Escola Politécnica da USP

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

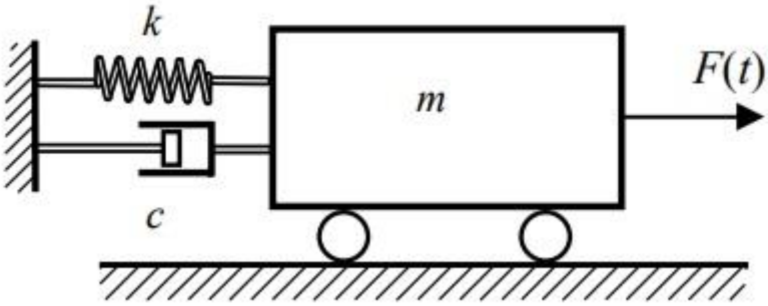
Professsor: Agenor de Toledo Fleury

Professor: Decio Crisol Donha

Aluno: Guilherme Müller da Silva – NºUSP: 9351008

Lista E

Equacionamento do sistema massa mola-amortecedor:



i- Modelagem:

a. 2ª Lei de Newton:

$$F(t) - k * x - c * \dot{x} = m * \ddot{x} \ \ (Eq. 1)$$

b. Como aparece a variável x com sua derivada de até segundo grau, iremos representar o problema em espaço de estados:

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \dot{x} \end{cases}$$

Portanto, da Eq.1 temos: $\ddot{x} = \frac{F(t)}{m} - \frac{kx}{m} - \frac{c\dot{x}}{m}$

Assim:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = \dfrac{F(t)}{m} - \dfrac{kx_1}{m} - \dfrac{cx_2}{m} \end{cases}$$

Representação em matrizes:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix} F(t)$$

c. Transformada de Laplace:

$$L_1: \quad sX_1 = X_2$$

$$L_2: \quad sX_2 = \frac{F}{m} - \frac{kX_1}{m} - \frac{cX_2}{m}$$

Como busca-se a saída para Y = X_1, temos que a função transferência será:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} \Rightarrow G(s) = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

d. Código utilizado para simulação:

```
// Definindo os parametros do sistema:
m=1;
b=10;
k=900;
Z = 0.8
c = (2*Z*(sqrt(k/m)))

// Matrizes do sistema:
A=[0 1; -k/m -b/m];
B=[-1;b/m];
C=[1 0];
D=[0];
// Montando o sistema:
SistMassaMolaAmort=syslin('c',A,B,C,D);
// Vetor tempo:
t=0:0.01:2;
// Entrada:
u=ones(t);
// No espaco de estados temos 2 variaveis de estado:
x0=[0;0];

[y,x]=csim(u,t,SistMassaMolaAmort,x0);

f = scf(1);

```

e. Resultado gráfico: