Francisco Samuel Amâncio Lima
10771584

**1.1**

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -100 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} . U$$

Fazendo a transformada:

$$\begin{bmatrix} s.X(s) - x(0) \\ s.Y(s) - y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -100 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} . U$$

Com $X(s) = Y(s) = 0$, tem-se o sistema

$s.X(s) = Y(s)$ (I)

$s.Y(s) = -100X(s) + 10U$ (II)

$\Rightarrow$ tem-se:

$$X(s) = 10 . \frac{U(s)}{s^2 + 100}$$

**1.2**

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Achando os autovalores

$$\det \begin{bmatrix} -1-\lambda & 4 & 0 \\ 5 & 2-\lambda & 0 \\ -1 & 0 & -3 \end{bmatrix} = 0$$

$+(1+\lambda)(2-\lambda)(3+\lambda) + 20(3+\lambda) = 0$

$(3+\lambda)[(1+\lambda)(2-\lambda) + 20] = 0$

$\lambda_1 = -3$

$$\lambda_{2,3} = \frac{1 \pm \sqrt{89}}{2}$$

Por transformada de Laplace:

$s.X(s) = -X(s) + 4Y(s)$ (I)

$s.Y(s) = 5X(s) + 2Y(s) + U$ (II)

$s.Z(s) = -X(s) - 3Z(s)$ (III)

Wolfram...

$$X(s) = \frac{4U}{s^2 - s - 22}$$

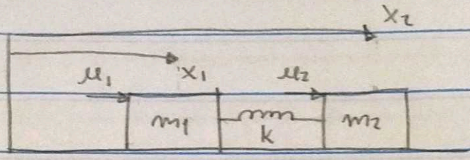
$$Y(s) = \frac{(1+s)U}{s^2 - s - 22}$$

$$Z(s) = \frac{-4U}{(s+3)(s^2 - s - 22)}$$

$$\text{pólos}\begin{cases} s_1 = 3 \\ s_{2,3} = \dfrac{1 \pm \sqrt{89}}{2} \end{cases}$$

OBS: os polos são coincidentes aos autovalores

**(2.1)**




$$\begin{cases} m_1 . \ddot{x}_1 = u_1 - K(x_1 - x_2) \\ m_2 . \ddot{x}_2 = u_2 - K(x_2 - x_1) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \ddot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K/m_1 & 0 & K/m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K/m_2 & 0 & -K/m_2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/m_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1/m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Achando os autovalores:

$$-\lambda^4 - (K/m_1 + K/m_2).\lambda^2 = 0 \Rightarrow \lambda^2 . [\lambda^2 + (K/m_1 + K/m_2)] = 0$$

$$\begin{cases} \lambda_{1,2} = 0 \\ \lambda_{3,4} = \pm i \sqrt{K/m_1 + K/m_2} \end{cases}$$

Fazendo a transformada de Laplace:

Com

$s . X_1(s) = \dot{X}_1(s)$

$s . \dot{X}_1(s) = -K/m_1 . X_1(s) + K/m_1 . X_2(s) + U_1/m_1$

$s . X_2(s) = \dot{X}_2(s)$

$s . \dot{X}_2(s) = K/m_2 . X_1(s) - K/m_2 . X_2(s) + U_2/m_2$

Wolfram ...

$$\begin{cases} X_1(s) = \dfrac{-K/m_2 \cdot U_1/m_1 - s^2 . U_1/m_1 - K/m_1 . U_2/m_2}{s^2 . (K/m_1 + K/m_2 + s^2)} \\ X_2(s) = \dfrac{-K/m_2 . U_1/m_1 - s^2 . U_2/m_2 - K_1/m_1 . U_2/m_2}{s^2 (K/m_1 + K/m_2 + s^2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{X}_1(s) = X_1(s) . s \\ \dot{X}_2(s) = X_2(s) . s \end{cases}$$

2.2

O resultado será igual, haja vista que é somente uma mudança de variável.