

Experimento 6 - Princípio da Incerteza

Erick A. Souza - 10883446

• Introdução:

Já na década de 1920, quando a mecânica quântica estava dando seus primeiros passos e começando a se desen-
volver, o físico Heisenberg ~~foi~~ au-
sou, quebrar o paradigma determinis-
ta da Física Clássica postulando que
no mundo microscópico a natureza
probabilística é essencial. Mais espe-
cificamente em 1927, ele mostrou
que as componentes de posição e
momento ~~do ~~uma partícula~~ elétron ~~podem~~~~
poderiam ser medidas com uma pre-
cisão mínima dada pelo princípio
da incerteza:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (1)$$

onde $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Através de manipulação algébrica,
pode-se relacionar também tal prin-
cípio com as incertezas de ener-

gia do elétron e do tempo de
medidas!

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (2)$$

• Metodologia:

Parte 1 - Ondas Sonoras

Foram utilizadas duas fontes: Um gerador de funções com uma caixa de som de frequência variável e diapasones com diferentes frequências naturais.

Para ambas as cases, o som foi captado por um microfone acoplado ao computador e teve sua amplitude registrada a partir do software Sound Recorder do Windows.

Para a caixa foram registrados testes de ondas com ~~tempos de~~ 10 tempos distintos e pré-definidos já para as 4 diapasones, foi registrada em um tempo fixo de 0,02s.

Parte 2 - ~~As~~ Ondas eletromagnéticas

A montagem experimental da segunda parte segue uma montagem clássica para experimentos de difração: fonte Laser (vermelha), fenda guiada por micrômetro e anteparo.

Dessa forma, buscou-se variar a abertura da fenda do micrômetro a cada $20 \mu\text{m}$ de maneira a variar o padrão de difração no anteparo e registrar a largura do máximo de difração para cada caso.

~~Resultados:~~

O experimento foi realizado de forma muito similar ao exemplo 3-8 do livro-tudo [1], de acordo com a seguinte montagem:

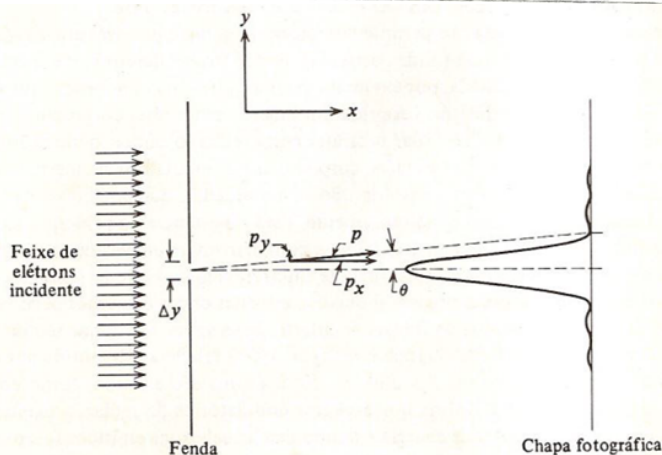


Figura 1: Relação entre o experimento de difração e o princípio da incerteza.

e a partir dessas relações geométricas e da Relação de Bragg (3), conseguimos deduzir uma forma empírica para o princípio da Incerteza:

$$\boxed{\sin \theta = \frac{\lambda}{\Delta y}} = \frac{p_y}{p} \quad (3)$$

mas

$$\Delta p_y \approx p_y \approx p \sin \theta = \frac{p \cdot \lambda}{\Delta y}$$

~~$$\Delta p_y = \frac{h}{\Delta y}$$~~

pelo postulado de de Broglie (4).

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (4)$$

$$\Rightarrow \Delta p_y \approx \frac{h}{\Delta y} \Rightarrow \boxed{\Delta p_y \Delta y = h}$$

• Resultados:

- Parte 1:

Os gráficos de Amplitude X Tempo das ondas sonoras seguiram todos o exemplo a seguir, para $\Delta E = 1 \text{ s}$.

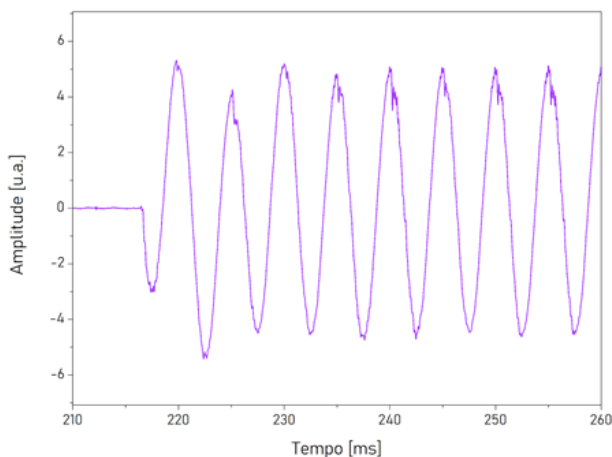


Gráfico 1: Amplitude x Tempo para $\Delta \epsilon = 1 \lambda$.

~~Gráfico 1~~

Para cada gráfico de amplitude, outro respectivo foi construído com a transformada de Fourier, como o seguinte exemplo, também para $\Delta \epsilon = 1 \lambda$.

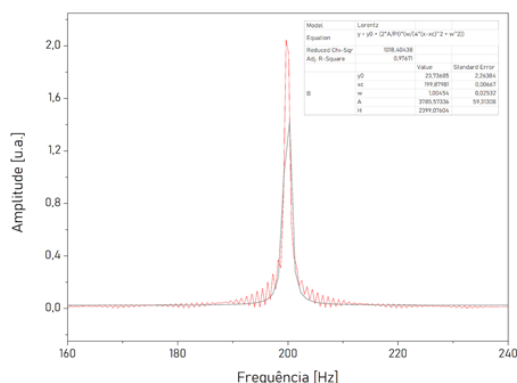


Gráfico 2: Transformada de Fourier do gráfico 1.

Ajustando a função de Lorentz ao gráfico, obtemos os parâmetros x_0 , que representa o pico, ou seja, a frequência de maior amplitude. Para os auto-falante a frequência esperada

foi sempre de 200 Hz) e o Δf , que representa a largura - à meia - altura da distribuição, ou seja, a incerteza Δf da frequência.

Pela relação quântica de Planck ($E = h \cdot f$) podemos relacionar a incerteza das frequências com as incertezas de energia.

Na Tabela 1 já apresentamos um ~~resumo~~ resumo dos resultados obtidos e mais essencialmente as comparações ~~entre~~ entre os valores da equação 2 obtidos para cada pacote de ondas. Portanto, todos os produtos de $\Delta E \cdot \Delta t$ foram maiores que $\frac{h}{2}$.

Tabela 1: Resumo dos resultados para a ~~análise~~ análise dos alto-falantes.

Tabela 1 Comparação do princípio da incerteza com os dados de energia e tempo coletados para uma onda mecânica de um alto-falante

Tempo do pacote de onda [s]	Incerteza da frequência estimada do pacote de onda [Hz]	Incerteza da energia calculada para o pacote de onda [10^{-34} J]	$\Delta E \cdot \Delta t$ [10^{-34} J·s]	$\frac{h}{2}$ [10^{-34} J·s]	Comparação entre o valor calculado e $h/2$
1	1,005 ± 0,025	6,66 ± 0,17	6,66 ± 0,17	0,53	1256% ± 32%
5	0,157 ± 0,007	1,04 ± 0,04	5,21 ± 0,22	0,53	982% ± 41%
10	0,107 ± 0,002	0,71 ± 0,01	7,09 ± 0,12	0,53	1337% ± 23%
15	0,047 ± 0,004	0,31 ± 0,03	4,68 ± 0,40	0,53	883% ± 75%
20	0,052 ± 0,002	0,34 ± 0,01	6,88 ± 0,21	0,53	1297% ± 40%
25	0,055 ± 0,001	0,37 ± 0,01	9,16 ± 0,15	0,53	1728% ± 28%
30	0,029 ± 0,001	0,19 ± 0,01	5,79 ± 0,24	0,53	1093% ± 45%
35	0,013 ± 0,001	0,08 ± 0,01	2,91 ± 0,34	0,53	549% ± 64%
40	0,029 ± 0,001	0,19 ± 0,01	7,78 ± 0,27	0,53	1468% ± 51%
45	0,024 ± 0,001	0,16 ± 0,01	7,14 ± 0,35	0,53	1347% ± 66%
50	0,006 ± 0,005	0,04 ± 0,03	2,15 ± 1,58	0,53	406% ± 299%

Para a análise dos 4 diapasones, os gráficos de amplitude obtidos mostraram ~~uma~~ inconsistência ao longo do tempo, como o seguinte exemplo do diapason A:

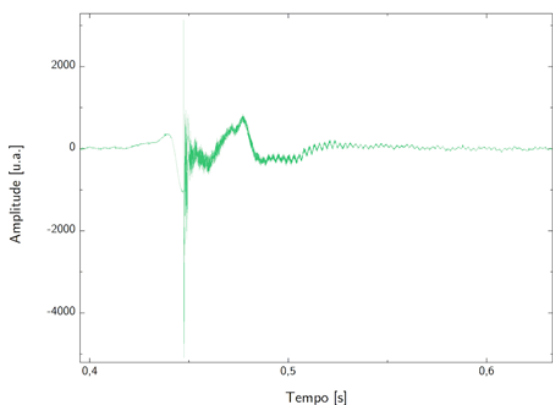


Gráfico 3: Amplitude X Tempo para o diapason A.

Devido a tal inconsistência, buscamos selecionar trechos de pico ou mais ~~constante~~ constantes de amplitude para a aplicação da Transformada de Fourier.

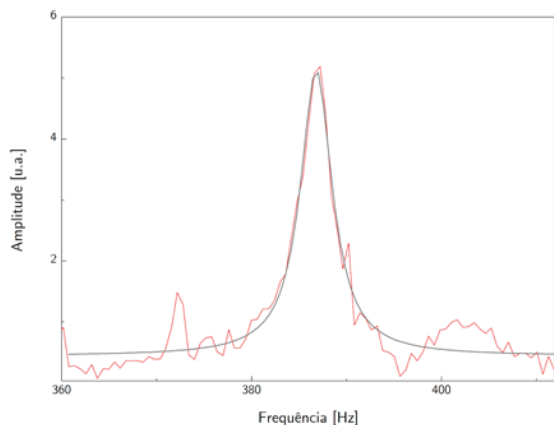


Gráfico 4: Exemplo de Transformada de Fourier para o diapason A.

Tabela 2 Comparação do princípio da incerteza com os dados de energia e tempo coletados para uma onda mecânica de um diapasão

Diapasão	Tempo do pacote de onda (s)	Incerteza da frequência estimada do pacote de onda (Hz)	Incerteza da energia calculada para o pacote de onda (10^{-14} J)	$\Delta E \cdot \Delta t$ (10^{-14} J·s)	$\frac{\hbar}{2}$ (10^{-34} J·s)	Comparação entre o valor calculado e $\hbar/2$
A	0,05	4,097 ± 0,201	26,95 ± 1,53	1,35 ± 0,08	0,53	254% ± 14%
B	2,50	0,234 ± 0,006	1,55 ± 0,04	3,97 ± 0,10	0,53	751% ± 20%
C	0,10	2,654 ± 0,102	19,57 ± 0,67	1,96 ± 0,07	0,53	369% ± 13%
D	1,50	0,165 ± 0,019	1,09 ± 0,09	1,64 ± 0,13	0,53	309% ± 25%

~~Parte 1~~ Na Tabela 2, portanto, estão resumidos os resultados obtidos para cada diapasão, onde todos os produtos de $\Delta E \cdot \Delta t$ também foram maiores que $\frac{\hbar}{2}$.

Na comparação entre diapasão e alto-falante, temos ~~uma~~ uma média (em relação ao princípio da Incerteza) de:

- { Alto-falante: $1256 \pm 397\%$
- { Diapasão: $339 \pm 216\%$

Portanto, já que selecionamos pacotes mais bem definidos para os diapasões, seus resultados foram mais próximos do esperado, de uma incerteza mínima de $\frac{\hbar}{2}$.

- Parte 2:

Com os dados de largura da máxima de difração para cada valor de abertura da fenda, construiremos ~~um~~ o gráfico 5. Podemos então ajustar os valores a partir da seguinte dedução geométrica:

$$\tan \theta = \frac{y}{\Delta y}$$

$$\Rightarrow \tan \theta \approx \sin \theta \approx \frac{y}{\Delta y} \quad (5)$$

Para a mínima de difração:

~~$$\Delta y \approx \Delta y \cdot \sin \theta = \lambda$$~~

$$\Rightarrow y = \frac{\lambda \Delta}{\Delta y} \quad (6)$$

~~onde Δy~~ onde $\Delta = 1,727 \text{ m}$

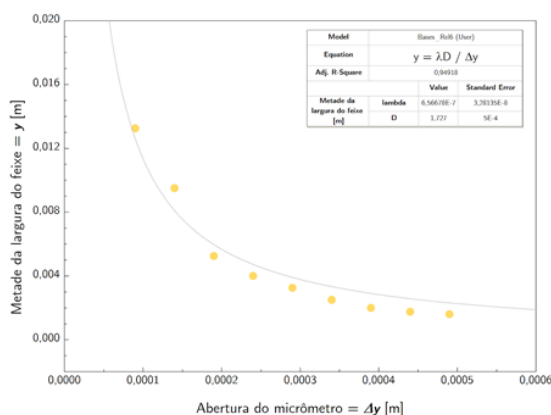


Gráfico 5: Ajuste das medidas obtidas para o experimento de difração.

Dessa forma, chegamos a um valor de coeficiente angular que indica diretamente o comprimento de onda do LASER ~~em~~, $\lambda = 656,8 \pm 0,3 \text{ nm}$. Tal resultado está dentro da faixa esperada para a luz vermelha e com baixo erro relativo de 0,5%.

Como na Parte 1, a Tabela 2 apresenta o resumo dos ~~dados~~ resultados para o produto entre Δp_y e Δy e sua comparação com " h ", conforme a equação 1.

Tabela 2: Resumo dos resultados da Parte 2 para o princípio da Incerteza.

Tabela 3 Comparação do princípio da incerteza com os dados de posição e momento coletados para uma onda eletromagnética

Abertura do micrômetro [$\pm 0,001$ cm]	Largura do feixe [$\pm 0,01$ cm]	Incerteza do momento em y [10^{-29} kg-m/s]	$\Delta y \cdot \Delta p$ [10^{-33} J-s]	h [10^{-33} J-s]	Comparação entre o valor calculado e h
0,009	2,65	1,5475 \pm 0,0059	1,3928 \pm 0,1548	0,6626	210% \pm 23%
0,014	1,90	1,1096 \pm 0,0058	1,5534 \pm 0,1110	0,6626	234% \pm 17%
0,019	1,05	0,6132 \pm 0,0058	1,1650 \pm 0,0613	0,6626	176% \pm 9%
0,024	0,80	0,4672 \pm 0,0058	1,1212 \pm 0,0467	0,6626	169% \pm 7%
0,029	0,65	0,3796 \pm 0,0058	1,1008 \pm 0,0380	0,6626	166% \pm 6%
0,034	0,50	0,2920 \pm 0,0058	0,9928 \pm 0,0292	0,6626	150% \pm 4%
0,039	0,40	0,2336 \pm 0,0058	0,9110 \pm 0,0234	0,6626	137% \pm 4%
0,044	0,35	0,2044 \pm 0,0058	0,8993 \pm 0,0204	0,6626	136% \pm 3%
0,049	0,32	0,1869 \pm 0,0058	0,9157 \pm 0,0187	0,6626	138% \pm 3%

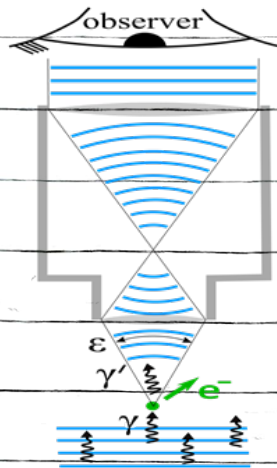
Dessa vez, a incerteza do momento foi obtida a partir da seguinte dedução que relaciona (4) e (5):

$$\Delta p_y \approx p_y \sin \theta \approx \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{y}{D} \quad (7)$$

Observa-se que para o laser, os resultados foram mais próximos de h do que os resultados obtidos em relação a h , como esperado, dada uma maior precisão experimental.

- Discussão:

① A seguinte figura representa o experimento mental denominado como microscópio de Heisenberg:



A resolução mínima de microscopia é dada por:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\text{sen } \theta}$$

E a precisão mínima pode ser aproximada como:

$$\Delta p_x = \frac{h}{\lambda} \cdot \text{sen } \theta$$

Portanto,

$$\Delta p_x \cdot \Delta x = h$$

② Para o aparato experimental clássico que utilizamos, não seria possível que um feixe de elétrons difratasse, já que a ordem de grandeza de seu comprimento de onda é muito menor ($\sim 1 \text{ \AA}$).

③ Utilizando-se a relação (6) e substituindo os valores, temos:

$$2 \text{ nm} = \frac{657 \text{ nm} \cdot 1,727 \text{ m}}{a}$$

$$\Rightarrow a = 0,6 \text{ mm}$$

• Conclusão: Foi possível ~~observar~~ observar a validade dos princípios da incerteza de Heisenberg a partir de pacotes de ondas sonoras e de uma fonte luminosa. Todos os resultados foram maiores do que a incerteza mínima com precisão dentro da faixa permitida; tal validação foi feita para ambas formas possíveis relacionadas as expressões (1) e (2).