

Princípio da Incerteza

RESUMO

Neste experimento foi possível estudar o princípio da incerteza para duas situações, sendo para ondas mecânicas a relação da energia com o tempo, e para ondas eletromagnéticas a relação da posição com o momento.

INTRODUÇÃO

Em 1927, Werner Heisenberg enunciou o princípio da incerteza, onde considerava que uma partícula em movimento, semelhante a de um grupo de ondas, possuía limitações na precisão das medidas das propriedades das partículas, como a posição e o momento. Com isso, Heisenberg propõe que, em um nível quântico, quanto menor for a incerteza na medida da posição de uma partícula, maior será a incerteza de seu momento linear e vice-versa.

Assim, a relação entre a distância (Δx) e o número de onda (Δk) possuirá um valor mínimo quando o grupo de ondas tiver a forma da função gaussiana, onde:

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2} \quad (1)$$

Aplicando a relação de de Broglie e partindo de alguns ajustes:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad ; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} \quad \Rightarrow \quad \Delta k = \frac{2\pi}{h} \Delta p$$

times:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta x \Delta p = \frac{h}{2} \quad (2)$$

onde $\frac{h}{2\pi} = \hbar$, sendo h a constante de Planck que vale $6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s e \hbar (h reduzido) que vale $1,054 \cdot 10^{-34}$ J.s.

Considerando a relação de Einstein ($E = h\nu$), ~~obtem-se~~ a validade do princípio da incerteza para a energia e o tempo. Segue:

$$\Delta \nu \geq \frac{1}{\Delta t}; \quad \Delta E = h \Delta \nu \Rightarrow \Delta E \Delta t = h$$

temos:

$$\Delta E \Delta t \geq h \Rightarrow \Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2} \quad (3)$$

A relação da equação (2) ~~está comprovada~~ poderá ser comprovada com um experimento de ondas eletromagnéticas, como experimento de difração. E, a relação (3) poderá ser comprovada com um experimento de ondas mecânicas.

OBJETIVO

Verificar a validade do princípio da Incerteza de Heisenberg empregando ondas acústicas e eletromagnéticas.

METODOLOGIA

○ experimento possui duas partes, onde na primeira parte estudou-se as ondas mecânicas e na segunda parte as ondas eletromagnéticas.

Na primeira parte, posicionou-se um grader de ondas

de frequência variável acoplado a um interruptor para a variação de sinal em função tempo, conectado em um altofalante e um microfone ligado no computador para fazer a gravação do sinal através do software Sound Recorder do Windows. Foi gerado um som de 200Hz e gravado este som para diferentes intervalos de tempo entre 1s a 60s e, posteriormente, seguindo a mesma analogia, substituiu-se o altofalante por diapasons de 4 configurações. Após a coleta dos dados, foram feitos gráficos e estes foram analisados usando a transformada de Fourier para determinação da banda de frequência do sinal (método da largura-a-meio-altura).

Na segunda parte posicionou-se um laser alinhado com duas lâminas para a criação de uma fenda simples e, após o laser estar ligado, variou-se a largura das fendas para analisar o ~~comportamento~~ comportamento do feixe até o anteparo. E foi coletado os valores da largura da fenda e do maior pico formado na difração no anteparo.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

→ Primeira parte: ONDAS MECÂNICAS

Empugnando a frequência de 200Hz no gerador de funções, através de um microfone foi possível captar o sinal e gravar a amplitude para um parâmetro de ondas de aproximadamente 1s.

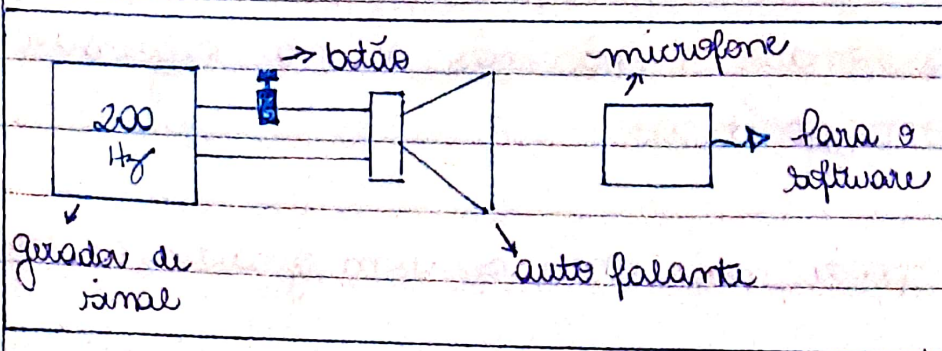


FIGURA 1- Diagrama do experimento realizado para ondas mecânicas;

Fei feito um gráfico da amplitude em função do tempo:

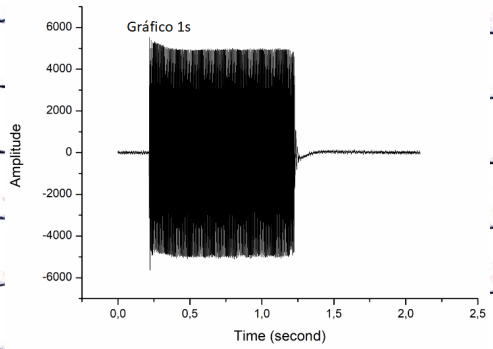


FIGURA 2: Gráfico da amplitude em função do tempo de sinal coletado para 1s;

Como podemos analisar no gráfico acima, a parte de onda está no tempo 0,25 s à 1,25 s, sendo $\Delta t = 1,25 - 0,25 = 1s$. Após a coleta desse intervalo de 1s, o mesmo foi feito para os intervalos de tempo: 5s, 10s, 15s, 20s, 25s, 30s, 35s, 40s, 45s e 50s. Ademais, os gráficos dos diferentes valores de Δt eram semelhantes ao gráfico da figura 2 (só alterava o tamanho Δt da parte de onda) e não foram mostrados no relatório.

Após a análise do Δt falado anteriormente, aplicou-se a transformada de Fourier no sinal analisado (para todas as partes de onda), e foi feito um gráfico da transformada na região de frequência que desejava-se analisar. Posteriormente, identificamos a frequência emissora da fonte através do pico da banda e medimos a largura da banda de frequência através da metodologia de largura-a-meia-altura.

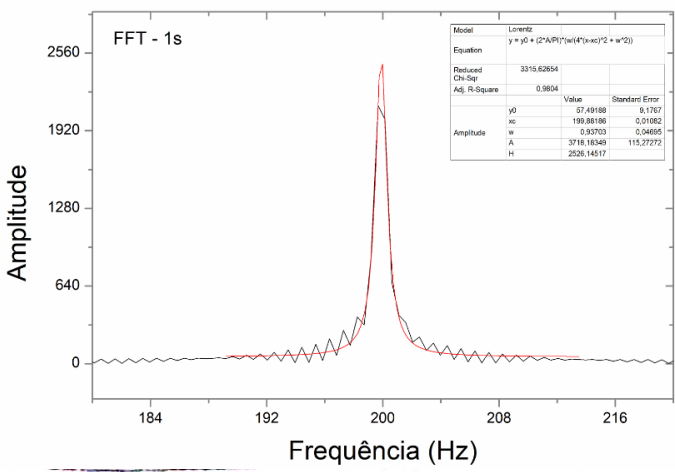


FIGURA 3: Gráfico da amplitude em função da frequência após a aplicação da transformada de Fourier no sinal de 1s.

Obs. O gráfico da amplitude em função da frequência também foi feito para todos os intervalos de tempo, e os resultados estão expressos na tabela abaixo:

TABELA 1: Tabela com os dados obtidos nos gráficos, onde os dados foram tratados para comparar com a equação (3);

PRIMEIRA PARTE						
	Δt (s)	Pico (Hz)	FWHM (Hz)	ΔE (10-34 J)	$\Delta E * \Delta t$ (10-34 J)	$\hbar/2$ (10-34 J.s)
1	1	199,881	0,937	6,212	6,212	0,527
2	5	199,843	0,141	0,935	4,674	0,527
3	10	199,863	0,093	0,617	6,166	0,527
4	15	199,853	0,043	0,285	4,276	0,527
5	20	199,862	0,049	0,325	6,497	0,527
6	25	199,859	0,054	0,358	8,951	0,527
7	30	199,856	0,029	0,192	5,768	0,527
8	35	199,857	0,011	0,073	2,553	0,527
9	40	199,852	0,029	0,192	7,691	0,527
10	45	199,834	0,024	0,159	7,160	0,527
11	50	199,833	0,005	0,033	1,658	0,527

A partir da tabela pode-se notar que o pico da banda de frequência de todos os valores de Δt se aproximou de 200Hz, que seria o esperado. Ademais, vemos que todos os valores de $\Delta E \Delta t^*$ são maiores que $\hbar/2$, comprovando o princípio da Incerteza de Heisenberg.

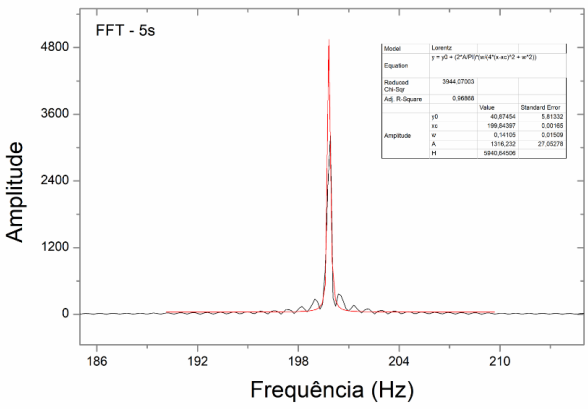
* Sendo possível determinar o valor de ΔE dividido a FWHM, que é o valor da frequência do método da largura a meia altura multiplicado pela constante de Planck.

Outra análise que pode ser feita da tabela 1 é que a medida que o tempo aumenta, a variação de frequência diminui e, com

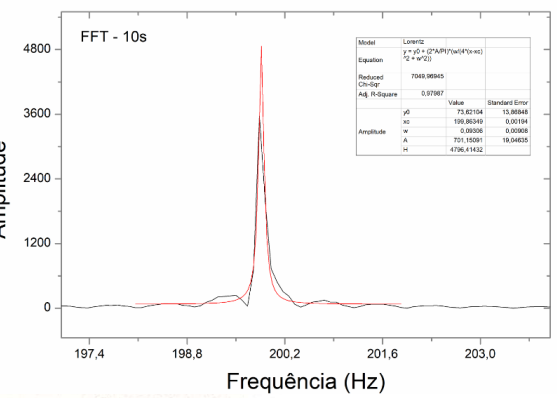
seguentemente ΔE diminuiu, mostrando que, mais uma vez, o experimento valida o princípio da inércia, onde nunca será possível ter medidas exatas ΔE quando a medida de ambas é feita simultaneamente.

FIGURA 4: Gráficos da amplitude em função da frequência após a aplicação da transformada de Fourier para os tempos:

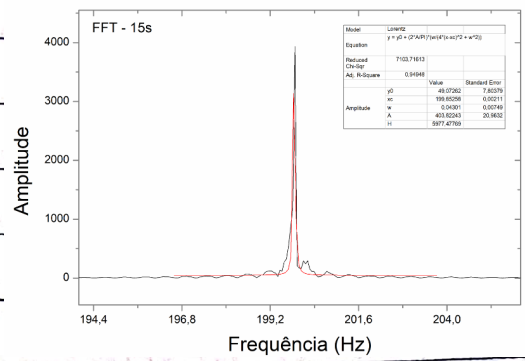
a) 5s



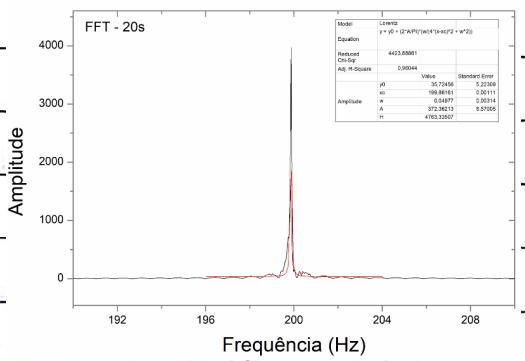
b) 10s



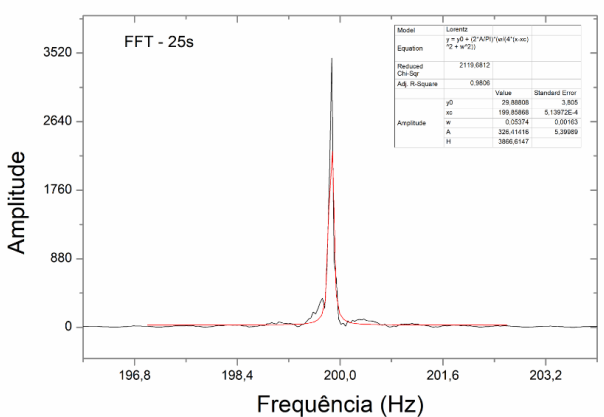
c) 15s



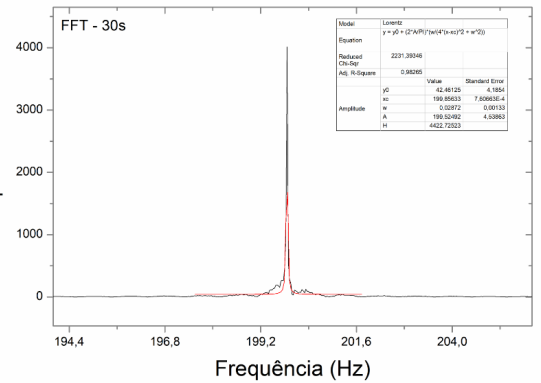
d) 20s



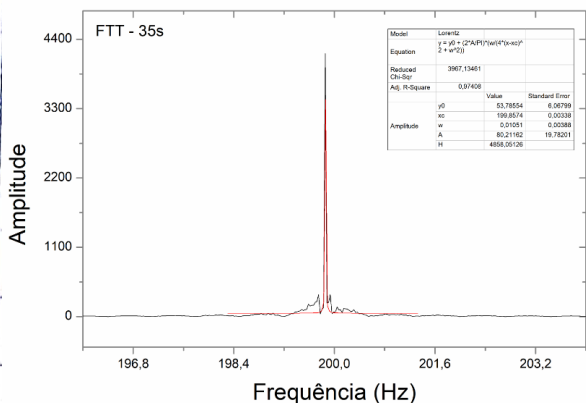
e) 25s



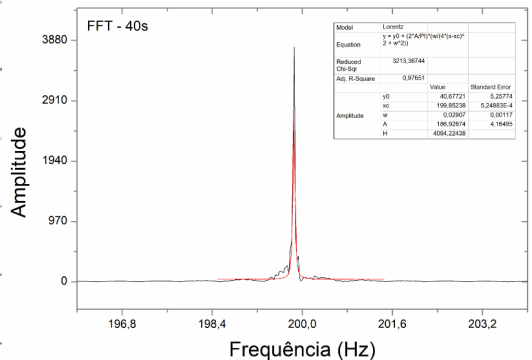
f) 30s



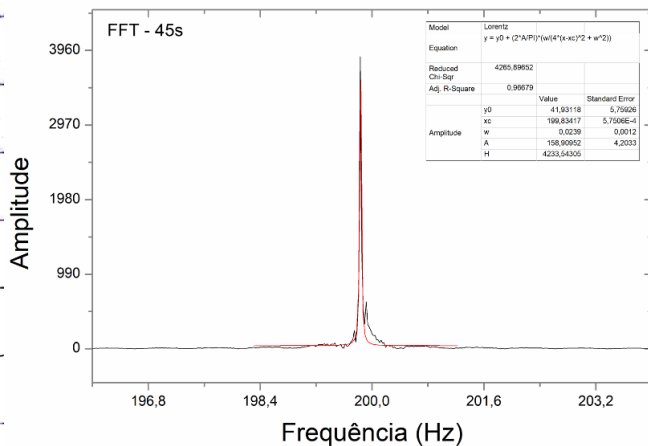
g) 35s



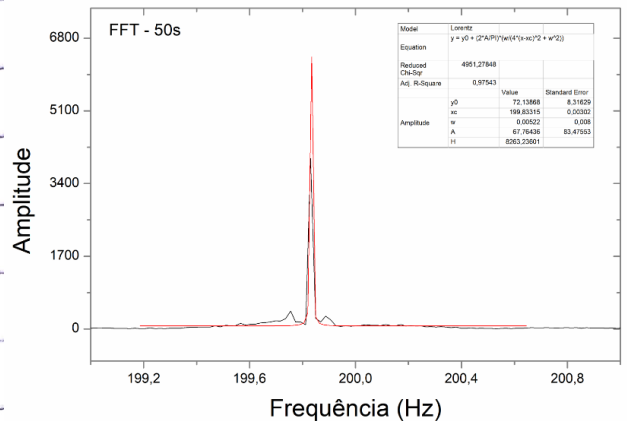
h) 40s



i) 45s



j) 50s

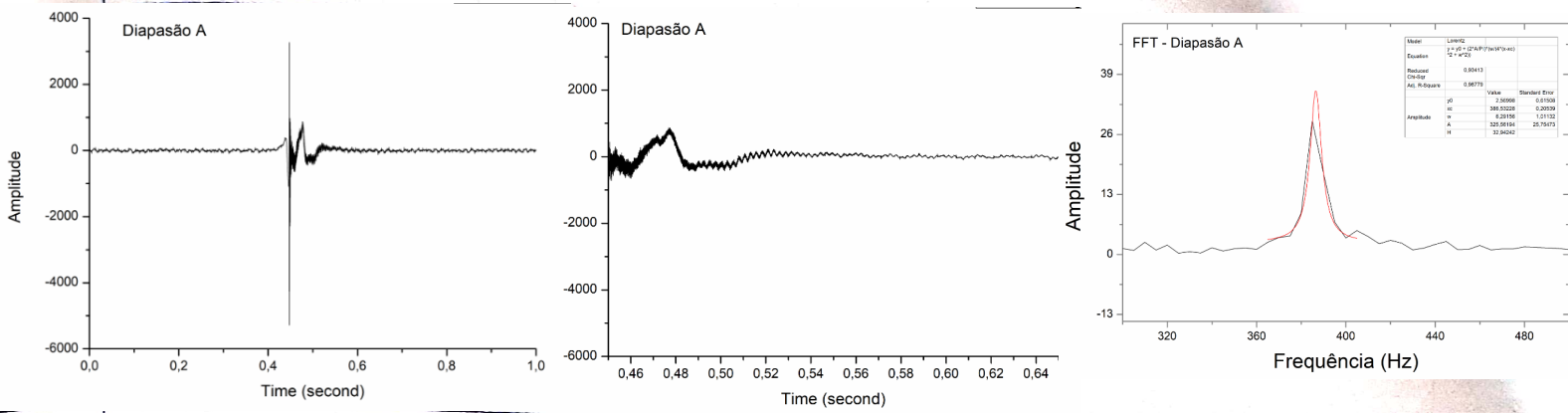


Ainda nesta parte, o mesmo experimento foi feito usando diapasões, sendo eles A, B, C e D. Nessa etapa, definimos um intervalo de tempo de 0,2s para aplicarmos a transformada de Fourier e analisar o pico de frequência e a largura a-meia-altura, e se também seria possível comprovar o princípio da Incerteza!

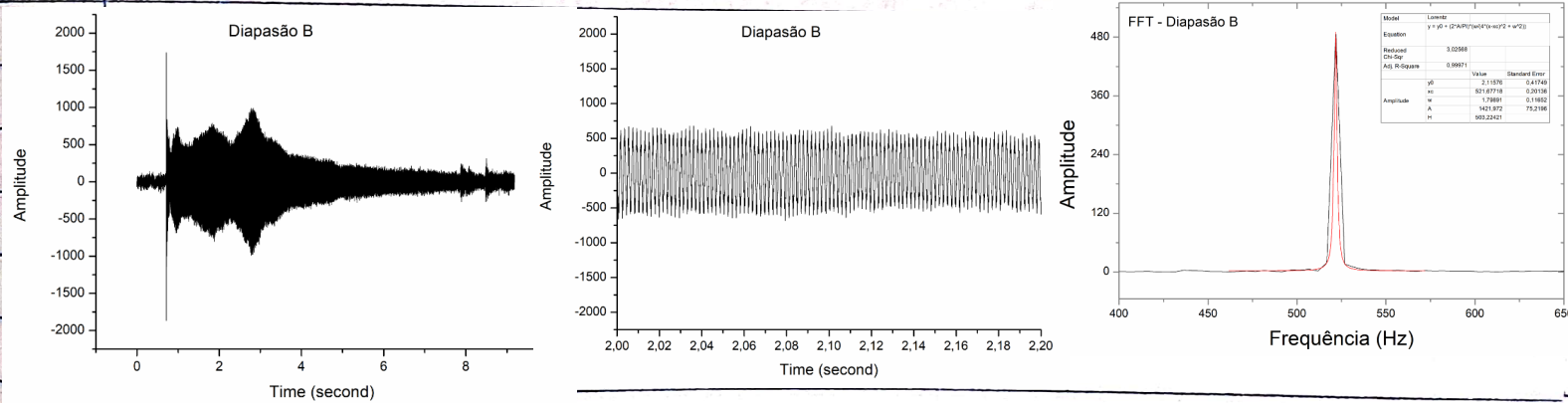
→ Foram feitos gráficos da amplitude em função do tempo e da amplitude em função do tempo $\Delta t = 0,20$ s. E foi feito também um gráfico da amplitude em função da frequência após aplicarmos a transformada de Fourier, para todos os diapasões. Segue:

37
 FIGURA 5: Gráficos para todos os diapasões:

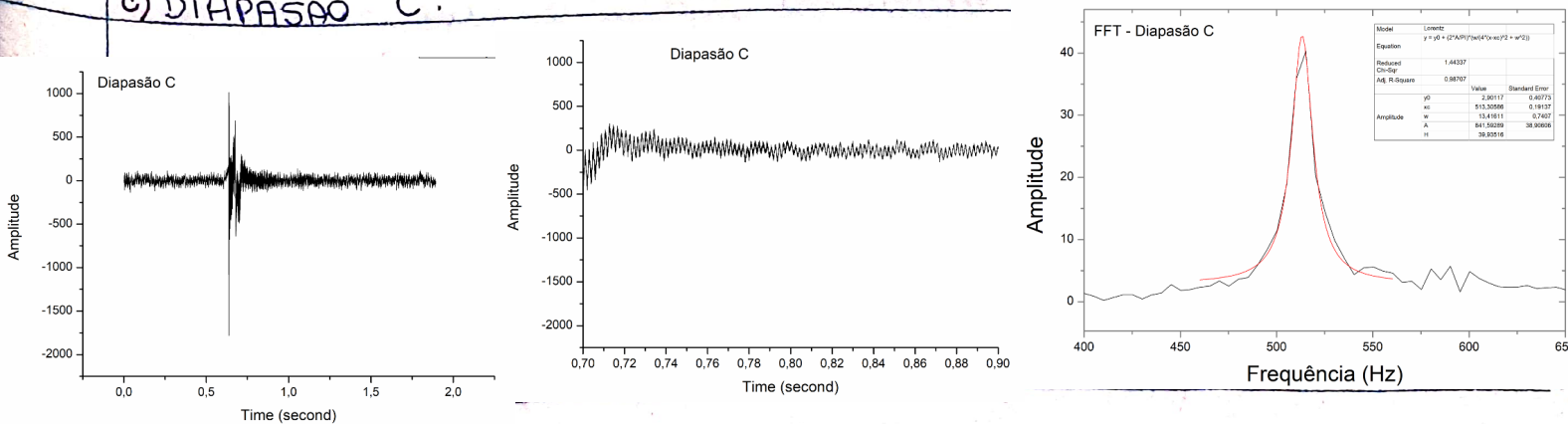
a) DIAPASÃO A:



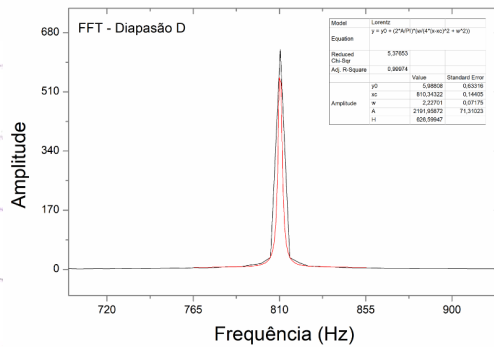
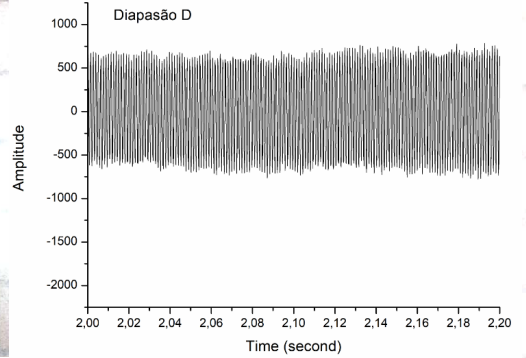
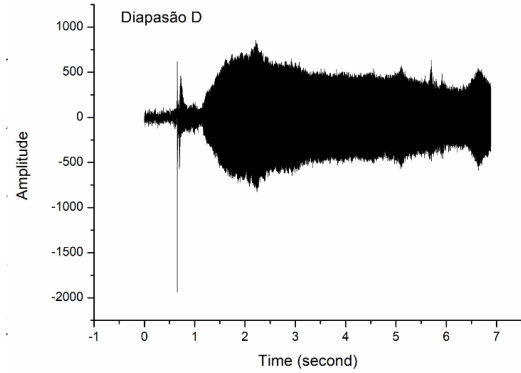
b) DIAPASÃO B:



c) DIAPASÃO C:



d) DIAPASÃO D:



A partir dos dados obtidos, montou-se uma tabela:

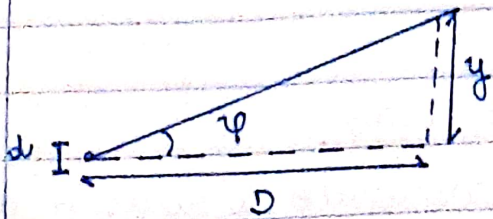
TABELA 2: referente aos dados obtidos para as diapasões:

Análise dos diapasões						
	Δt (s)	Pico (Hz)	FWHM (Hz)	ΔE (10 ⁻³⁴ J)	$\Delta E \cdot \Delta t$ (10 ⁻³⁴ J)	$\hbar/2$ (10 ⁻³⁴ J.s)
A	0,200	383,532	6,291	41,709	8,342	0,527
B	0,200	521,677	1,799	11,927	2,385	0,527
C	0,200	513,306	13,416	88,948	17,790	0,527
D	0,200	810,343	2,227	14,765	2,953	0,527

Como pode-se observar na tabela, o experimento com o diapasão também comprova o princípio da Incerteza, pois $\Delta E \Delta t$ é maior que $\frac{\hbar}{2}$.

Comparando os gráficos do experimento com ondas de queda de função e o experimento com diapasão, vemos que o auto-falante define melhor o pacote de energia do que o diapasão, o qual tem uma atenuação embutida e um amortecimento das ondas, fazendo com que os dados para $\Delta E \Delta t$ do

Da figura 6, a posição dos mínimos é:



$$d \sin \theta = n\lambda$$

$$d \cdot \frac{y}{D} = n\lambda \Rightarrow \frac{dy}{D} = \frac{\lambda}{d}, \text{ para } n=1$$

$$\therefore \Delta p_y = \frac{h \cdot D}{y \cdot d} \quad (\text{ii})$$

$$\times 1727 \text{ mm} = D$$

$$d = \Delta y$$

A partir de (ii) determinamos o momento em y e analisamos os dados em uma tabela e, através dos dados, montou-se um gráfico da metade da largura do feixe (y) em função da abertura do micrômetro.

TABELA 3: referente aos dados obtidos para o experimento com ondas eletromagnéticas;

SEGUNDA PARTE						
	Abertura do micrômetro (Diâmetro) (10 ⁻³ m)	Abertura do micrômetro (Raio Δy) (10 ⁻³ m)	Largura do feixe (y) (10 ⁻² m)	Δp_y (m)	$(\Delta p_y \cdot \Delta y)$	h (10 ⁻³⁴ J.s)
1	10,00	5,00	2,65	8,64E-29	4,318E-30	6,626
2	10,05	5,03	1,90	1,20E-28	6,023E-30	6,626
3	10,10	5,05	1,05	2,16E-28	1,090E-29	6,626
4	10,15	5,08	0,80	2,82E-28	1,430E-29	6,626
5	10,20	5,10	0,65	3,45E-28	1,760E-29	6,626
6	10,25	5,13	0,50	4,47E-28	2,289E-29	6,626
7	10,30	5,15	0,40	5,55E-28	2,861E-29	6,626
8	10,35	5,18	0,35	6,32E-28	3,269E-29	6,626
9	10,40	5,20	0,32	6,88E-28	3,576E-29	6,626

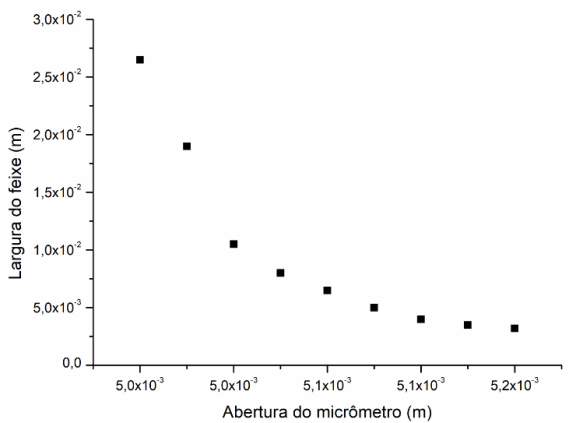


FIGURA 7: gráfico da metade da largura do feixe em função da abertura do micrômetro;

Assim, pode-se notar na tabela 3 que o princípio da incerteza é válido para as diferentes larguras da fenda.

* Respondendo algumas questões:

6. O experimento de difração de elétrons comprovava que $\Delta y \Delta p_y \geq h$, mas após essa relação de Heisenberg foi corrigida para $\Delta y \Delta p_y \geq \frac{h}{2}$; ~~entretanto~~ entretanto, para casos experimentais, a primeira relação é válida.

* Questões 7 e 8 respondidas anteriormente.

16. Na figura abaixo vemos o diagrama do microscópio de Bohr, que faz uma resolução óptica com precisão mínima de Δx e Δp_x :

$$\Delta x = \frac{h}{\text{sen } \epsilon} \quad \text{e} \quad \Delta p_x \approx \frac{h}{\lambda} \text{ sen } \epsilon \quad \Rightarrow \quad \Delta x \Delta p_x = h$$

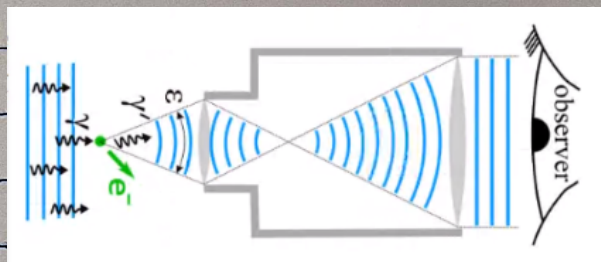


FIGURA 8: Diagrama do microscópio de Bohr;

17. Para que o fenômeno de difração ocorra, a fenda deve possuir largura da ordem de grandeza do comprimento de onda da onda incidente. Assim, para o caso do feixe de elétrons, não teríamos um padrão de difração formado no anteparo, devido sua ordem de grandeza ser em Å .

18. Sendo: $\lambda = 657 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ (laser vermelho); $D = 1,727 \text{ m}$; $y = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$$y \approx \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow a \approx \frac{\lambda D}{y} = \frac{(657 \cdot 10^{-9})(1,727)}{(2 \cdot 10^{-3})} \Rightarrow a = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$a = 0,6 \text{ mm}$

CONCLUSÃO

O experimento foi capaz de validar o princípio da incerteza de Heisenberg; onde, para ondas mecânicas, usou-se a relação da incerteza da energia e do tempo, e para ondas eletromagnéticas usou-se a relação da incerteza da posição e do momento. Ademais, foi visto que não é possível ter valores precisos quando se faz medidas simultâneas para grandezas diferentes.

REFERÊNCIAS

[1] Livro: Eisberg, R e Resnick, R - Física Moderna, cap.3;

[2] Fontes de referência disponível no ambiente virtual;