

Jose Jelys Felix Rafael - 10323139

1º Exercício

(i)  $x(0) = x_0$  e  $\dot{x}(0) = 0$

$2\ddot{x} + 7\dot{x} + 3x = 0$

=> Pela transformada de Laplace, através do operador  $L\{x\}$

$2L\{\ddot{x}\} + 7L\{\dot{x}\} + 3L\{x\} = 0$

$2(s^2 X(s) - s x(0) - \dot{x}(0)) + 7(s X(s) - x(0)) + 3 X(s) = 0$

o que vai resultar em:

$X(s) = \frac{x_0(2s+7)}{(s+3)(2s+1)}$ , que também pode ser escrito de seguinte forma

$X(s) = \frac{A}{s+3} + \frac{B}{2s+1}$

Como:

$2A+B=2x_0$  e  $A+3B=7x_0$

$X(s) = \frac{-x_0}{5(s+3)} + \frac{12x_0}{5(2s+1)}$  => é necessário aplicar a transformada inversa



sende a transf. inversa de  $\frac{1}{s-a} = e^{at}$

$$X(s) = \frac{6}{5} \times 0 e^{-1/2t} - \frac{1}{2} \times 0 e^{-3t}$$

## Exercício 2

equação:  $\ddot{x} + 2\dot{x} + 7x = \sin t + 7\cos t + 5u$

os parâmetros são:

$$\begin{cases} x(0) = 9 \\ \dot{x}(0) = 1 \\ \ddot{x}(0) = 2 \end{cases} \text{ tal que } \text{para a variável } u$$

$$\begin{aligned} u(0) &= 0 \\ \dot{u}(0) &= 0 \end{aligned}$$

Deve-se aplicar a plan a transformada de Laplace

$$S \{eq_1\} = \int \{eq_2\} \quad \begin{cases} L \{eq_1\} = A \\ L \{eq_2\} = B \end{cases}$$

$$A = S^3 X(s) - S^2 \dot{x}(0) - S \ddot{x}(0) - \ddot{x}(0) + 2(S^2 X(s) - \dot{x}(0) - S \dot{x}(0)) + 7(S X(s) - x(0))$$

e B (próximo página)



$$B = S^2 U(s) - S U(0) - \dot{U}(0) +$$

$$7 (S U(s) + U(0)) + S U(s)$$

resumando e com os dados fornecidos

$$X(s) = \frac{9s^3 + 20s^2 + 74s + 5}{s^2(s^2 + 25 + 7)}$$

Novamente, dev-se aplicar a transformada inversa

$$X(t) = \frac{495}{49} + 5t - \frac{67}{49} e^{-t} \cos(\sqrt{6}t) + \frac{4\sqrt{6}}{294} e^{-t} \sin(\sqrt{6}t)$$