

BASES EXPERIMENTAIS DA MECÂNICA QUÂNTICA - PRINCÍPIO DA INCERTEZA -


Nome: Beatriz Rodrigues Janku

Resumo

Através de experimentos foram estudados o princípio da incerteza da posição em relação ao momento, através de ondas eletromagnéticas, e o princípio da incerteza em relação ao tempo, através de ondas mecânicas. Foi observada a relação para quanto mais se conhece um parâmetro, mais se desconhece o outro.

Introdução

O princípio da incerteza consiste num enunciado da mecânica quântica formulado em 1927 por Werner Heisenberg. Tal princípio estabelece um limite na precisão com que certos pares de propriedades de uma dada partícula física, conhecidas como variáveis complementares (como posição e momento linear), podem ser conhecidas. Em seu artigo de 1927, Heisenberg propôs que em um nível quântico quanto menor for a incerteza na medida da posição de uma partícula, maior será a incerteza de seu momento linear e vice-versa.

O princípio da incerteza diz que não podemos medir a posição (x) e o momento (p) de uma partícula de maneira simultânea, com precisão absoluta. Quanto mais precisamente conhecemos um destes, 



leros, menos precisos exatamente o outro. Multiplicando os erros nas medições destes valores (os erros são apresentados por Δ na frente de cada propriedade) tem que dar um número maior ou igual à metade de uma constante h , ou seja, igual a constante de Planck (h) dividida por 2π . A constante de Planck é um número muito importante na teoria quântica, uma forma de medir granularidade do mundo em suas menores escalas e tem o valor de $6,626 \times 10^{-34}$ Joules segundos [5,5]

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2} \quad (1)$$

Partindo das relações de de Broglie (eq. 2) e Einstein (eq. 3), obtemos a relação de princípio de incerteza válida também para a energia E vs tempo t (eq. 4)

$$p = \frac{h \cdot 2\pi}{\lambda} = h k \quad (2)$$

$$E = h\nu \quad (3)$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2} \quad (4)$$

A relação da equação 1 pode ser comprovada a partir de um experimento de ondas eletromagnéticas, como um experimento de difração. A relação 4 pode ser comprovada a partir de um experimento de ondas mecânicas, através da aquisição de um sinal sonoro e a análise de sua amplitude a partir de uma transformada de Fourier em função de tempo.

Metodologia

Utilizando um gerador de funções numa frequência de 200 Hz e um botão de ativação de áudio da frequência na saída da caixa de som, o som emitido é coletado por um programa e com o auxílio de um programa próprio do sistema operacional do desktop, e então é coletado uma série de áudios em diferentes tempos, variando de 1 s até 50 s aproximadamente. Aplicou-se a transformada de Fourier nestes sinais e plotou-se gráficos, identificando a frequência emissora da fonte e a largura da banda de frequência.

Utilizando a mesma metodologia, foi captado o som de 4 diapasons com o mesmo intuito de encontrar as frequências emissoras a partir dos gráficos das transformadas de Fourier. Em seguida para a prática utilizando as ondas eletromagnéticas, montou-se um esquema com um laser e uma fenda para que fosse possível visualizar um padrão de difração projetado num anteparo. A largura da fenda foi variada para observarmos os diversos padrões a partir das medidas do diâmetro do máximo central.

Com isso foi possível construir um gráfico da variação da largura da fenda em relação ao diâmetro do máximo central e determinar pelo princípio da incerteza o momento do fóton em função da largura da fenda.

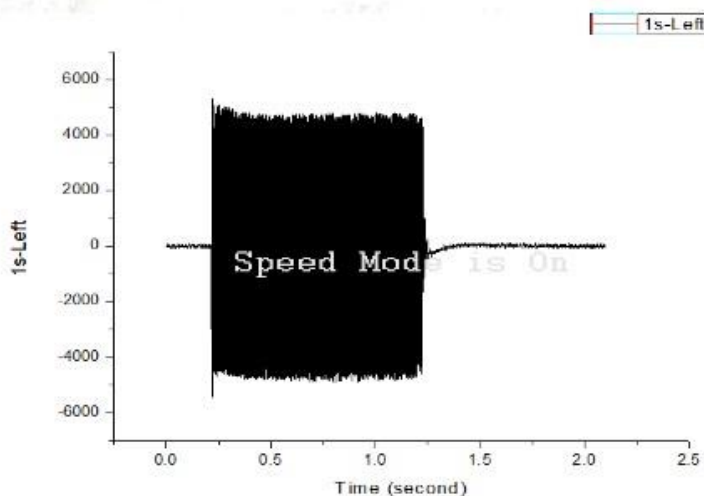


Resultados e discussões

A seguir, temos o gráfico do pacote de ondas de 1s para ilustrar como é o formato do gráfico de amplitude vs tempo dos dados exportados para o origin.

Como os gráficos são muito parecidos, aqui coloquei apenas um.

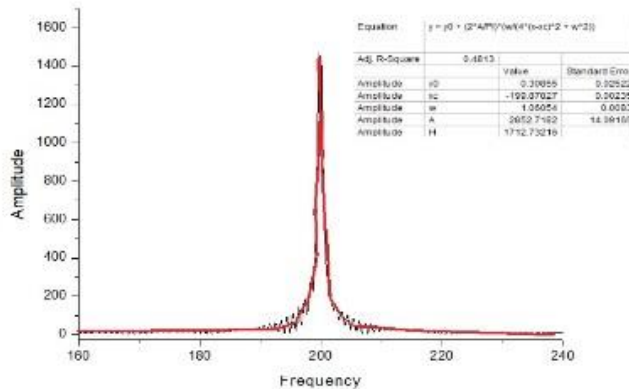
Gráfico 1 - Distribuição da amplitude em função do tempo para um pacote de onda de 1s.



Após, aplicamos a transformada de Fourier para todos os gráficos de amplitude vs tempo e obtemos gráficos parecidos como o seguinte. Aplicamos um ajuste de Lorentz

Gráfico 2 - Espectro de frequência para um pacote de onda de 1s através da Transformada de Fourier

da de Fourier.



O x_c representa o ponto central (representa o valor de frequência mais potente). A largura meia altura é dada por w .

Fizemos isso para todos os pacotes de onda fornecidos e obtivemos os seguintes valores (tabela 1)

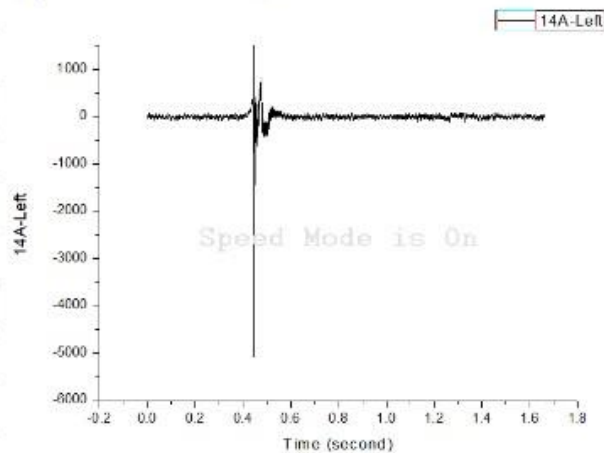
Tabela 1: Comparação do princípio de incerteza com os dados de energia e o tempo coletados para uma onda mecânica de um auto-falante

pacote de onda [s]	frequência	incerteza	energia	incerteza2	$\Delta E \cdot \Delta t$	incert $\Delta E \cdot \Delta t$	$h/2$	Comparação	incerteza3
1	1.060	0.008	7.0172	0.0530	7.0172	0.0530	0.53	122400.00%	999.25%
5	0.165	0.007	1.0923	0.0463	5.4615	0.2317	0.53	93047.17%	4371.70%
10	0.107	0.003	0.7083	0.0199	7.0834	0.1986	0.53	123649.06%	3747.17%
15	0.045	0.002	0.2979	0.0132	4.4685	0.1986	0.53	74311.32%	3747.17%
20	0.053	0.002	0.3509	0.0132	7.0172	0.2648	0.53	122400.00%	4996.23%
25	0.055	0.001	0.3641	0.0066	9.1025	0.1655	0.53	161745.28%	3122.64%
30	0.030	0.001	0.1986	0.0066	5.9580	0.1986	0.53	102415.09%	3747.17%
35	0.015	0.002	0.0993	0.0132	3.4755	0.4634	0.53	55575.47%	8743.40%
40	0.029	0.001	0.1920	0.0066	7.6792	0.2648	0.53	134890.57%	4996.23%
45	0.023	0.001	0.1523	0.0066	6.8517	0.2979	0.53	119277.36%	5620.75%
50	0.006	0.001	0.0397	0.0066	1.9860	0.3310	0.53	27471.70%	6245.28%



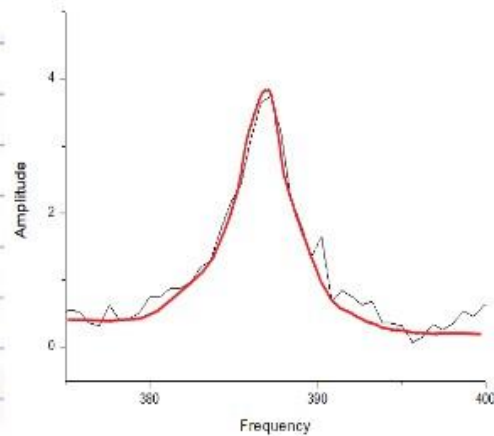
Abaixo, temos os gráficos referentes as ondas mecânicas com diapasão

Gráfico 3 - Distribuição da amplitude em função do tempo para o diapasão A



Podemos observar que o gráfico é bem inconsistente ao longo do tempo, por isso, para fazer a transformação de Fourier, ampliamos apenas uma parte. Além disso, diferentemente do caso anterior que já tínhamos o tempo pré-definido, aqui podemos escolher os intervalos.

Gráfico 4 - Distribuição da amplitude em função do tempo para o diapasão A.



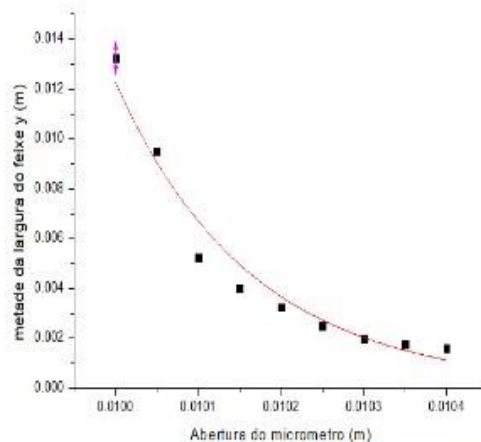
As análises feitas pelos diapásos B, C e D foram iguais a A e os valores obtidos estão na tabela a seguir. Analogamente a primeira parte, o parâmetro w e a incerteza da frequência (largura mais altura)

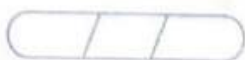
Tabela 2 - Comparação do princípio da incerteza com os dados de energia e tempo coletados para uma onda mecânica de um diapásos

Diapásio	pacote de onda [s]	frequência [Hz]	incerteza	energia [10^{-34} J]	incerteza2	$\Delta E \cdot \Delta t$ [10^{-34} J.s]	incert $\Delta E \cdot \Delta t$	$h/2$ [10^{-34} J.s]
A	0.05	5.025	0.321	33.2655	2.12502	1.663275	0.106251	0.53
B	2.5	0.253	0.006	1.67486	0.03972	4.18715	0.0993	0.53
C	0.1	3.021	0.114	19.99902	0.75468	1.999902	0.075468	0.53
D	1.5	0.148	0.016	0.97976	0.10592	1.46964	0.15888	0.53

Para a parte das ondas eletromagnéticas com laser, fizamos um gráfico com os valores coletados e a partir dele encontramos λ .

Gráfico 5 - Distribuição dos valores coletados da metade da largura do feixe (y) em função da abertura do micrômetro (Δy)





obtivemos $\lambda = 656,7 \pm 0,3 \text{ nm}$

A seguir temos os resultados obtidos a partir da largura do feixe e abertura do micrômetro.


Tabla 3 - Comparação do princípio da incerteza com os dados de posição e momento colidatos para uma onda eletromagnética.

Abertura do micrometro	largura do feixe	momento [10^{-29} kg m/s]	incerteza	$\Delta y \cdot \Delta p$ [10^{-33} J.s]	incerteza2	h [10^{-33} J.s]
0.009	2.65	1.54	0.0059	1.3928	0.163	0.662
0.014	1.9	1.109	0.0058	1.5534	0.121	0.662
0.019	1.05	0.613	0.0058	1.165	0.062	0.662
0.024	0.8	0.462	0.0058	1.1212	0.056	0.662
0.029	0.65	0.379	0.0058	1.1008	0.047	0.662
0.034	0.5	0.292	0.0058	0.9928	0.041	0.662
0.039	0.4	0.233	0.0058	0.911	0.035	0.662
0.044	0.35	0.204	0.0058	0.8993	0.026	0.662
0.049	0.32	0.186	0.0058	0.9157	0.014	0.662

Podemos observar nas tabelas 1 e 2, que todos os valores de $\Delta E \cdot \Delta t$ eram maiores do que $h/2$, como já esperávamos. Aqui, também temos que os valores obtidos de $\Delta y \cdot \Delta p$ são maiores que h .

Discussões extras

Para a parte das ondas eletromagnéticas, a análise feita foi a seguinte

 $\sin \theta = \frac{\lambda}{\Delta y} \quad \rightarrow \quad \sin \theta = \frac{p_y}{p}$

$$\Delta p_y \approx p_y \approx p \sin \theta = \frac{p \lambda}{\Delta y}$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\Delta p_y = \frac{h}{\Delta y} \Rightarrow \Delta p_y \Delta y = h$$

Por isso, na tabela com os resultados das ondas eletromagnéticas fizemos a análise de $\Delta p_y \Delta y = h$

Ao comparar as duas referências disponíveis para este experimento (artigo e texto do livro de Física Quântica) observamos uma pequena diferença em relação ao enunciado de Heisenberg. Em um dos casos, temos que $\Delta y \Delta p_y \geq h$ e em outro, temos que $\Delta y \Delta p_y \geq h/2$. No primeiro caso a avaliação foi feita experimentalmente (como vamos ver no microscópio de Heisenberg a seguir).

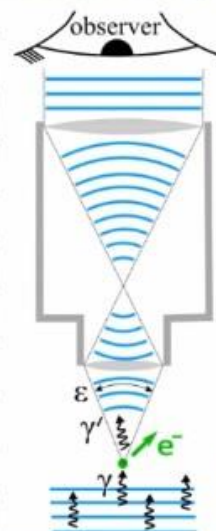
Podemos ver o microscópio de Heisenberg abaixo. O elétron, é como uma partícula clássica se movendo em x .

O microscópio tem resolução óptica com uma resolução mínima de $\Delta x = \lambda$

$$p = h/\lambda$$

A precisão de momento em x pode ser aproximada como

$$\Delta p_x \approx \frac{h}{\lambda} p \sin \theta$$



tilibra



$$\Delta x \Delta p_x \approx \left(\frac{\lambda}{\rho m c} \right) \left(\frac{h \rho m c}{\lambda} \right) = h$$

Quanto maior a incerteza no λ , maior a energia da fonte e maior a incerteza de momento pois a luz vai interagir mais fortemente com o elétron. Dessa forma, podemos provar o princípio da incerteza experimentalmente.

Em relação a $h/2$, ele vem da estatística. Quanto mais ondas tomadas a função de ondas, mais vamos nos aproximar de uma gaussiana; no caso da transformada de Fourier, a incerteza estará associada a K (nº de onda). Estatisticamente temos que a multiplicação das incertezas da gaussiana é 0,5.

A melhor relação experimental para $\Delta E \Delta t$ foram as seguintes:

Alto falante: $1348 \pm 437\%$ } média dos
Dados com diapasão: $442 \pm 271\%$ } valores

O diapasão foi mais próximo de $h/2$, como as incertezas são menores.

O resultado para melhor resultado com o diapasão não era esperado, pois com o auto-falante, podemos restringir melhor o pacote, já no diapasão, foi um pouco mais difícil definir o pacote, pois tínhamos atenuação. Podemos concluir que isso depende de quão "bem" definimos o pacote para fazer a transformada.

A diferença no padrão de difração formado no anteparo se no lugar do laser tivéssemos di-



trons seria a seguinte: devemos lembrar que para haver difração, o tamanho da fenda precisa estar na ordem de grandeza do pacote de onda. A onda associada do elétron é muito menor do que o comprimento de onda da luz visível. Para o caso dos elétrons, precisamos de uma fenda de aproximadamente 1 Å (ou seja, muito menor que a abertura para luz visível). Concluímos então, que não haverá um padrão de difração caso elétrons sejam substituídos pela luz.

Simulando a energia dos elétrons e a largura da fenda para que um feixe de 1mm sofra difração para passar por uma fenda de largura variável, para que os valores de largura da fenda produziram um alargamento de máximo central da ordem de 2mm: utilizando a expressão $y \approx \frac{\lambda D}{a}$ e sabendo que

$$\lambda = 657 \text{ nm} \text{ e } D = 1,727 \text{ m} \Rightarrow a = 0,6 \text{ mm}$$

Conclusão

Com este experimento, conseguimos confirmar o princípio da incerteza de Heisenberg. Nas ondas mecânicas, foi possível observar que $\Delta E \Delta t$ é sempre maior ou igual que $\hbar/2$.

Com as ondas eletromagnéticas, conseguimos validar também o princípio da incerteza para $\Delta p_y \Delta y$ como sendo maior ou igual a \hbar .