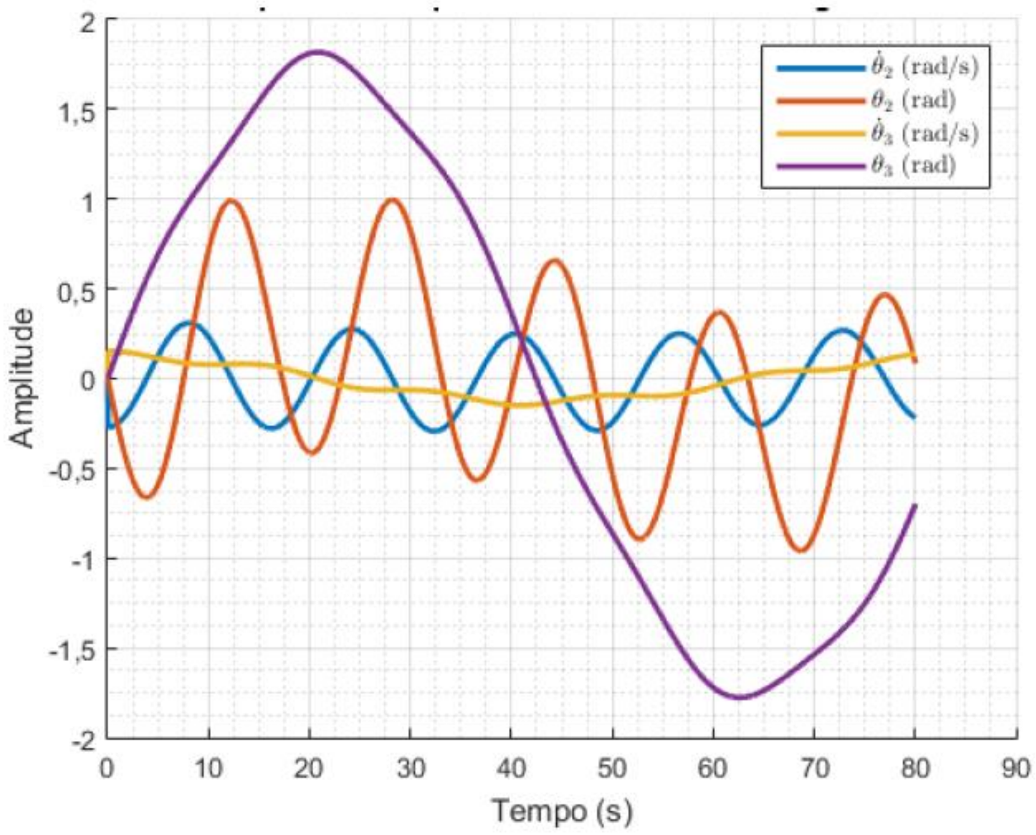
Resposta ao impulso

Respostas

- Condições Iniciais
- Resposta ao impulso
- Resposta à entrada em rampa
- Resposta à entrada em degrau
- Resposta à entrada senoidal

- Comportamento oscilatório e amortecido.

Impulso de T:



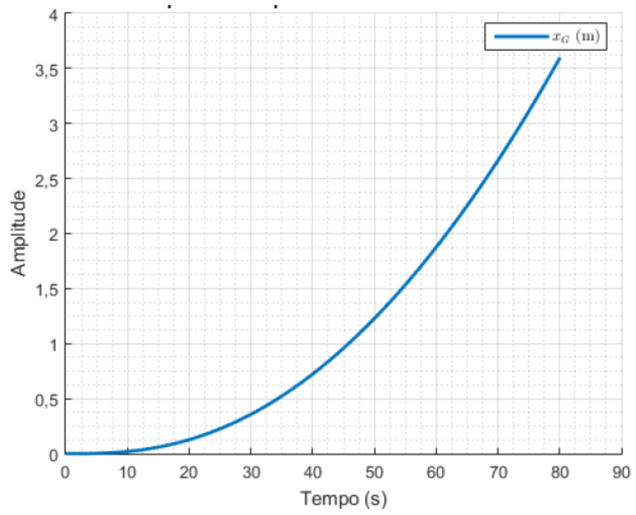
Resposta à entrada em rampa

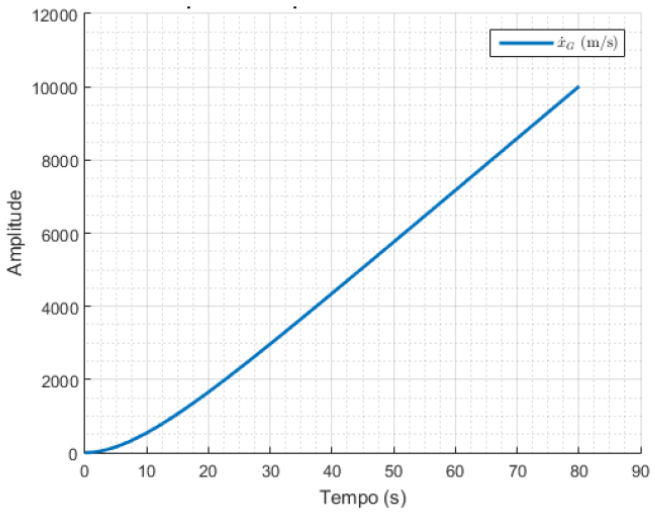
Respostas

- Condições Iniciais
- Resposta ao impulso
- Resposta à entrada em rampa
- Resposta à entrada em degrau
- Resposta à entrada senoidal

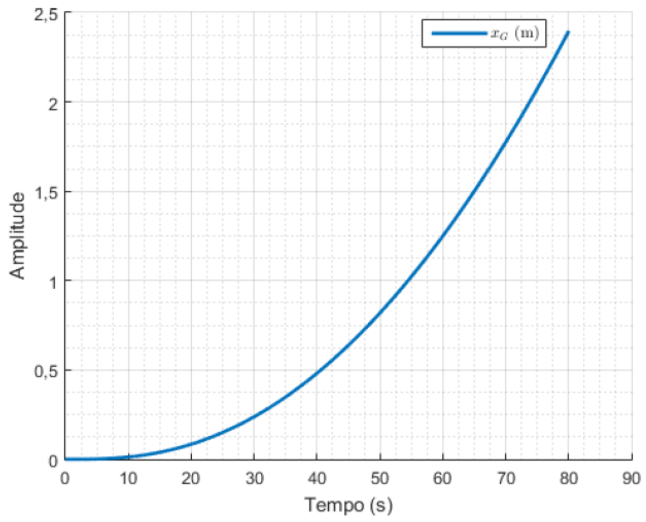
- Módulo crescente no tempo de forma linear. Entrada definida como $u_F = t$.

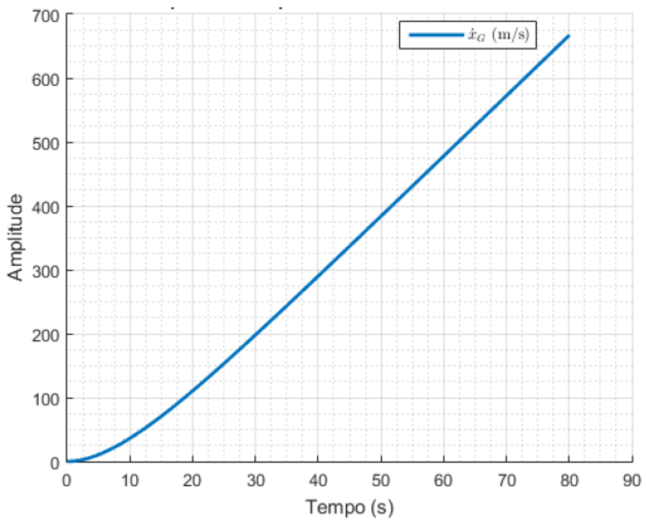
Rampa de F_{prop}:





Rampa de $F_{D_{cte}}$:



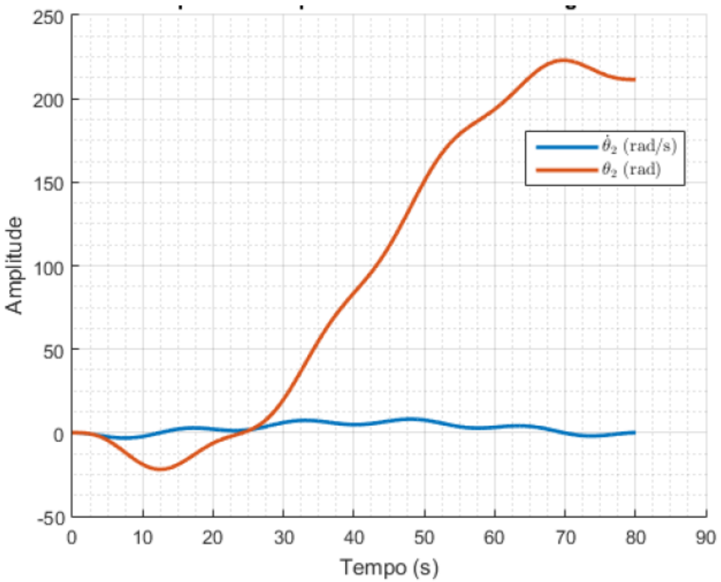


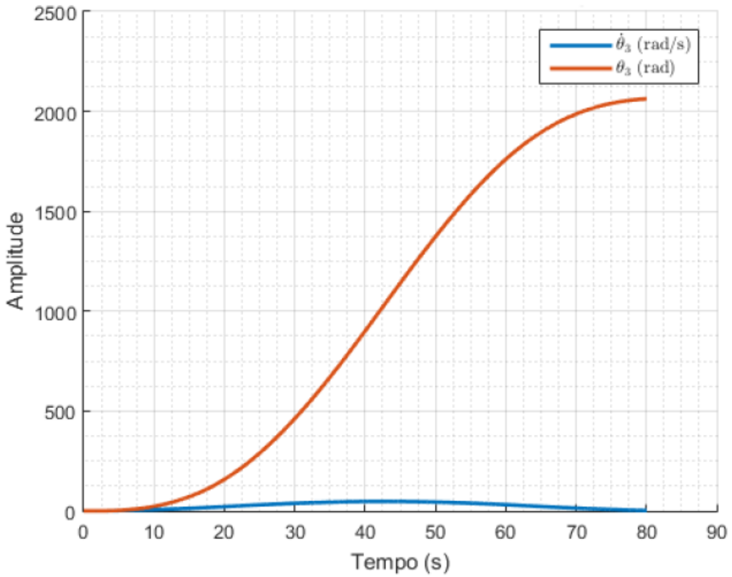
Resposta à entrada em rampa

Respostas

- Condições Iniciais
- Resposta ao impulso
- Resposta à entrada em rampa
- Resposta à entrada em degrau
- Resposta à entrada senoidal

Rampa de T:





- Módulo crescente no tempo de forma linear. Entrada definida como $u_F = t$.

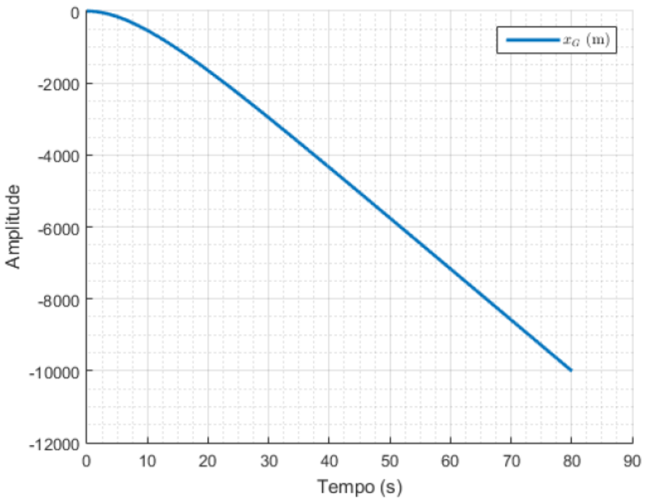
Resposta à entrada em degrau

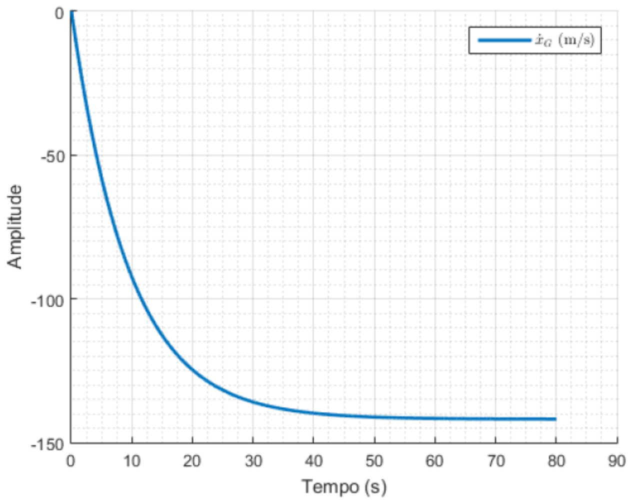
Respostas

- Condições Iniciais
- Resposta ao impulso
- Resposta à entrada em rampa
- Resposta à entrada em degrau
- Resposta à entrada senoidal

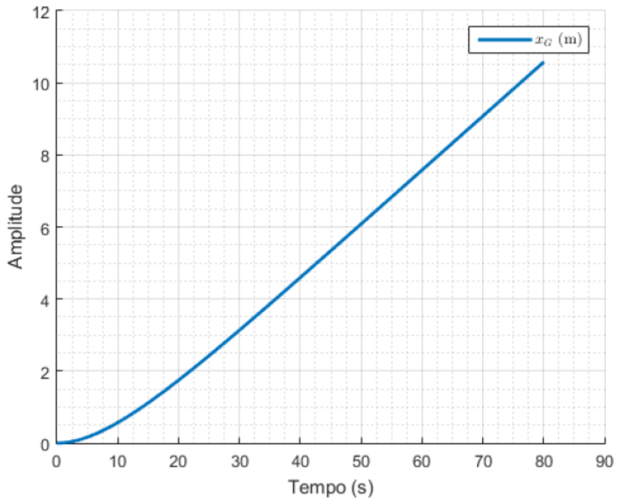
- $F_{D_{cte}} = C_D \rho U_m^2 A_T/2 = 0{,}0159.$
- Força de propulsão = -1
- Torque = +1

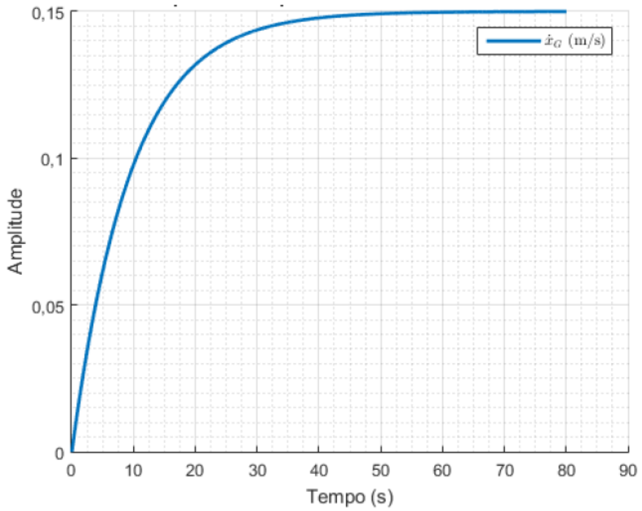
Degrau de F_{prop}:





Degrau de $F_{D_{cte}}$:



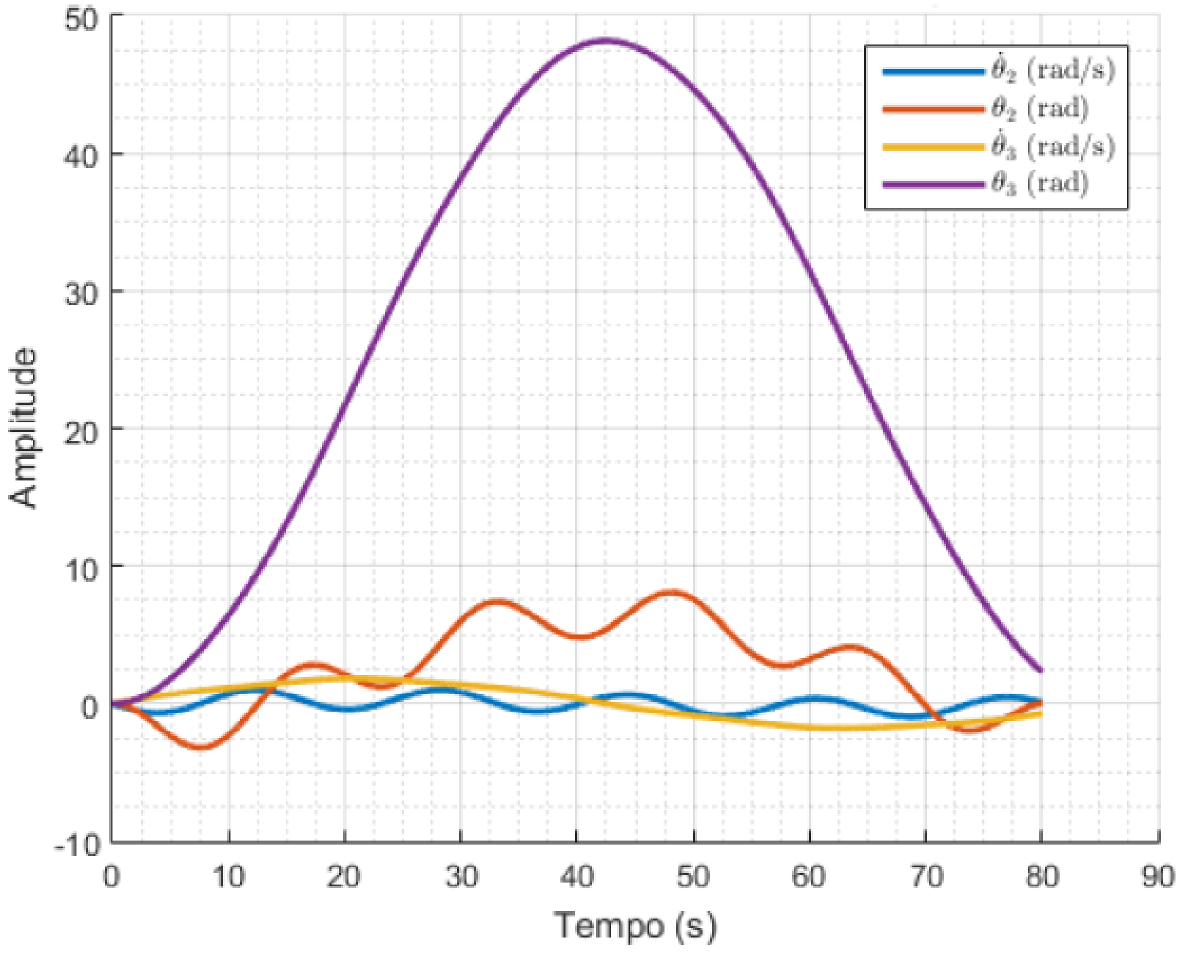


Resposta à entrada em degrau

Respostas

- Condições Iniciais
- Resposta ao impulso
- Resposta à entrada em rampa
- Resposta à entrada em degrau
- Resposta à entrada senoidal

Degrau de T:



- Neste caso, a entrada em torque constante no mesmo sentido não faz ainda sentido físico, sendo esperada uma aplicação de torque oscilatória para permitir a auto-propulsão

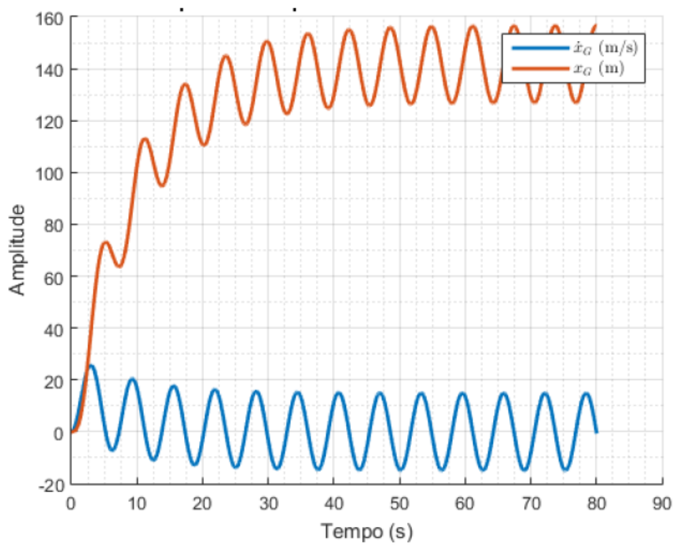
Resposta à entrada senoidal

Respostas

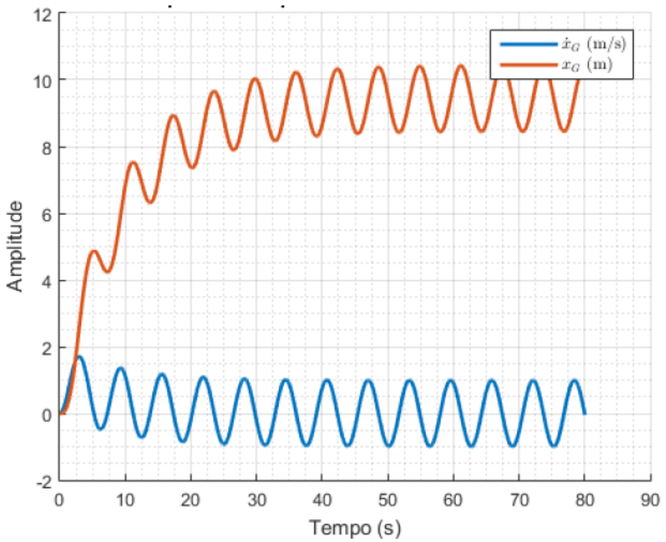
- Condições Iniciais
- Resposta ao impulso
- Resposta à entrada em rampa
- Resposta à entrada em degrau
- Resposta à entrada senoidal

- $F_{prop_{sen}} = F_{D_{sen}} = sen(t)$
- $T_{sen} = 0{,}035 \cdot sen(0{,}2 \cdot t)$

F_{prop} senoidal:



$F_{D_{cte}}$ senoidal:



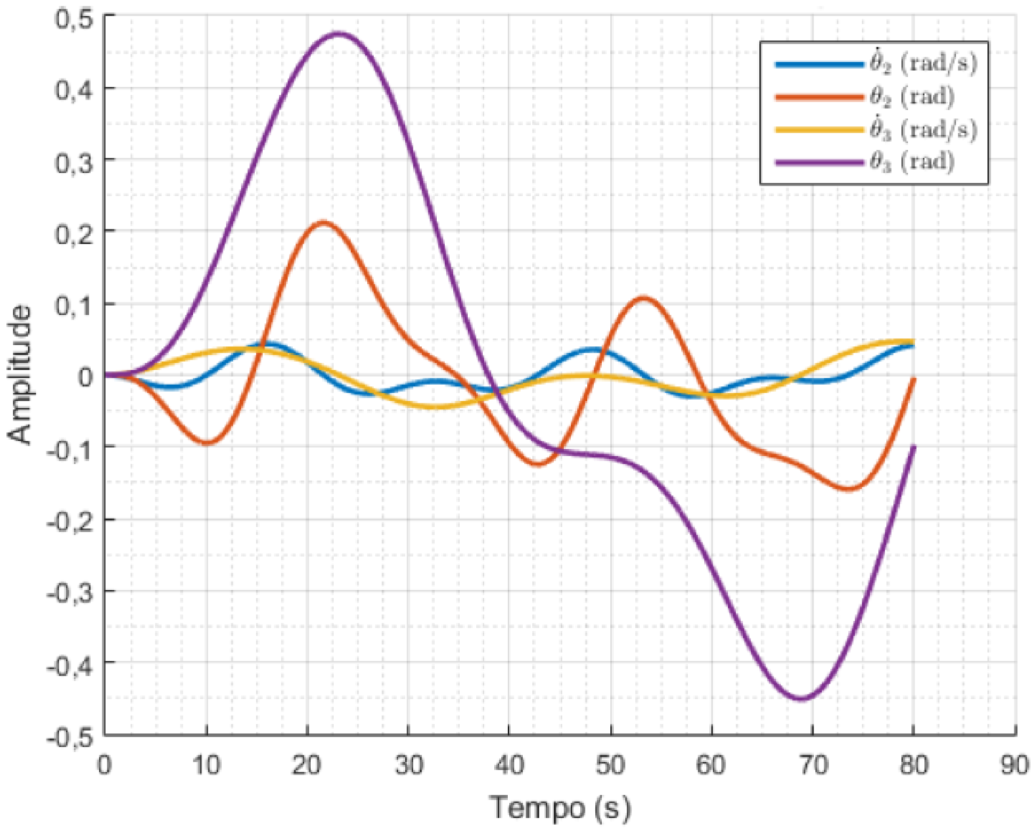
Resposta à entrada senoidal

Respostas

- Condições Iniciais
- Resposta ao impulso
- Resposta à entrada em rampa
- Resposta à entrada em degrau
- Resposta à entrada senoidal

- $F_{prop_{sen}} = F_{D_{sen}} = sen(t)$
- $T_{sen} = 0{,}035 \cdot sen(0{,}2 \cdot t)$

T senoidal:



Matriz de Transição

Condições iniciais diferentes de zero

- Matriz de Transição
- x_{G_0} e $\dot{x}_{G_0}$ diferentes de zero
- θ_{2_0}, $\dot{\theta}_{2_0}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta}_{3_0}$ diferentes de zero

- Matriz de Transição: $\Phi(t)$
- Matriz de Termos Forçantes: $\Gamma(t)$

Definição das Matrizes

$$\Phi(t) = e^{At}$$

$$\Gamma(t) = \Delta t \int_0^t e^{A(t-\tau)} dt$$

Aproximação com expressões em série

$$\Phi(\Delta t) \approx \sum_{k=0}^{n-1} \frac{A^k \Delta t^k}{k!}$$

$$\Gamma(\Delta t) \approx \Delta t \sum_{k=0}^{n-1} \frac{A^k \Delta t^k}{(k+1)!}$$

Matriz de Transição

Condições iniciais diferentes de zero

- Matriz de Transição
- x_{G_0} e $\dot{x}_{G_0}$ diferentes de zero
- θ_{2_0}, $\dot{\theta}_{2_0}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta}_{3_0}$ diferentes de zero

- $n = 150$
- $\Delta t = 0{,}05s$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.9947 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0499 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9996 & -0.0074 & 0.0001 & 0.0013 \\ 0 & 0 & 0.0500 & 0.9998 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0 & 0 & -0.0000 & 0.0006 & 1.0000 & -0.0004 \\ 0 & 0 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0500 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.0499 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0012 & 0.0500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0500 & -0.0002 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0 & 0 & 0.0012 & 0.0500 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0 & 0 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0500 & -0.0000 \\ 0 & 0 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0012 & 0.0500 \end{bmatrix}$$

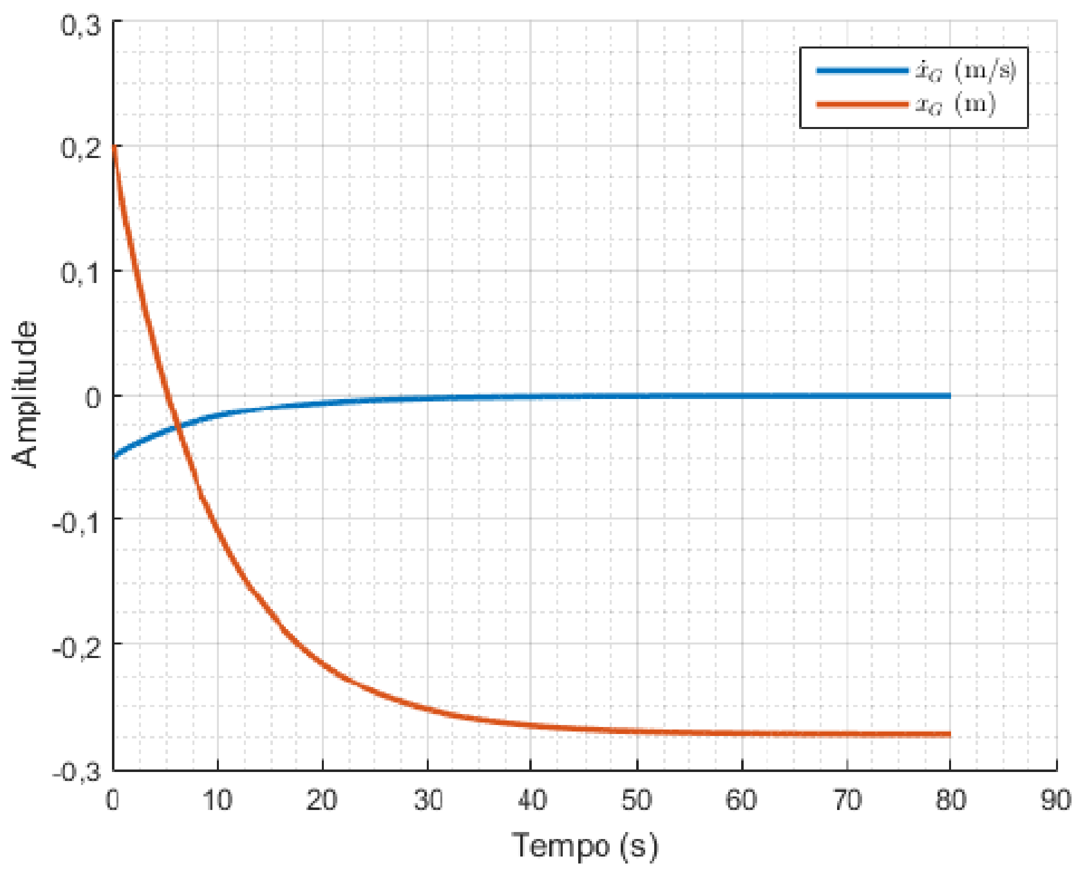
x_{G_0} e $\dot{x}_{G_0}$ diferentes de zero

Condições iniciais diferentes de zero

- Matriz de Transição
- x_{G_0} e $\dot{x}_{G_0}$ diferentes de zero
- θ_{2_0}, $\dot{\theta}_{2_0}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta}_{3_0}$ diferentes de zero

- $$\begin{bmatrix} x_{G_0} \\ \dot{x}_{G_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}2 \\ -0{,}05 \end{bmatrix}$$

Respostas transversais:



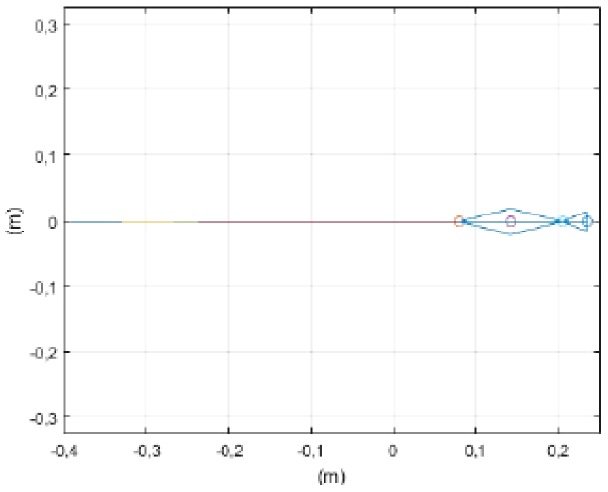
x_{G_0} e $\dot{x}_{G_0}$ diferentes de zero

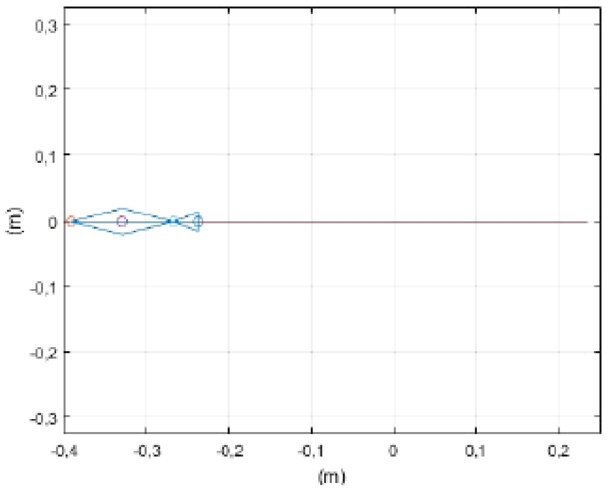
Condições iniciais diferentes de zero

- Matriz de Transição
- x_{G_0} e $\dot{x}_{G_0}$ diferentes de zero
- θ_{2_0}, $\dot{\theta}_{2_0}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta}_{3_0}$ diferentes de zero

- $$\begin{bmatrix} x_{G_0} \\ \dot{x}_{G_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}2 \\ -0{,}05 \end{bmatrix}$$

Visualização das respostas transversais:





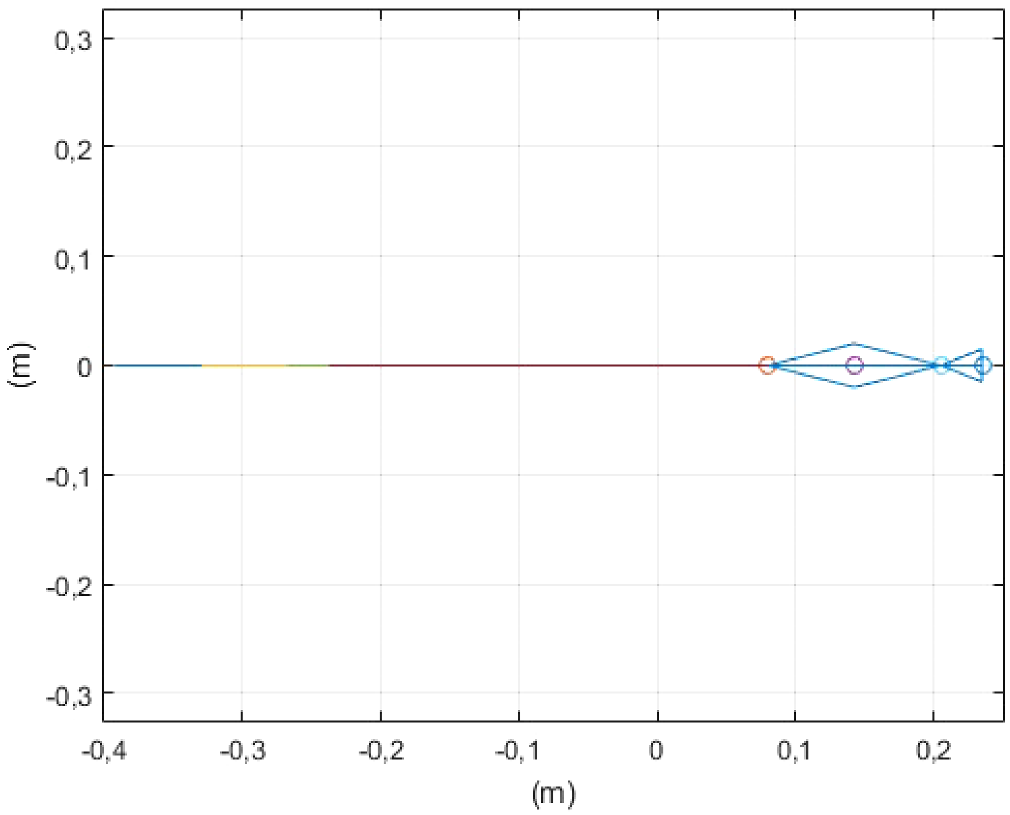
x_{G_0} e $\dot{x}_{G_0}$ diferentes de zero

Condições iniciais diferentes de zero

- Matriz de Transição
- x_{G_0} e $\dot{x}_{G_0}$ diferentes de zero
- θ_{2_0}, $\dot{\theta}_{2_0}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta}_{3_0}$ diferentes de zero

- $$\begin{bmatrix} x_{G_0} \\ \dot{x}_{G_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}2 \\ -0{,}05 \end{bmatrix}$$

Visualização das respostas transversais:



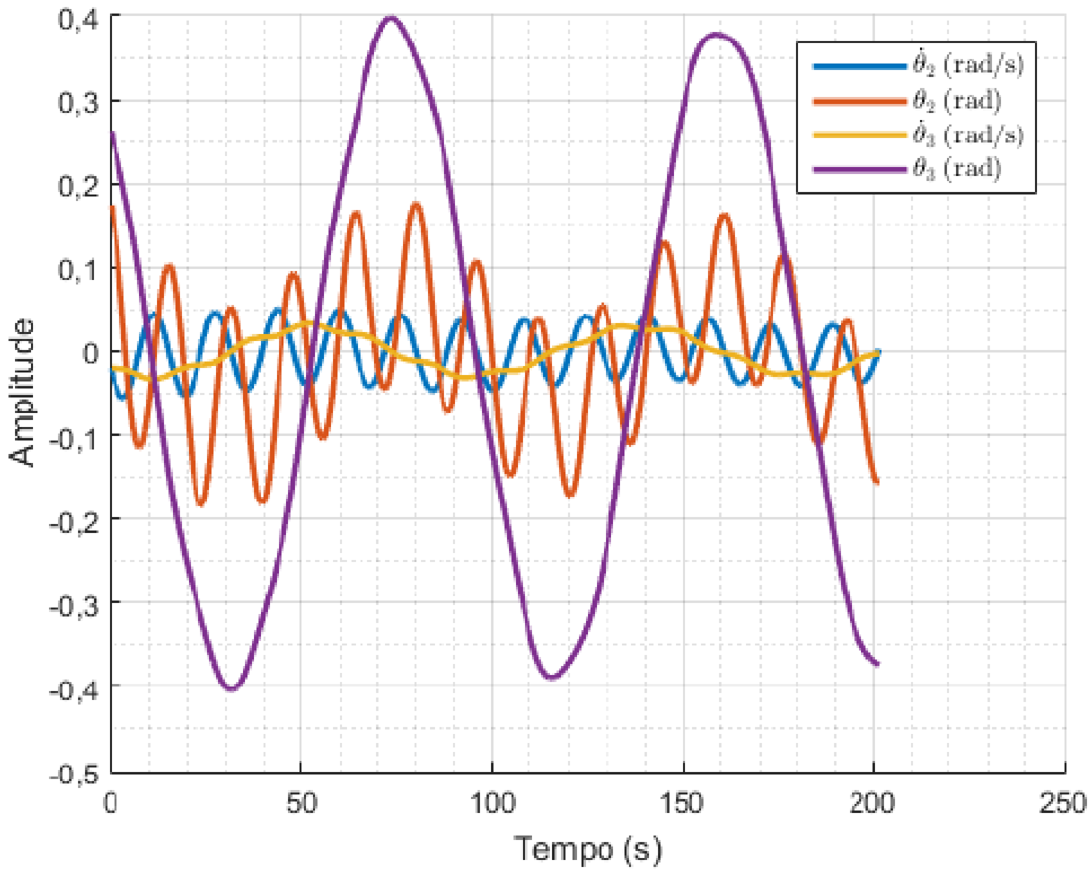
θ_{2_0}, $\dot{\theta}_{2_0}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta}_{3_0}$ diferentes de zero

Condições iniciais diferentes de zero

- Matriz de Transição
- x_{G_0} e $\dot{x}_{G_0}$ diferentes de zero
- θ_{2_0}, $\dot{\theta}_{2_0}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta}_{3_0}$ diferentes de zero

- $$\begin{bmatrix} \theta_{2_0} \\ \dot{\theta}_{2_0} \\ \theta_{3_0} \\ \dot{\theta}_{3_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi/18 \\ -0{,}02 \\ \pi/12 \\ -0{,}02 \end{bmatrix}$$

Respostas angulares:

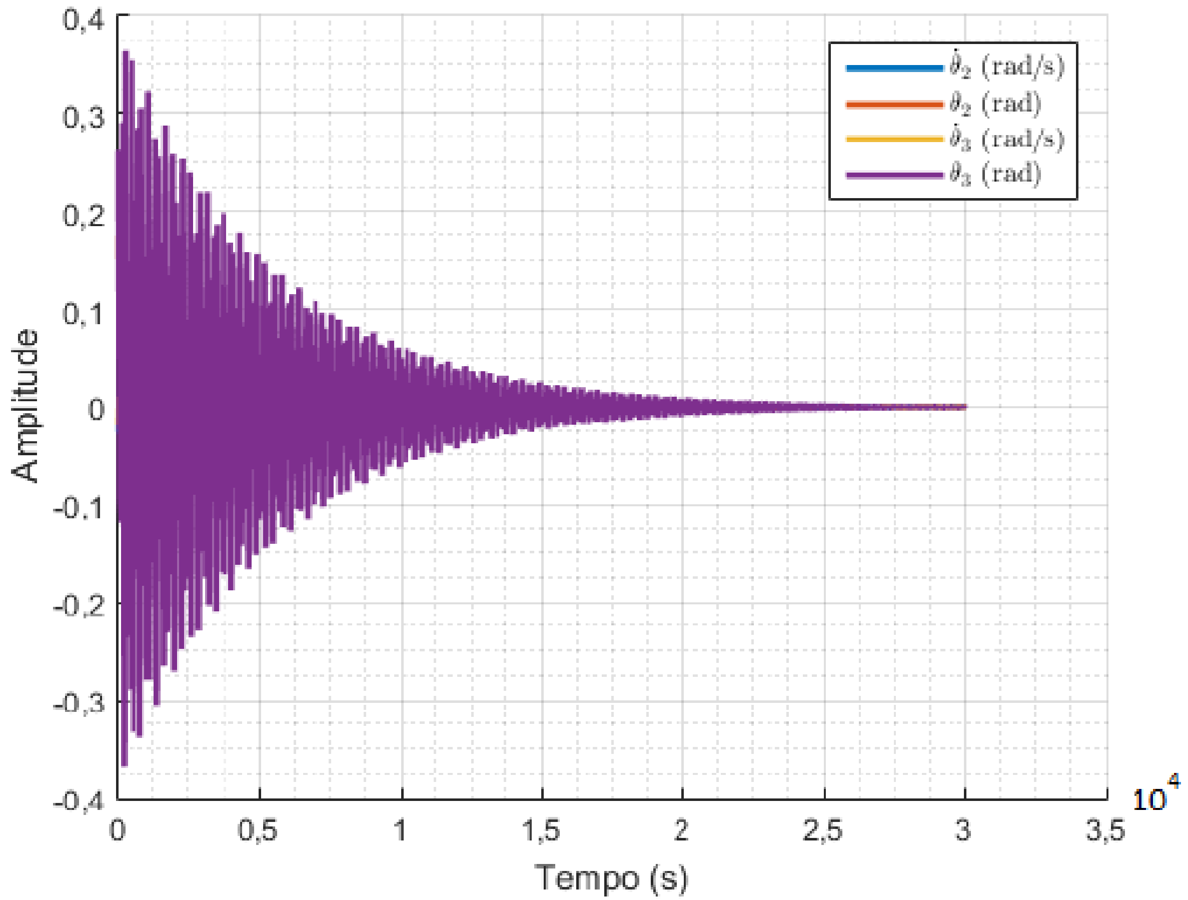


Condições iniciais diferentes de zero

- Matriz de Transição
- x_{G_0} e $\dot{x_{G_0}}$ diferentes de zero
- θ_{2_0}, $\dot{\theta_{2_0}}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta_{3_0}}$ diferentes de zero

- $$\begin{bmatrix} \theta_{2_0} \\ \dot{\theta}_{2_0} \\ \theta_{3_0} \\ \dot{\theta}_{3_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi/18 \\ -0{,}02 \\ \pi/12 \\ -0{,}02 \end{bmatrix}$$

Simulação com tempo elevado:



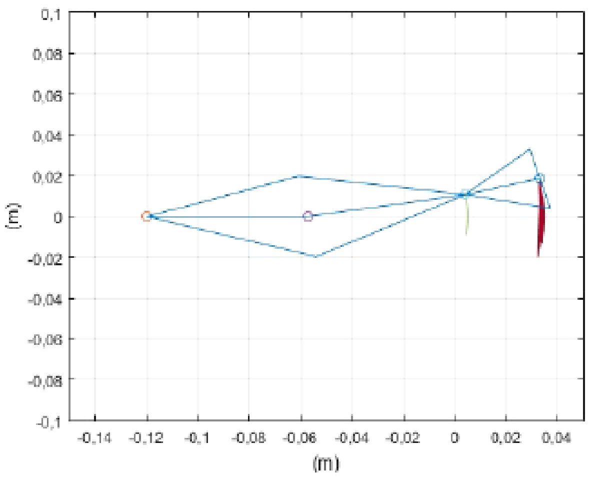
θ_{2_0}, $\dot{\theta_{2_0}}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta_{3_0}}$ diferentes de zero

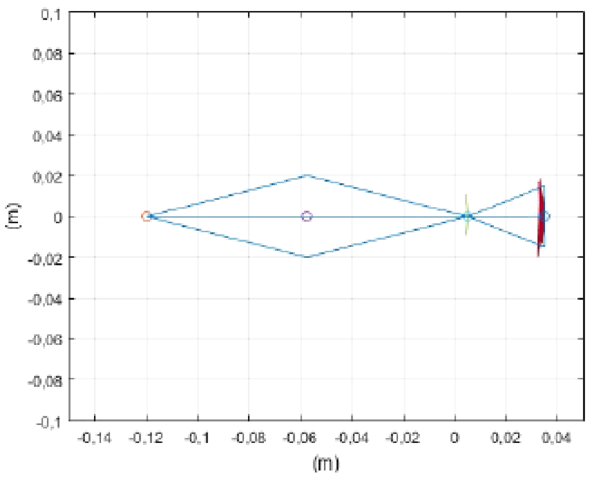
Condições iniciais diferentes de zero

- Matriz de Transição
- x_{G_0} e $\dot{x_{G_0}}$ diferentes de zero
- θ_{2_0}, $\dot{\theta_{2_0}}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta_{3_0}}$ diferentes de zero

- $$\begin{bmatrix} \theta_{2_0} \\ \dot{\theta}_{2_0} \\ \theta_{3_0} \\ \dot{\theta}_{3_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi/18 \\ -0{,}02 \\ \pi/12 \\ -0{,}02 \end{bmatrix}$$

Visualização da resposta angular:





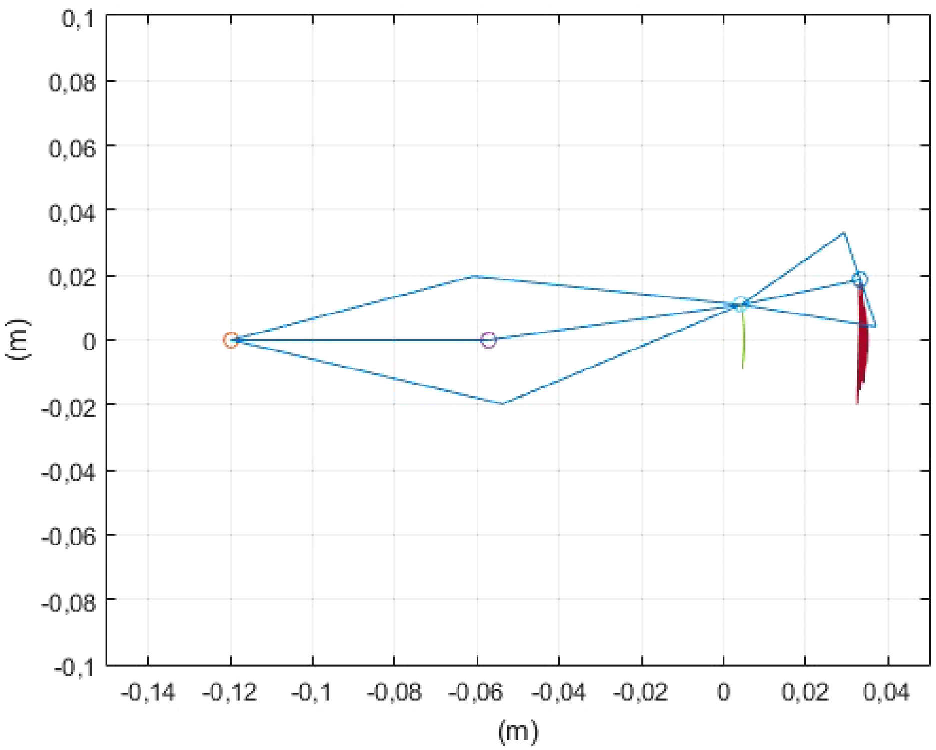
θ_{2_0}, $\dot{\theta}_{2_0}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta}_{3_0}$ diferentes de zero

Condições iniciais diferentes de zero

- Matriz de Transição
- x_{G_0} e $\dot{x}_{G_0}$ diferentes de zero
- θ_{2_0}, $\dot{\theta}_{2_0}$, θ_{3_0} e $\dot{\theta}_{3_0}$ diferentes de zero

- $$\begin{bmatrix} \theta_{2_0} \\ \dot{\theta}_{2_0} \\ \theta_{3_0} \\ \dot{\theta}_{3_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi/18 \\ -0{,}02 \\ \pi/12 \\ -0{,}02 \end{bmatrix}$$

Visualização da resposta angular:

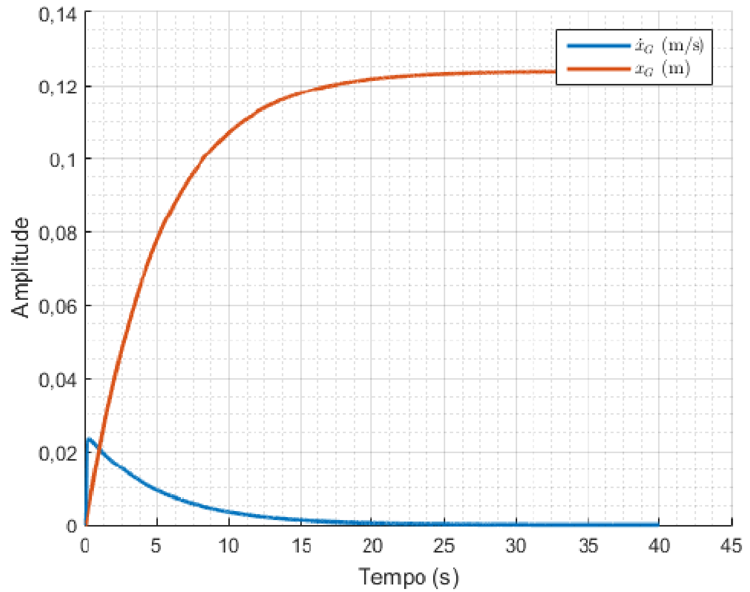


Forças externas nulas

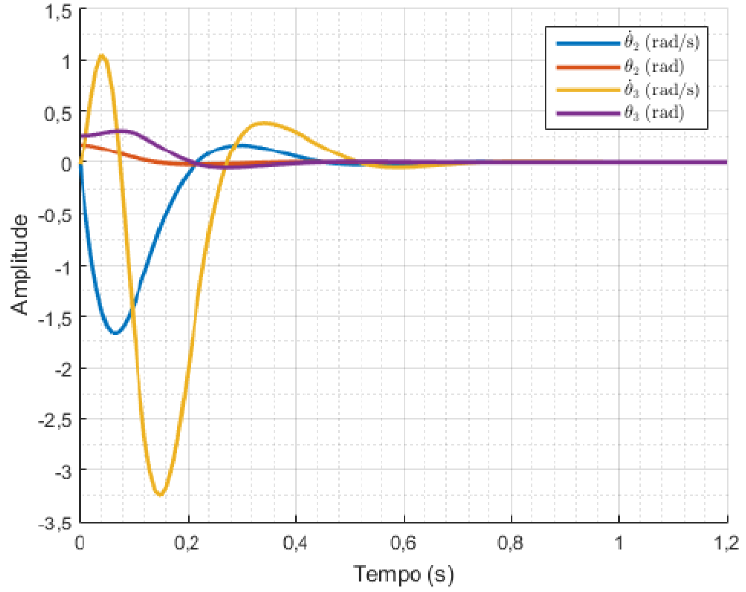
Comportamento sistema não-linear

- Forças externas nulas
- Forças externas não-nulas

Resposta de translação:



Respostas angulares:



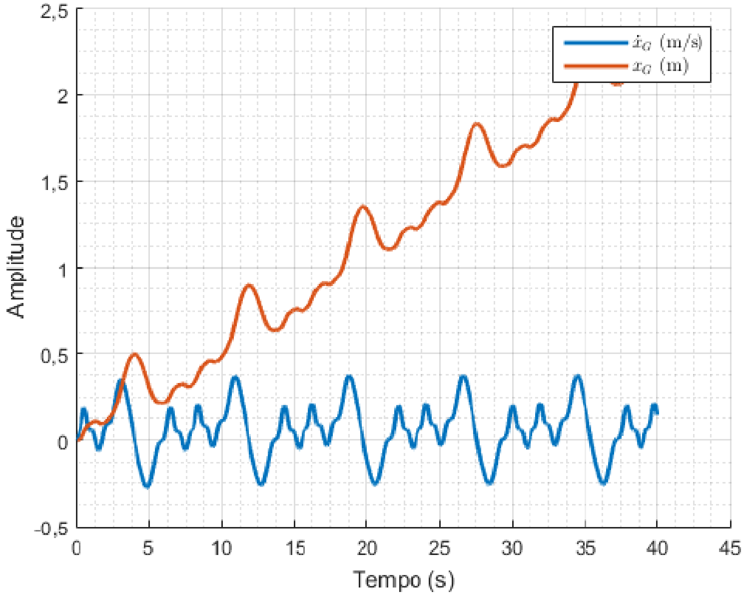
Forças externas não-nulas

Comportamento sistema não-linear

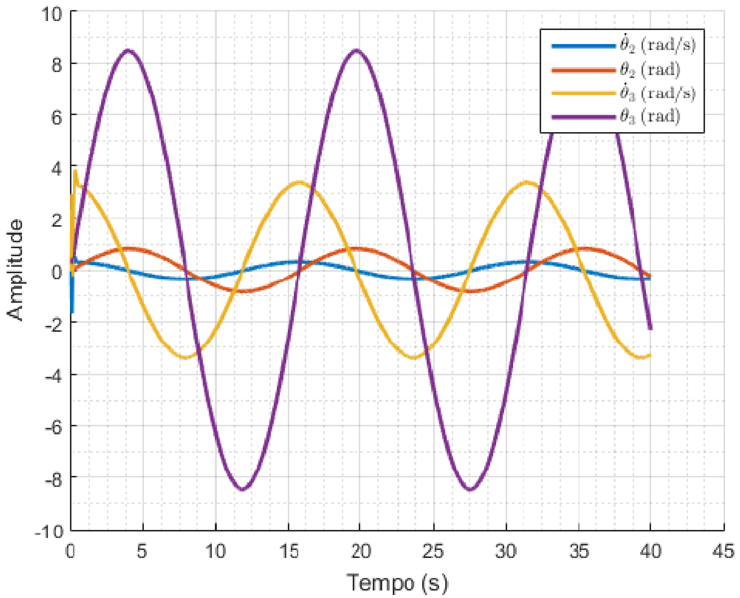
- Forças externas nulas
- Forças externas não-nulas

- $F_{D_{cte}} = \dfrac{C_D \rho U_m^2 A_T}{2} = 0{,}0159N$
- $T = 0{,}35 \cdot sen(0{,}4t)$

Resposta de translação:



Respostas angulares:



Verificação da Hipótese Inicial

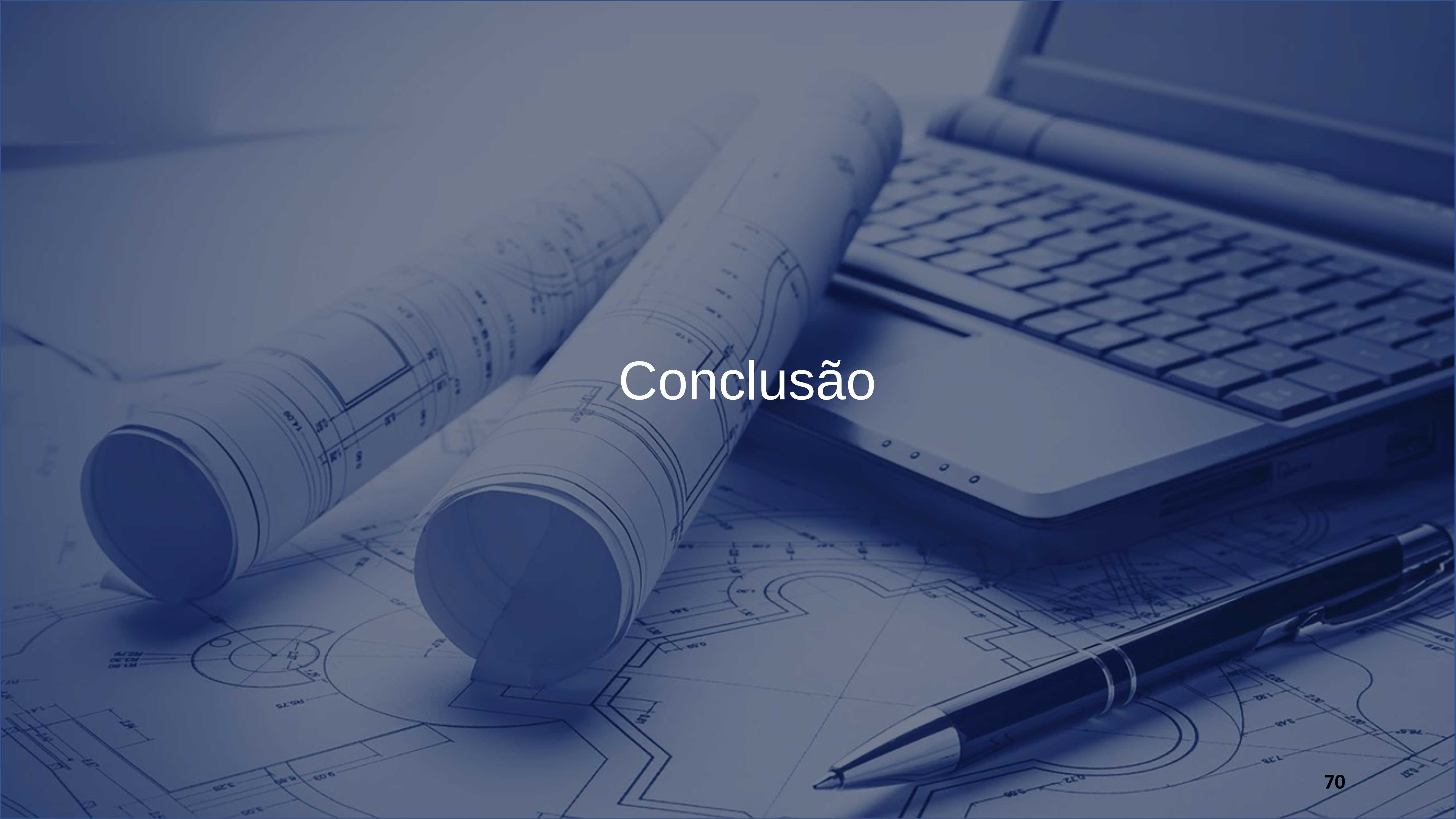
Verificação da Hipótese inicial

- Observamos que, para a aplicação de um torque dado por: $T = 0{,}35 \cdot sen(0{,}4t)$, temos que a velocidade linear do centro de massa é oscilatória, de módulo não muito elevado.

- Devido ao fato de a média dos valores da velocidade é levemente positivo, o deslocamento do centro de massa é crescente. Vale ressaltar que, neste caso com x_G crescendo positivamente, o peixe estaria indo para trás.

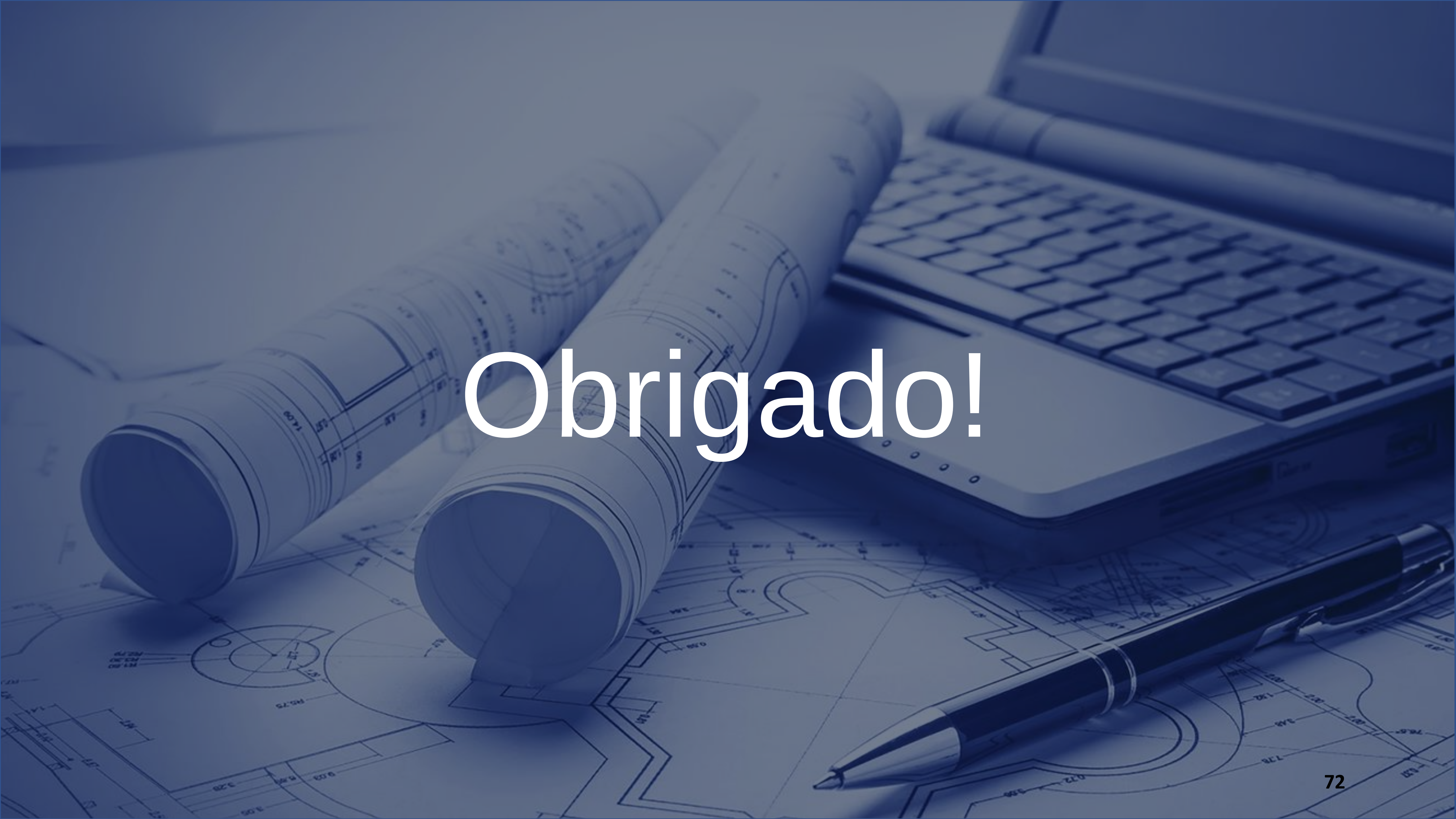
- Dessa forma, acredita-se ser possível determinar um ganho de controle ou método mais adequado que leve a uma oscilação mais baixa da velocidade linear e uma oscilação em torno de zero do deslocamento também. Ou seja, com um controle adequado, seria possível sim utilizar-se da simplificação de que a velocidade e o deslocamento lineares são praticamente desprezíveis.

Conclusão



Conclusão

- Foi inicialmente determinado o modelo físico adotado para o sistema e realizada a sua modelagem matemática. Com uso de conceitos de mecânica clássica e hidrodinâmica, foi possível desenvolver uma complexa equação de movimento
- O modelo obtido inicialmente era altamente não-linear. Foi, pois, empregada a linearização por expansão em Série de Taylor, obtendo pois uma equação linear que descreve o movimento em torno do repouso, considerado o ponto de operação do sistema. Dada a inevitável não-linearidade no termo que multiplicava o torque no movimento transversal, foi necessária a definição de uma força auxiliar que representava a força de propulsão do peixe. Essa adaptação permitiu uma análise mais completa do sistema
- Foi então definido o espaço de estados do sistema, suas funções de transferência e seus polos e zeros. Com isso, permitiu-se verificar que o sistema é marginalmente estável
- A resposta no domínio da frequência deixou bem evidente as características acarretadas pelos polos dominantes e os picos de ressonância nas frequências naturais. Assim, foi possível inferir faixas frequências de interesse para o desenvolvimento do projeto, lembrando que não se procuravam respostas que fossem atenuadas pelo sistema
- Na posterior análise no domínio do tempo, foi então verificado o comportamento do sistema para múltiplas entradas. Com destaque para as entradas em degrau e senoidais (de maior interesse para o sistema), foram apresentados resultados condizentes com o esperado.
- A análise por matriz de transição foi de grande valia para reafirmação da estabilidade marginal do sistema e para verificar o amortecimento natural do sistema. Observou-se que, sem a aplicação de esforços externos, o tempo para o sistema amortecer é extremamente alto, o que reflete a baixa magnitude dos coeficientes de amortecimento
- Por fim, foi realizada a simulação do sistema com as equações não lineares, de tal forma que foi possível validar a linearização realizada e observar a correlação entre as variáveis angulares e de translação



Obrigado!