

## Experimento 6 - Princípio da Incerteza

### Resumo

O princípio da incerteza de Heisenberg estabelece a impossibilidade de determinarmos simultaneamente o valor exato da coordenada  $x$  de uma partícula e seu momento  $p_x$ , como também a energia  $E$  emitida de um átomo e o tempo  $t$  necessário à medida simultaneamente. Essa incerteza foi calculada em 1927 e pode ser observada experimentalmente utilizando ondas acústicas e eletromagnéticas, o que foi feito neste experimento. Portanto, o objetivo deste experimento foi verificar a validade do Princípio da Incerteza utilizando ondas acústicas e ondas eletromagnéticas, essas últimas por meio de um sistema de fendas simples. Foi possível observar que a incerteza foi maior que  $\hbar/2$  para todas as medidas, como era esperado.

### Introdução

O Princípio da Incerteza foi enunciado em 1927 por Werner Heisenberg e diz respeito à precisão máxima com a qual podemos conhecer simultaneamente duas medidas intrínsecas às partículas de um grupo de ondas: a posição e o momento. Esse princípio pode ser constatado tanto com uma abordagem ondulatória como também pensando em partículas, ou seja, das propriedades ondulatórias das partículas ou das propriedades de partícula das ondas [1].

Matematicamente, o que o princípio nos fornece é a equação:

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar/2 \quad (1)$$



em que  $\Delta x$  = incerteza relativa à medida de posição e  $\Delta p_x$  = incerteza relativa ao momento da partícula. Além disso,  $\frac{h}{2} = \frac{h}{4\pi}$ , sendo  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{s}}$  a constante de Planck.

Essa incerteza é inerente ao processo de medida e, portanto, nada tem a ver com os instrumentos utilizados e sua precisão. Ou seja, ainda que os instrumentos sejam ideais, não podemos obter resultados melhores que o estabelecido na equação 1. Assim, se temos, por exemplo, uma alta precisão na posição da partícula ( $\Delta x \rightarrow 0$ ), conheceremos muito pouco, ou nada, sobre o momento dessa partícula, visto que  $\Delta p_x \rightarrow \infty$ . [2]

Essa limitação foi estudada experimentalmente a partir da difração de um laser, no qual podemos considerar a largura da fenda como a incerteza da posição e, a partir de alguns parâmetros que serão descritos posteriormente, calcular a incerteza do momento.

Há ainda uma segunda parte do princípio da incerteza, que relaciona a medida da energia  $E$  e do tempo  $t$  necessário à medida, de forma que:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2} \quad (2)$$

sendo  $\Delta E$  = incerteza na medida da energia e  $\Delta t$  = incerteza na medida do tempo que ocorrem mudanças no sistema.

Essa segunda parte foi constatada experimentalmente utilizando ondas acústicas, das quais coletamos o sinal e pudemos analisar graficamente, de forma a obter  $\Delta E$  e  $\Delta t$ .



## Objetivo

Verificar a validade do princípio da incerteza de Heisenberg empregando ondas acústicas e ondas eletromagnéticas.

## Metodologia

### Ondas Mecânicas/Acústicas

1. A montagem do sistema utilizado foi representada abaixo:

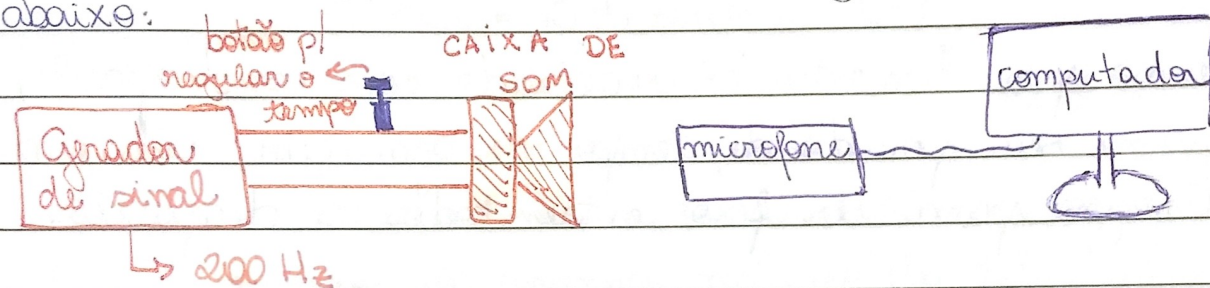


Figura 1: Diagrama do experimento.

Para realizar este experimento, utilizou-se dois tipos de fonte: a primeira consiste em uma caixa de som conectada a um gerador de sinal, possuindo frequência variável e também um interruptor que permite emitir pacotes de onda em diferentes tempos; a segunda é o diapásão. Neste caso foram usados 4 diapásões com frequências fixas e 10 valores de tempo para a primeira fonte (de 1s a 50s). O microfone é acoplado ao computador para registrar a amplitude da onda em função do tempo, utilizando o programa Sound Recorder do Windows.

### Procedimento de aquisição das ondas:

1. Com o gerador de sinal configurado em 200 Hz, registrou-se um pacote de ondas de cerca de 1s. Para que não fossem perdidos dados, a gravação foi iniciada antes de pressionar o botão e finalizada após o término do pacote.



2. Os dados são salvos e exportados para o Origin, onde é possível conferir graficamente o tempo do pacote e, aplicando a Transformada de Fourier do sinal, identificar com exatidão a frequência e a sua incerteza associada, que é obtida no ajuste da curva.

3. Esse procedimento foi repetido para 10 diferentes valores de tempo, que vão de  $1\mu$  à  $50\mu$ , com passos de  $5\mu$  em média.

4. O mesmo procedimento foi realizado com os diapasões, que tiveram seu período de tempo de gravação selecionado no Origin para ser fixo entre todos os diapasões.

## Ondas eletromagnéticas

1 e 2. O experimento foi representado na imagem abaixo:

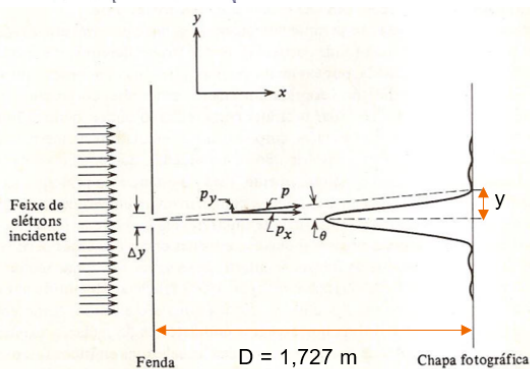


Figura 2: Diagrama do experimento com ondas eletromagnéticas

A partir da imagem, temos que  $\sin\theta = \frac{p_y}{P}$  e também

que  $\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{D^2 + y^2}}$ . Experimentalmente, medimos  $D$ , que

permanece constante, e também  $y$  em função de  $\Delta y$ . Podemos considerar  $\Delta p_y \approx p_y$  e associar as equações acima de forma que:



$$\Delta p_y \approx p_y = p \sin \theta = p \frac{y}{\sqrt{D^2 + y^2}} \approx p \frac{y}{D}, \text{ pois } y \gg D.$$

Pela relação de de Broglie, temos que  $p = \frac{h}{\lambda}$ . Portanto, precisa-

mos primeiro calcular o valor de  $\lambda$ , que pode ser calculado a partir da relação de Bragg, que estabelece que:

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (3)$$

sendo  $n =$  a ordem do máximo de difração ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) e  $d = \Delta y$  é a abertura da fenda.

Como nesse caso mediu-se a distância até o primeiro mínimo e não ao primeiro máximo de difração, podemos usar a equação (3) reescrita como:

$$\lambda = \Delta y \cdot \sin \theta \quad (4)$$

$\Rightarrow \lambda = \Delta y \cdot \frac{y}{\sqrt{y^2 + D^2}}$ , que podemos aproximar para

$$\lambda = \Delta y \cdot \frac{y}{D}, \text{ já que } D \gg y. \Rightarrow \lambda = \Delta y \frac{y}{D} \quad (5)$$

Assim,

$$\Delta p_y = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{y}{D} \Rightarrow \Delta p_y \Delta y = h \quad (6)$$

O resultado é condizente com o Princípio da Incerteza, visto que  $\Delta p_y \cdot \Delta y = h > \frac{h}{2}$

3. Sabendo disso, utilizou-se duas lâminas móveis para formar uma fenda variável, um micrômetro para medir a largura da fenda, um anteparo, um <sup>laser</sup> deslocador com detector e um paquímetro. O diâmetro do pico de difração foi inicialmente detectado com o deslocador com um detector e posterior-



mente, com o paquímetro, conforme o diâmetro aumentou.

4. Primeiro, o sistema foi alinhado para que o feixe de laser passasse exatamente pelo meio da fenda. A fenda foi completamente fechada, com o micrômetro zerado. Em seguida, a fenda foi aberta até possuir 0,1 mm e então mediu-se a largura do pico central de difração. Esse procedimento foi repetido para 8 medidas, acrescentando entre elas uma abertura de 0,05 mm, até cobrir todo o diâmetro do feixe.

## Resultados e Discussão

### Ondas Mecânicas

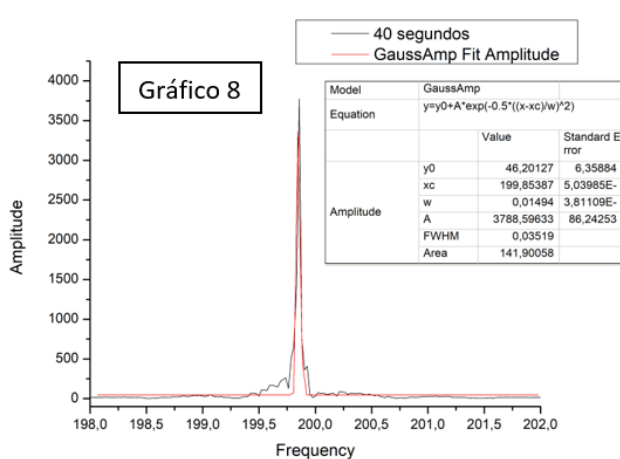
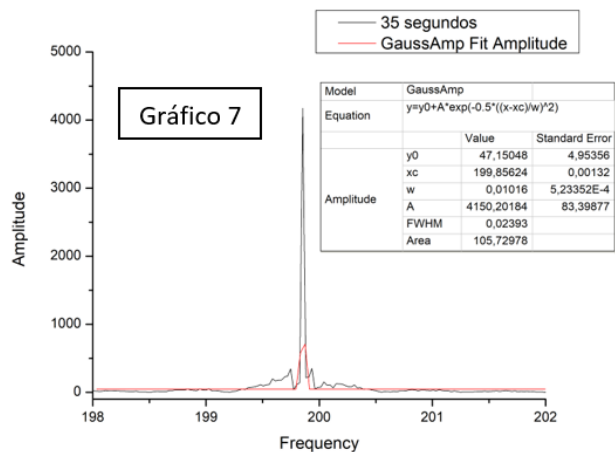
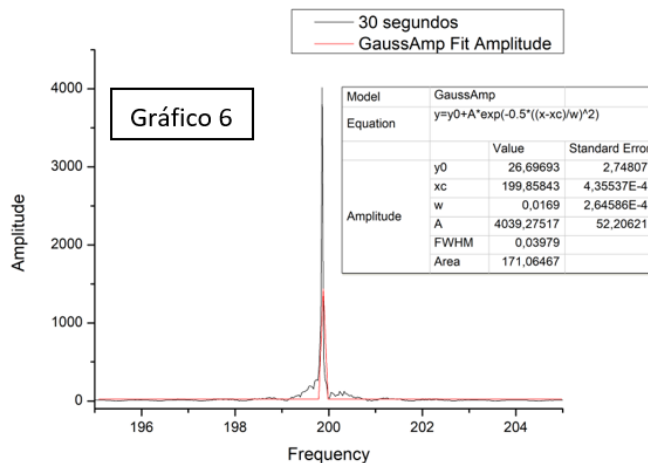
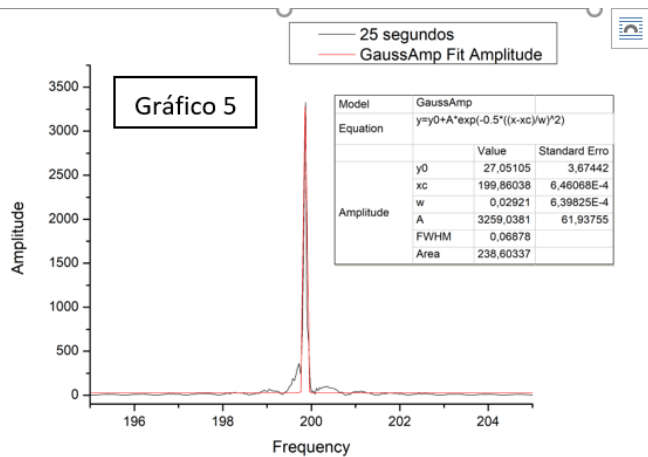
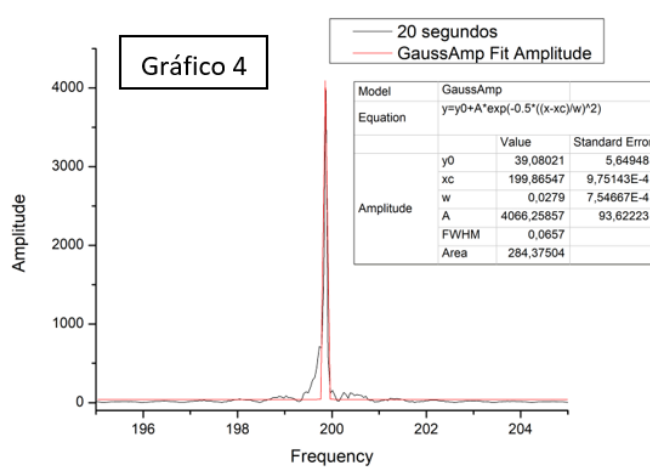
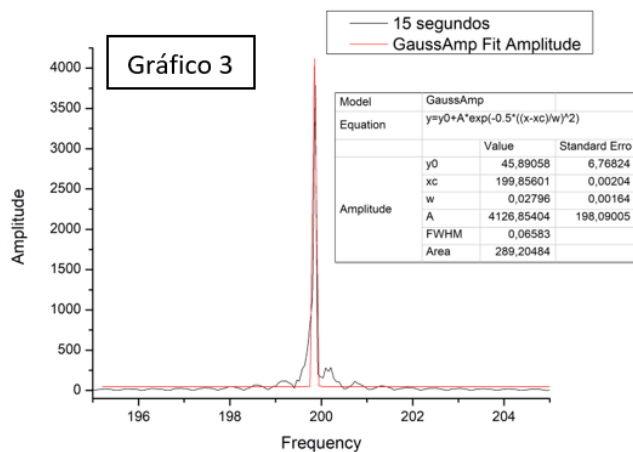
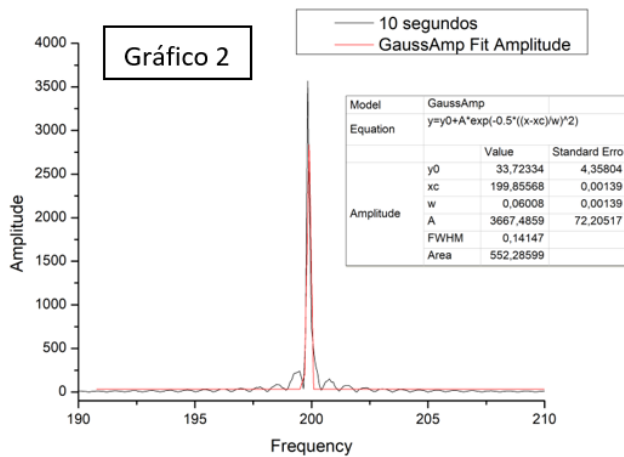
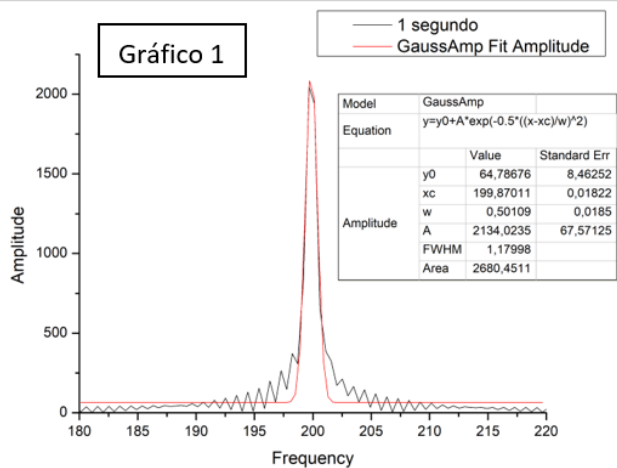
Os dados coletados com a fonte sonora com frequência de 200 Hz foram analisados no Origin, a partir de uma transformada de Fourier dos dados, de forma que obtiveram-se gráficos de Amplitude em função da frequência. Isso foi feito para cada pacote de onda dos diferentes tempos utilizados. Nesses gráficos, foi utilizado um ajuste gaussiano para obtermos a incerteza relativa à frequência do pacote de ondas. Como temos:

$$E = h\nu \quad \Rightarrow \quad \Delta E = h \Delta \nu$$

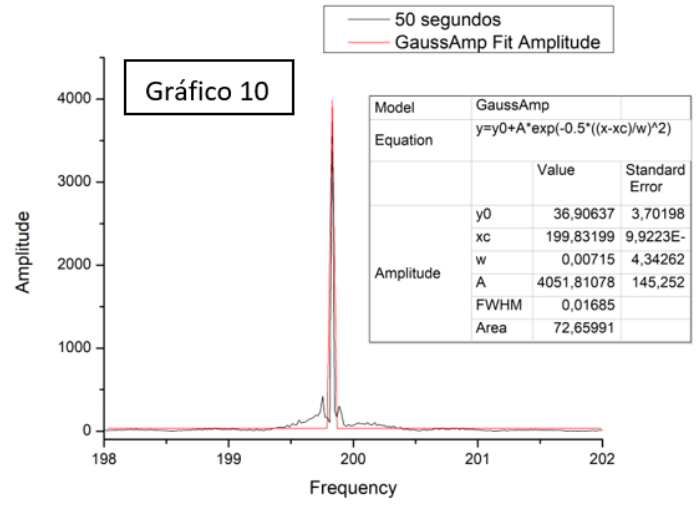
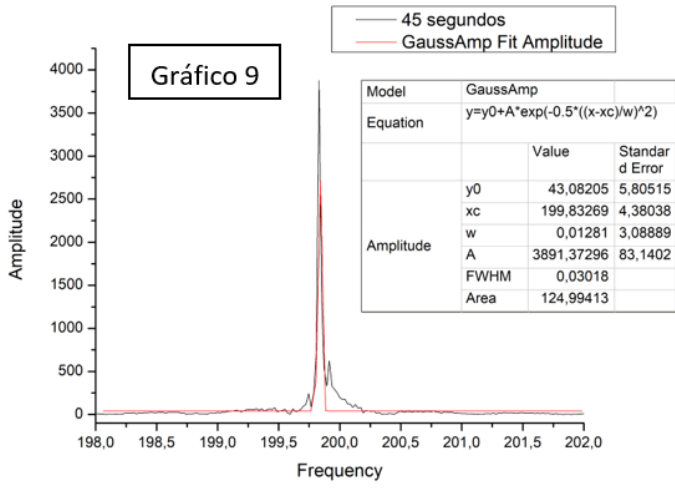
portanto, podemos calcular a incerteza da energia a partir desses dados.

Os gráficos feitos foram colocados à seguir, onde se pode observar nas tabelas os dados obtidos pelo ajuste gaussiano:









Gráficos de 1 a 10: Amplitude em função da Frequência de todos os pacotes de ondas acústicas geradas pela fonte.



A partir dos dados obtidos pelos ajustes gráficos, foi feita uma tabela com o cálculo de  $\Delta E$  e com a comparação dos resultados experimentais de  $\Delta E$   $\Delta t$  com o valor mínimo possível dado pelo princípio da incerteza, de  $\frac{h}{2}$ . Essa tabela foi colocada abaixo:

**Tabela 1:** Dados obtidos para as ondas acústicas produzidas pela fonte e comparação relativa com o valor teórico dado pelo princípio da incerteza.

Como pode ser visto na Tabela 1, o princípio da incerteza se mostrou válido, visto que todas as medidas apresentaram  $\Delta E \cdot \Delta t$  mais de 89% maior que o mínimo  $\frac{h}{2}$ . Além disso, os valores obtidos foram, em geral, da mesma ordem de grandeza de  $h$ .

① mesmo foi feito para os diapasões, no entanto eles tiveram o tempo de propagação de onda configurado para 0,2 s, de forma que todos fossem iguais. Os gráficos obtidos foram colocados à seguir:



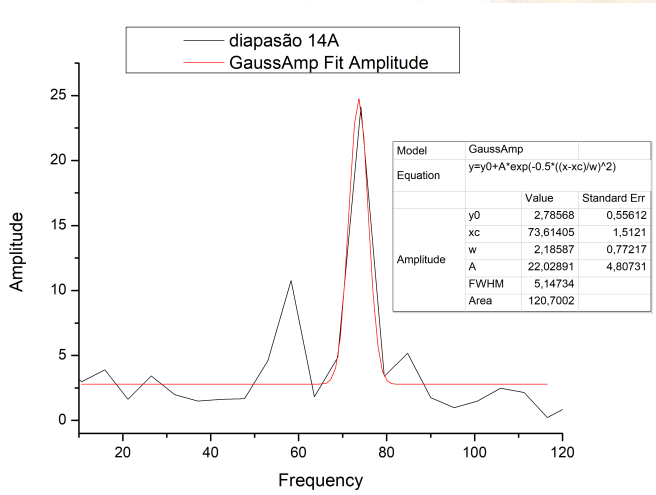


Gráfico 11

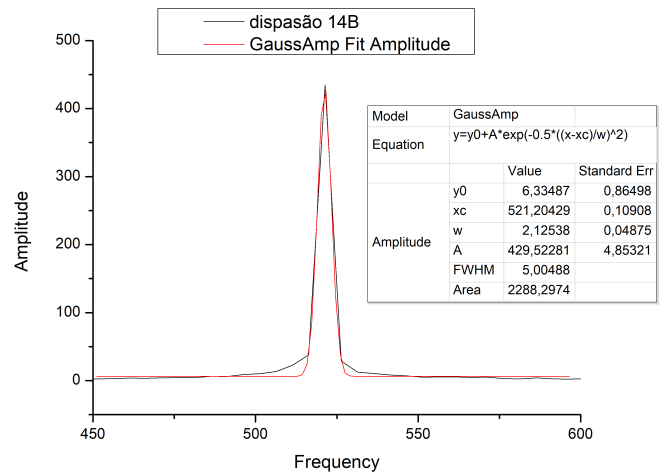


Gráfico 12

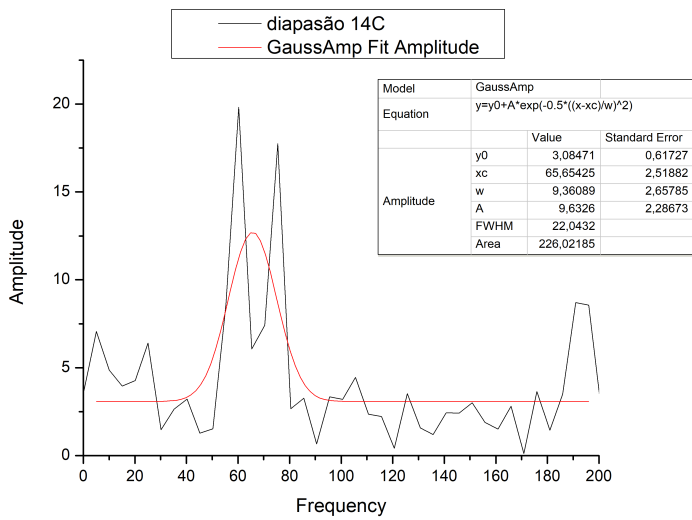


Gráfico 13

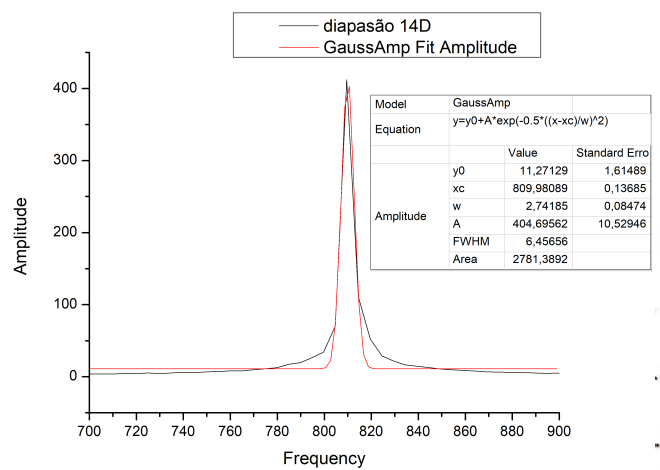


Gráfico 14

Gráficos de 11 à 14: Relação de Amplitude em função da frequência para os diapásios.



Podemos perceber que os gráficos referentes aos diapasons possuem a frequência menos definida. Isso se dá pois o instrumento não é tão preciso quanto o gerador de funções, e a frequência dos diapasons não sei tão exata. Apesar disso, poderemos constatar pela Tabela 2 abaixo que a diferença relativa do valor  $\Delta E \cdot \Delta t$  obtido foi bastante próximo do obtido pelas ondas sonoras geradas com a fonte. Isso é devido à incerteza relacionada ao tempo  $\Delta t$ , que foi consideravelmente menor para os diapasons.

**Tabela 2:** Valores experimentais obtidos com os diapasons, que também estão de acordo com o princípio da incerteza.

### Discussão

1. A incompatibilidade se dá pois o Princípio da Incerteza possui duas partes:

$$\textcircled{1} \Delta p_x \cdot \Delta y \geq \hbar/2 \quad \text{e} \quad \textcircled{2} \Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2.$$

Ambas estão corretas, conforme descrito na Introdução.  
2. O menor pacote gerado foi o de 1s com a função do gerador de ondas e ele foi representado no



gráfico a seguir:

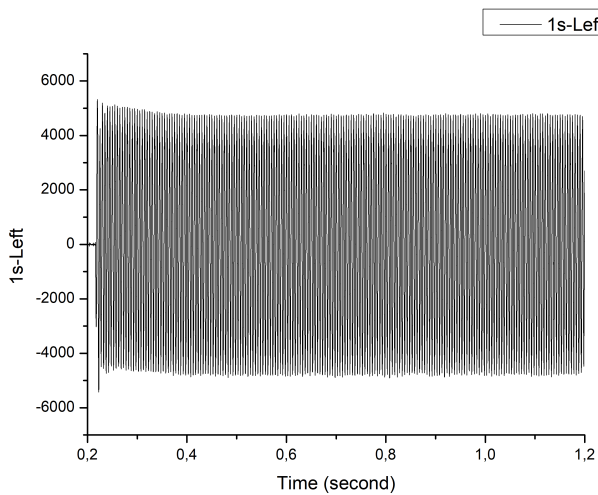


Gráfico 15: comprimento do menor pacote de ondas obtido.

Podemos ajustar o tempo no gráfico e, de forma ampliada, observar o comportamento senoidal das ondas, conforme o Gráfico 16 abaixo:

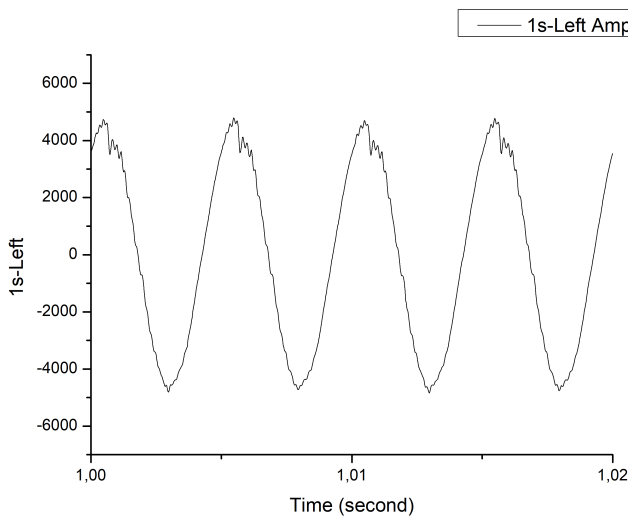


Gráfico 16: pacote de ondas de 1s com visualização em um  $\Delta t = 0,02s$ .

3. Como ambos os experimentos (gerador de função e diapás) apresentaram a mesma incerteza  $\Delta t$  média maior que  $\frac{1}{2}$  em 94% (em média), não houve diferença comparável. No entanto, é fácil perceber pelos gráficos que a incerteza da frequência é menor para o gerador de ondas, portanto esse seria o



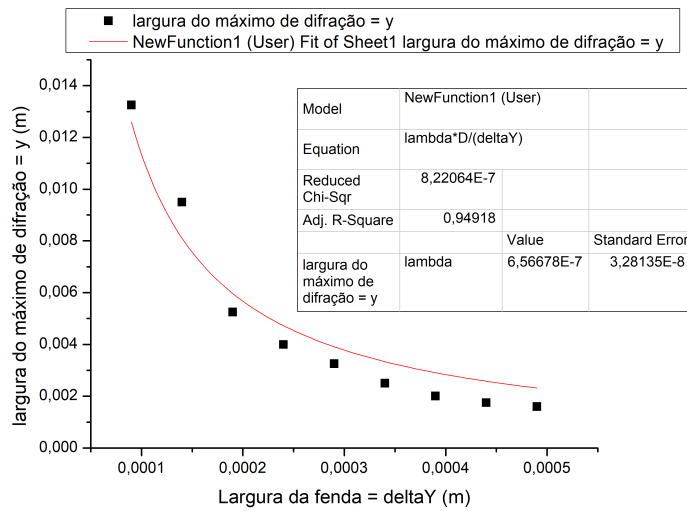
melhor sistema a ser usado.

## Ondas eletromagnéticas

Os valores coletados da largura da fenda e da largura entre o pico central de difração e o primeiro mínimo foram registrados na Tabela 3 abaixo, onde podemos ver também o valor  $\Delta y$  calculado e a diferença relativa em relação ao princípio da incerteza:

**Tabela 3:** Valores registrados e calculados para o experimento de difração.

Esses valores foram colocados em um gráfico, de forma que podemos calcular o valor do comprimento de onda ( $\lambda$ ) pelo ajuste da equação (5) no Gráfico 17 a seguir.



**Gráfico 17:** Valores do experimento de difração usados no cálculo do comprimento de onda.