Nome: João Pedro Junqueira S. de Morais 11/11/2020

NUSP: 10774437

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

→ Exercícios da Aula do dia 22/10/2020

1) $2\ddot{x} + 7\dot{x} + 3x = 0$ $\begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$

→ Pela Transf. de Laplace: $2(S^2X(s) - SX(0) - \cancel{\dot{X}(0)}^{0}) + 7(SX(s) - X(0)) + 3X(s) = 0 \therefore$

$\therefore 2S^2X(s) + 7SX(s) + 3X(s) = 2SX(0) + 7X(0) \therefore X(s) = \dfrac{X_0 \cdot (2S+7)}{(S+3)(2S+1)}$

→ $\dfrac{X_0 \cdot (2S+7)}{(S+3)\cdot(2S+1)} = \dfrac{A}{S+3} + \dfrac{B}{2S+1}$ $\begin{cases} 2A + B = 2x_0 \\ A + 3B = 7x_0 \end{cases}$ $\Rightarrow A = -\dfrac{1}{5}x_0$

$B = \dfrac{12}{5}x_0$

→ Assim: $X(s) = \dfrac{-x_0}{5(S+3)} + \dfrac{12x_0}{5\cdot(2S+1)}$ ⇒ Transf. Inversa: $\mathcal{L}^{-1}\left(\dfrac{1}{s-a}\right) = e^{at}$

→ Dessa maneira, por fim temos que: $\boxed{X(t) = \dfrac{6}{5}X_0 e^{-\frac{1}{2}t} - \dfrac{1}{2}X_0 \cdot e^{-3t}}$

2) $\dddot{X} + 2\ddot{x} + 7\dot{x} = \ddot{u} + 7\dot{u} + 5u$ $\begin{cases} x(0) = 9 \\ \dot{x}(0) = 1 \\ \ddot{x}(0) = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} U(0) = 0 \\ \dot{u}(0) = 0 \end{cases}$

→ Pela Transf. de Laplace:

$S^3X(s) - S^2X(0) - S\dot{X}(0) - \ddot{X}(0) + 2(S^2X(s) - \dot{X}(0) - SX(0)) + 7(SX(s) - X(0)) = S^2U(s) - SU(0) - \dot{U}(0) +$

$+ 7(SU(s) - U(0)) + 5U(s) \therefore X(s)\cdot(s^3 + 2S^2 + 7S) = U(s)\cdot(S^2 + 7S + 5) + 9S^2 + 19S + 67$

→ $X(s) = \dfrac{9S^3 + 20S^2 + 74S + 5}{S^2\cdot(S^2 + 2S + 7)}$ → Aplicando a Transf. Inversa por meio de frações parcais: $\boxed{X(t) = \dfrac{495}{49} + \dfrac{5}{7}t - \dfrac{67}{49}e^{-t}\cos(t\sqrt{6}) + \dfrac{4\sqrt{6}}{294}e^{-t}\operatorname{sen}(t\sqrt{6})}$