Francisco Samuel Amâncio Lima
10771584

② $\begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{vmatrix} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$

$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$ $\quad A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

ⓐ Determine os autovalores

$\begin{vmatrix} -3-\lambda & 1 & 0 \\ 2 & -3-\lambda & 2 \\ 0 & 1 & -3-\lambda \end{vmatrix} = 0$ $\quad \underbrace{(3+\lambda)}_{\lambda=3}\underbrace{[(-3-\lambda)^2-2-2]}_{\lambda^2+6\lambda+5=0} = 0$

$\begin{cases} \lambda_1 = -3 \\ \lambda_2 = -1 \\ \lambda_3 = -5 \end{cases}$

ⓑ Verificando estabilidade

Sabendo que $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 < 0$ as soluções são exponenciais decrescentes, logo o sistema é estável

ⓒ Para $\lambda_1 = -3$

$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_2 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{matrix}$

$V_1 = \alpha_1[1,0,-1]^T$

$V_1 = [1/\sqrt{2}; 0; -1/\sqrt{2}]^T$

Para $\lambda_2 = -1$

$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ +2 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} -2x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - 2x_3 = 0 \end{matrix}$ $\quad V_2 = \alpha_2[1, 2, 1]^T$

$V_2 = [1/\sqrt{6}, 2/\sqrt{6}, 1/\sqrt{6}]^T$

$\lambda_3 = -5$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$2x_1 + x_2 = 0$

$x_1 + x_2 + x_3 = 0$

$x_2 + 2x_3 = 0$

$V_1 = \alpha_1 [1 \ -2 \ 1]^T$

$V_1 = [1/\sqrt{6} \,;\, -2/\sqrt{6} \,;\, 1/\sqrt{6}]^T$

d)

$$T = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 0 & 2/\sqrt{6} & -2/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \end{bmatrix}$$

e)

$$\Lambda = T^{-1} . A . T = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

1) Verifique a estabilidade por Routh-Hurwitz:

a)

$D(s) = s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 1$

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 3 & 1 \\ s^3 & 2 & 4 & 0 \\ s^2 & 1 & 1 & \\ s^1 & 2 & 0 & \\ 1 & 1 & & \end{array}$$

Sistema estável $\therefore$ 4 polos estáveis

b)

$D(s) = s^5 - 4s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 5s + 1$

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & 1 & 3 & 5 \\ s^4 & -4 & 2 & 1 \\ s^3 & 7/2 & 21/4 & 0 \\ s^2 & 8 & 1 & 0 \\ s^1 & 77/16 & 0 & \\ 1 & 1 & & \end{array}$$

Sistema instável $\begin{cases} \text{3 polos estáveis} \\ \text{2 polos instáveis} \end{cases}$

(c)

s^4	1	0	3
s^3	3	2	0
s^2	-2/3	3	0
s^1	31/2	0	
1	3		

$D(s) = s^4 + 3s^3 + 2s + 3$

Sist. instável $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ polos estáveis} \\ 2 \text{ polos instáveis} \end{array} \right.$

(D) $D(s) = s^4 + s^3 + s^2 + 4s + 1$

s^4	1	1	1
s^3	1	4	0
s^2	-3	1	0
s^1	13/3	0	
1	1		

Sistema instável $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ polos estáveis} \\ 2 \text{ polos instáveis} \end{array} \right.$

(2) $D(s) = s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + K$

(a) Determine K para estabilidade:

s^4	1	3	K
s^3	3	2	0
s^2	7/3	K	0
s	$\frac{14/3 - 3K}{7/3}$	0	0
1	K		

Para estabilidade

$K > 0$

$14/3 - 3K > 0 \Rightarrow K < 14/9$

$$\boxed{0 < K < 14/9}$$

(b) Marginalmente estável

$$\left(\frac{14}{3} - 3K\right)\frac{3}{7} = 0 \Rightarrow K = \frac{14}{9}$$

$$\frac{7s^2}{3} + \frac{14}{9}s$$

s^2	7/3	14/9
s	14/3	14/9
1	14/18	

é estável