

PRINCÍPIO DA INCERTEZA - EXPERIMENTO 6

EDUARDO LOPES DIAS

RESUMO

Este experimento objetivou o estudo do princípio da incerteza de Heisenberg, e de sua aplicabilidade em diferentes sistemas que envolvam a medição de parâmetros de ondas. Mediu-se a incerteza da energia e a do tempo para um pacote de ondas mecânicas, e a incerteza da distância e o momento em uma direção para ondas eletromagnéticas, e em ambos os casos verificou-se que o produto das respectivas incertezas é superior a $\hbar/2$.

INTRODUÇÃO

O princípio da incerteza de Heisenberg é um dos resultados mais chamativos da mecânica quântica, em particular aos olhos dos entusiastas de divulgação e ficção científica. Sua notoriedade se dá por ser, a princípio, contraintuitivo ao estabelecer limites teóricos na precisão de medidas físicas. A equação 1 apresenta a formulação mais usual deste princípio no contexto da física moderna:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$$

Eq. 1: Princípio da incerteza de Heisenberg. Δx e Δp_x são as incertezas ~~no comprimento~~ na posição x e no momento p_x respectivamente, e \hbar é a constante de Planck reduzida.

Este resultado é, porém, consequência direta da descrição ondulatória da propagação de partículas. O princípio da incerteza é a aplicação de uma propriedade já conhecida da transformada de Fourier (FFT): a de que a precisão com a qual pode-se determinar as frequências presentes em um pulso cresce com sua duração, que por sua vez é inversamente proporcional à precisão de sua localização espacial.

A EQUAÇÃO 2 APRESENTA A FORMULAÇÃO MAIS GERAL DO PRINCÍPIO DA INCERTEZA, E UMA EXPRESSÃO EQUIVALENTE QUE SERÁ PERTINENTE A ESTE EXPERIMENTO:

$$\Delta f \Delta T \geq 1/2$$

EQUAÇÃO DE PLANCK: $E = h \omega$

$$\therefore \Delta f \Delta T = h \Delta \omega \cdot \Delta T \geq h \Delta \omega \Delta T \geq h/2$$

$$\omega = f/2\pi \text{ e } \hbar = h/2\pi \rightarrow \Delta E \Delta T = \hbar/2$$

EQ. 2: FORMULAÇÃO DO PRINCÍPIO DA INCERTEZA DADO PELA DURAÇÃO T DO PULSO E A ENERGIA E

NAS SEGUINTES SEÇÕES ESTÁ APRESENTADO COMO UTILIZAMOS ONDAS MECÂNICAS E ELETROMAGNÉTICAS PARA DEMONSTRAR A VALIDADE DE AMBAS AS FORMULAÇÕES DO PRINCÍPIO DA INCERTEZA

MATERIAIS e MÉTODOS

PRIMEIRAMENTE BUSCOU-SE VALIDAR A EQUAÇÃO 2, E PARA TAL UTILIZOU-SE ONDAS MECÂNICAS. UM ALTO-FALANTE FOI POSTO A PRODUIR SOM DE FREQUÊNCIA DE 200 Hz POR INTERVALOS DE TEMPO ENTRE 1s e 50s. ESTA ONDA SONORA FOI CAPTURADA POR UM MICROFONE CONECTADO A UM COMPUTADOR, QUE SALVA O ARQUIVO EM FORMATO .WAV.

ESTES ARQUIVOS FORAM PROCESSADOS POR UM SCRIPT EM PYTHON, QUE NELES REALIZAVA A TRANSFORMADA DE FOURIER, E A PARTIR DELA CALCULAVA AS FWHM (FREQUÊNCIA A MEIA ALTURA). A DIFERENÇA ENTRE AS DUAS FWHM FORAM USADAS PARA CALCULAR ΔE COMO NA EQUAÇÃO 2. COM ESTES VALORES CONSTRUIV-SE UMA TABELA COM ΔE e ΔT DE CADA MEDIDA E VERIFICOU-SE SE O PRODUTO DELAS CONFORMAVA COM O PRINCÍPIO DA INCERTEZA TAL COMO MOSTRADO NA EQUAÇÃO 2. O SCRIPT UTILIZADO ESTÁ DISPONÍVEL NA SEGUINTES URL: [PASTEBIN.PL/VIEW/1CA61B7F](https://pastebin.pl/view/1ca61b7f).

EM SEGUIDA, UTILIZOU-SE DIAPASÕES DE DIFERENTES FREQUÊNCIAS PARA GERAR AS ONDAS SONORAS. A FREQUÊNCIA PRINCIPAL DE CADA DIAPASÃO FOI DESCOBERTA ATRAVÉS DA FFT. ESTES DADOS TAMBÉM FORAM UTILIZADOS PARA VALIDAR O PRINCÍPIO DA INCERTEZA,

FINALMENTE, AVALIOU-SE O PRINCÍPIO DA INCERTEZA APLICADO A ONDAS ELETROMAGNÉTICAS ATRAVÉS DA EQUAÇÃO 1. PARA TAL, INCIDIU-SE LUZ LASER EM UMA FENDA E MEDIU-SE A DISTÂNCIA ENTRE O MÁXIMO DO PADRÃO DE DIFRAÇÃO RESULTANTE E O PRIMEIRO MÍNIMO. ESTE VALOR FOI CONSIDERADO A INCERTEZA EM y . A INCERTEZA DE p_y FOI DERIVADA ATRAVÉS DA FIGURA 1, QUE ILUSTRA O EXPERIMENTO

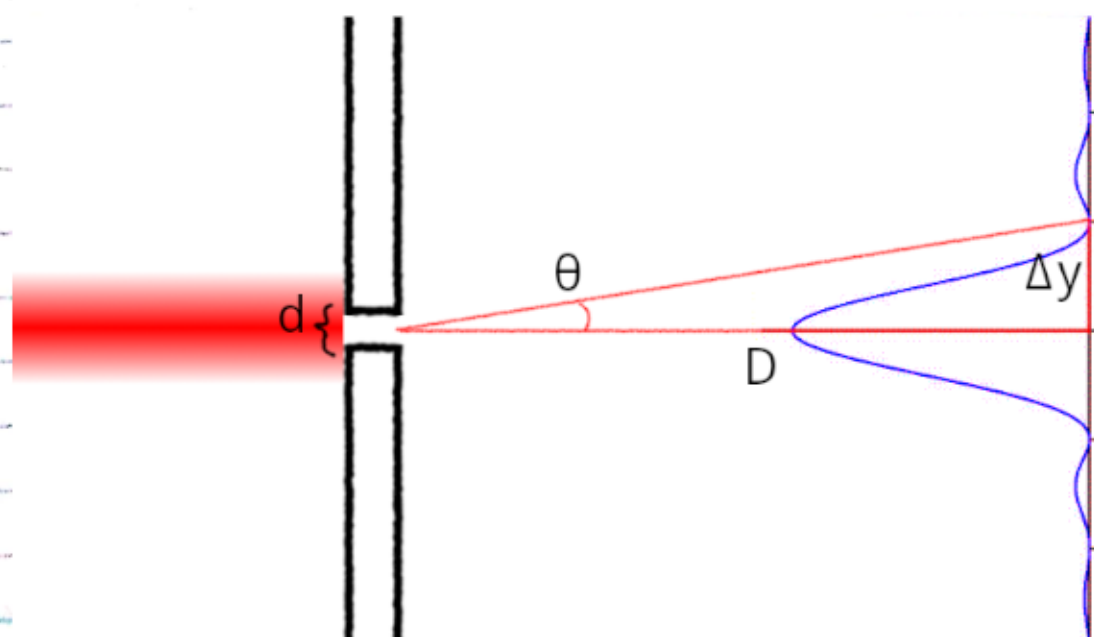


FIG. 1: ILUSTRAÇÃO DO EXPERIMENTO. O LASER INCIDE SOBRE A FENDA E GERA O PADRÃO DE ~~DE~~ INTERFERÊNCIA NO ANTEPARO À ~~DE~~ DIREITA

PARA O PRIMEIRO MÍNIMO DO PADRÃO DE INTERFERÊNCIA, TEMOS:

$$d \sin(\theta) = \lambda \rightarrow \lambda/d = \sin(\theta)$$

PARA ÂNGULOS θ PEQUENOS, VALE A APROXIMAÇÃO $\sin(\theta) = \tan(\theta)$

$$\sin(\theta) = \Delta y/D \text{ (PELA FIGURA)}$$

$$\lambda = h/p_y \rightarrow \lambda/d = h/p_y \cdot d$$

$$\text{FINALMENTE, } \Delta y/D = h/p_y d \rightarrow p_y = \frac{h \cdot D}{d \Delta y} \quad (\text{Eq. 3})$$

Deste modo calculou-se $\Delta p_y \Delta y$ e verificou-se que o produto estava de acordo com a equação 1. Este foi feito variando a abertura d da fenda no intervalo $[10, 10,9]$ mm.

Resultados e Discussão

A figura 2 abaixo contém a representação gráfica da onda sonora de 35 s de duração, juntamente com a FFT realizada nela:

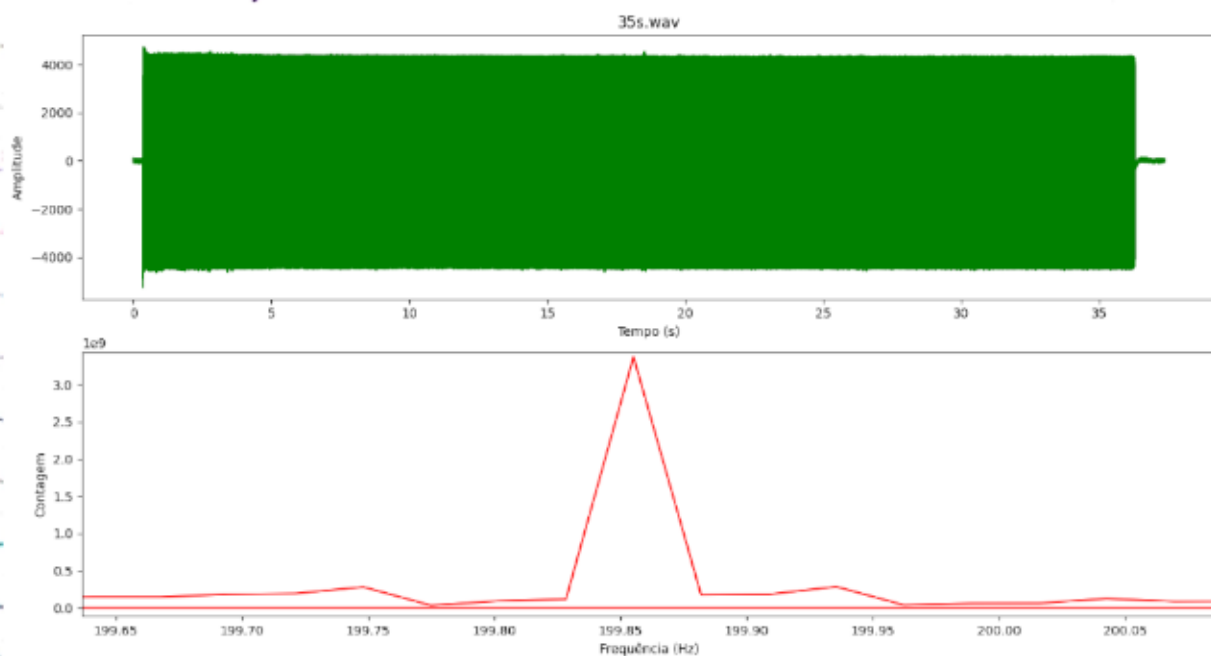


Fig. 2: gráfico da onda sonora e sua FFT

Os gráficos associados aos sons de diferentes durações mostraram-se similares aos acima. A tabela 1 relaciona os dados coletados nesta parte do experimento

Pico (Hz)	FWHM (Hz)	ΔT (s)	$\Delta f \cdot \Delta t$	ΔE (J)	$\Delta E \cdot \Delta t$ (J.s)	$\hbar \nu$ (J.s)
199.666	1.219	2.099	2.559	8.08E-34	1.70E-33	5.27E-35
199.91	0.312	6.448	2.014	2.07E-34	1.33E-33	5.27E-35
199.835	0.151	11.825	1.785	1.00E-34	1.18E-33	5.27E-35
199.868	0.072	17.371	1.248	4.76E-35	8.27E-34	5.27E-35
199.873	0.066	21.299	1.395	4.34E-35	9.24E-34	5.27E-35
199.869	0.067	27.868	1.871	4.45E-35	1.24E-33	5.27E-35
199.861	0.039	32.052	1.245	2.57E-35	8.25E-34	5.27E-35
199.855	0.028	37.342	1.045	1.85E-35	6.93E-34	5.27E-35
199.857	0.034	41.87	1.43	2.26E-35	9.47E-34	5.27E-35
199.83	0.029	46.89	1.372	1.94E-35	9.09E-34	5.27E-35
199.83	0.02	52.785	1.047	1.31E-35	6.94E-34	5.27E-35

Tab 1: Dados pertinentes à primeira parte do experimento

Observa-se que, a grosso modo, a incerteza da energia é inversamente proporcional à incerteza no tempo, como é de se esperar pela transformada de Fourier. O produto destas duas incertezas se mostrou coincidente com o esperado pela inequação do princípio da incerteza.

As figuras 3, 4, 5 e 6 apresentam os gráficos das ondas geradas por cada um dos 4 diapásões, assim como suas respectivas FFTs:

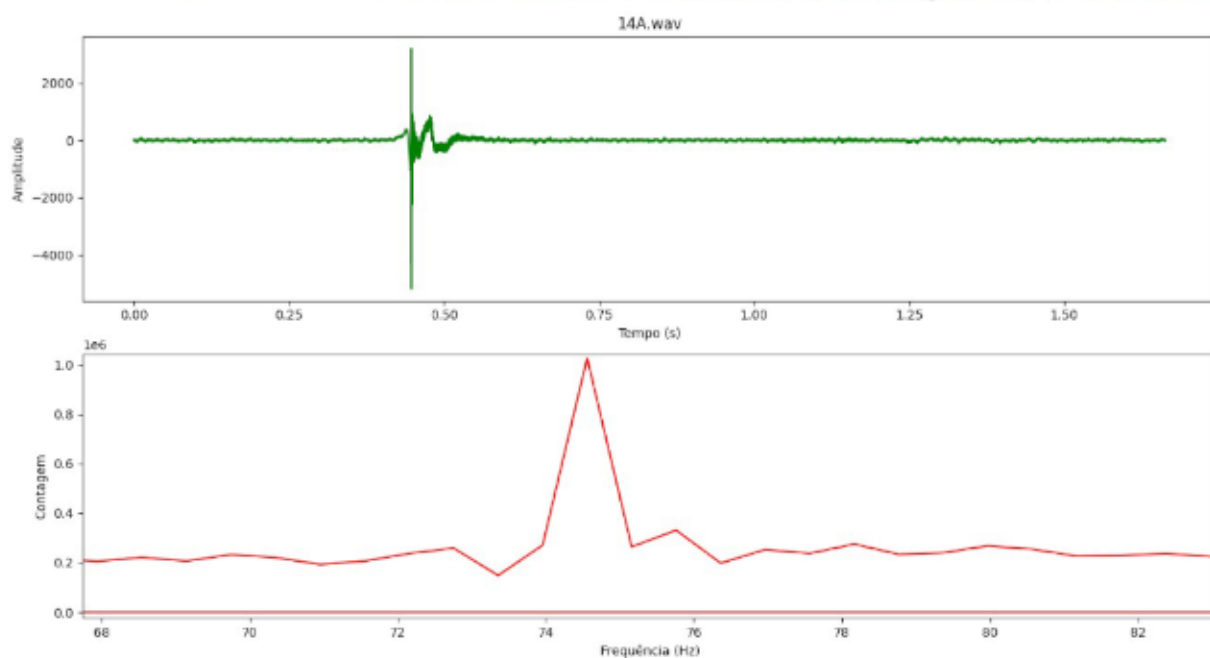


Fig. 3: Diapásão 1

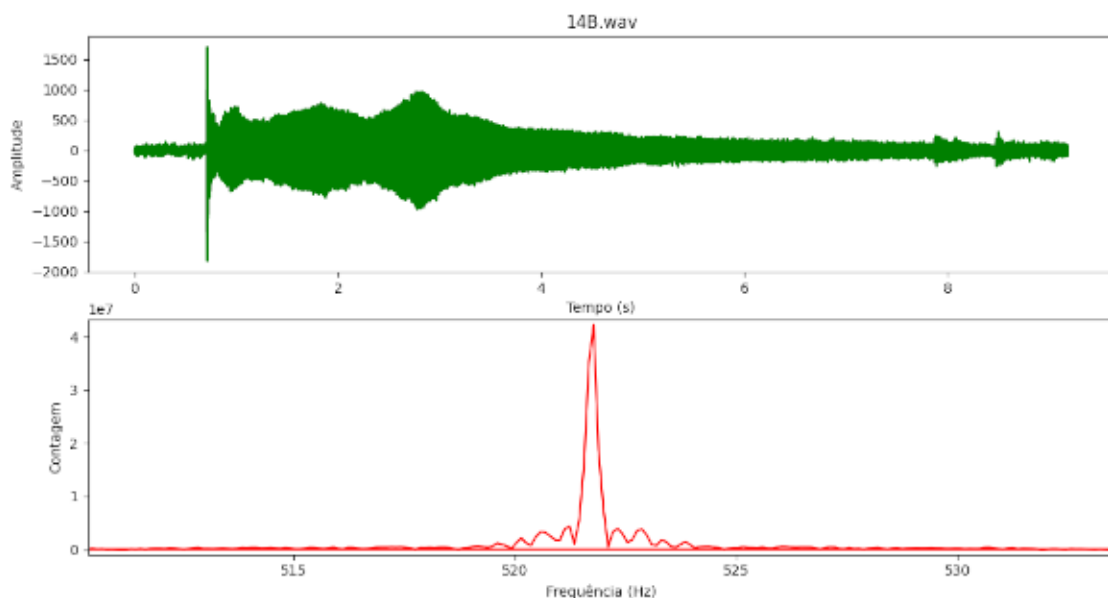


Fig. 4: Diapásão 2

14C.wav

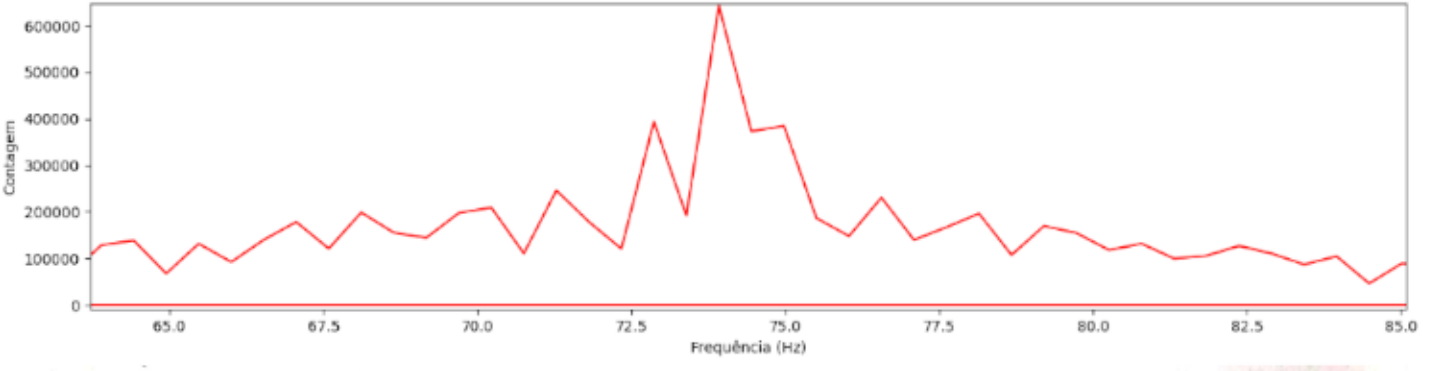
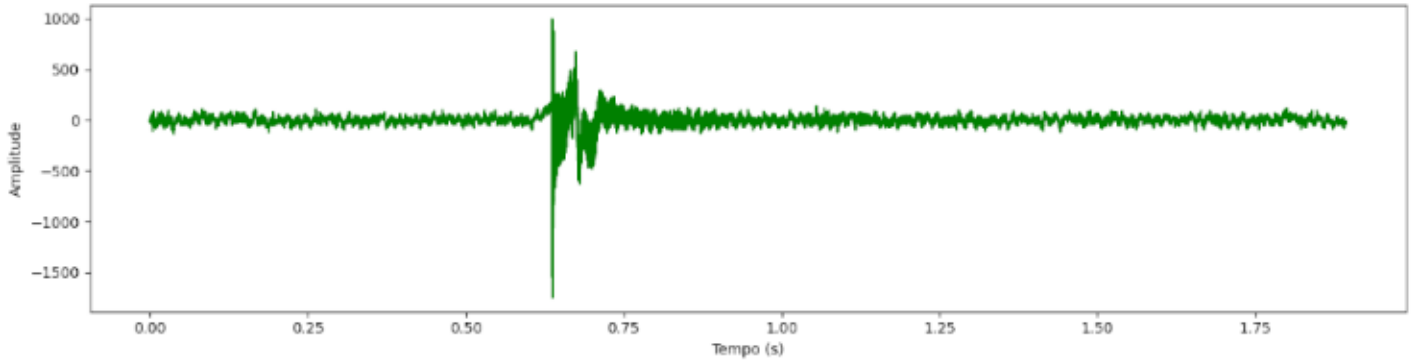


FIG. 5: DIAPASÃO 3

14D.wav

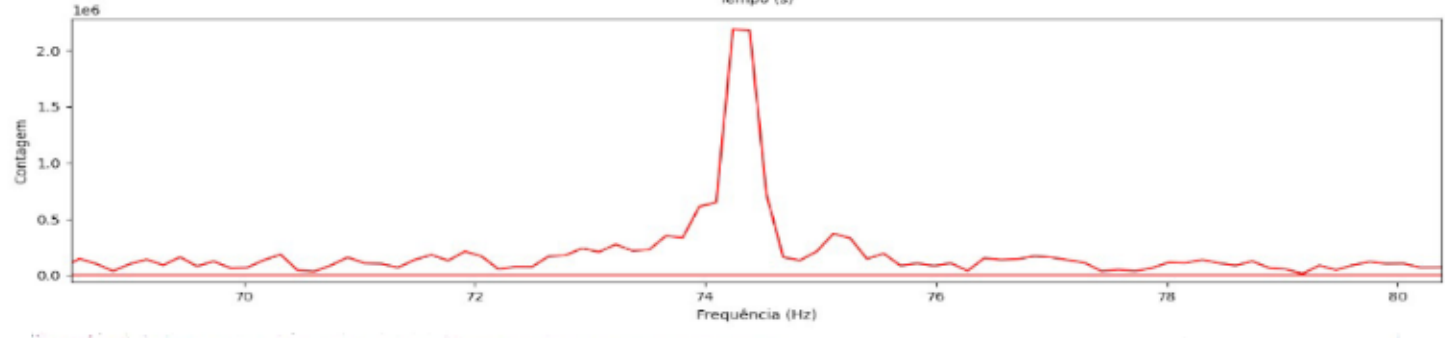
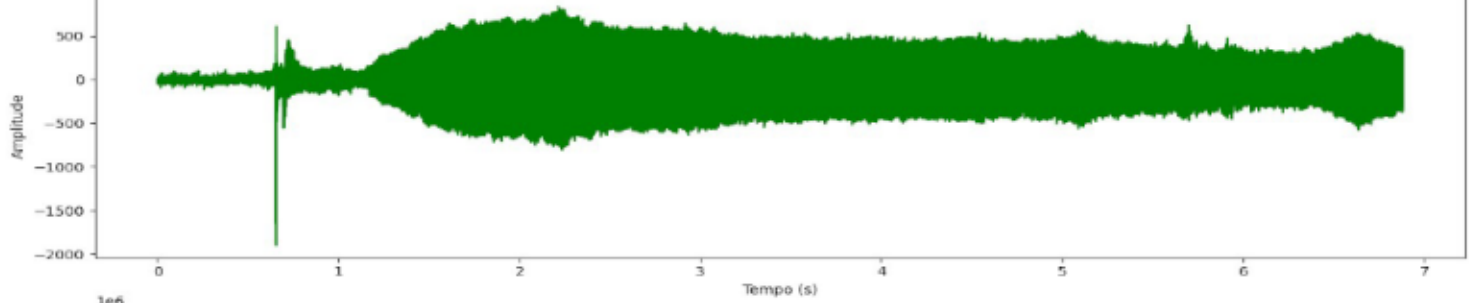


FIG. 6: DIAPASÃO 4



A TABELA 2 CONTÉM OS DADOS PERTINENTES ÀS FIGURAS ANTERIORES EM ORDEM.

Pico (Hz)	FWHM (Hz)	ΔT (s)	$\Delta f \cdot \Delta t$	ΔE (J)	$\Delta E \cdot \Delta t$ (J.s)	$\hbar/2$ (J.s)
74.558	0.813	1.663	1.352	5.39E-34	8.96E-34	5.27E-35
521.779	0.287	9.182	2.633	1.90E-34	1.74E-33	5.27E-35
73.922	2.317	1.894	4.387	1.54E-33	2.91E-33	5.27E-35
810.662	0.266	6.883	1.828	1.76E-34	1.21E-33	5.27E-35

TAB. 2: DADOS PERTINENTES À SEGUNDA PARTE DO EXPERIMENTO

OBSERVA-SE QUE OS VALORES DA SEXTA COLUNA SÃO SEMPRE INFERIORES AOS DA SÉTIMA, O QUE CONFORMA COM O ESPERADO PELO PRINCÍPIO DA INCERTEZA. OBSERVA-SE AINDA QUE A RELAÇÃO DE INVERSA PROPORCIONALIDADE ENTRE A INCERTEZA NA FREQUÊNCIA E NA ENERGIA PERMANECE VÁLIDA.

POR FIM, A TABELA 3 CONTÉM OS DADOS COLETADOS DURANTE O EXPERIMENTO COM ONDAS ELETROMAGNÉTICAS:

d [m.10 ⁻³]	D [m]	Δy [m.10 ⁻²]	Δp_y [kg.m/s]	$\Delta y \Delta p_y$ [J.s]	$\hbar / 2$ [J.s]
10	1.727	2.65	4.32e-30	1.1448e-29	5.27e-35
10.05	1.727	1.9	5.99e-30	1.1381e-29	5.27e-35
10.1	1.727	1.05	1.08e-29	1.134e-29	5.27e-35
10.15	1.727	0.8	1.41e-29	1.128e-29	5.27e-35
10.2	1.727	0.65	1.73e-29	1.1245e-29	5.27e-35
10.25	1.727	0.5	2.23e-29	1.115e-29	5.27e-35
10.3	1.727	0.4	2.78e-29	1.112e-29	5.27e-35
10.35	1.727	0.35	3.16e-29	1.106e-29	5.27e-35
10.4	1.727	0.32	3.44e-29	1.1008e-29	5.27e-35

TAB. 3: DADOS PERTINENTES ÀS TERCEIRA PARTE DO EXPERIMENTO

Novamente, os valores se mostraram compatíveis com a equação 1.
Também vale notar que, como nos experimentos com ondas mecâ-
nicas, a incerteza do momento decresce com o aumento da incerte-
za da posição.

CONCLUSÃO

Os experimentos descritos neste texto conformaram com as previsões do princípio da incerteza, em particular com as inequações ~~apresentadas~~ apresentadas na introdução. A aplicabilidade do princípio da incerteza para ondas mecânicas e eletromagnéticas demonstraram que ele não se trata de uma propriedade exclusiva a sistemas quânticos, e sim uma consequência direta da transformada de Fourier, válida para a análise de qualquer tipo de onda.