

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

PME3330 – Mecânica dos Fluidos II

## Lista E

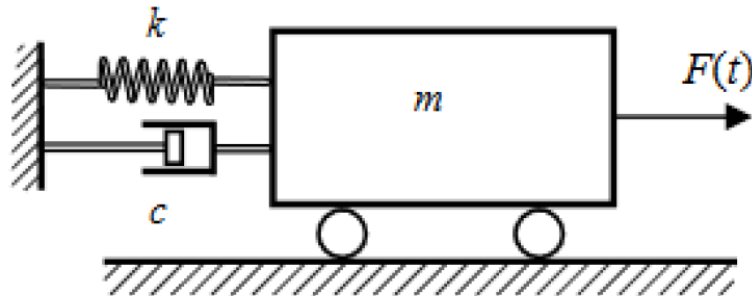


Henrique Aquino - 10772543

São Paulo, 2020

## Exercício 1

Nessa lista estudaremos o comportamento do sistema proposto abaixo:



Para tal, devemos encontrar a EDO que rege o movimento. Aplicando a Segunda Lei, temos:

$$\ddot{x} = -k/m \cdot x - c/m \cdot \dot{x} + F(t)/m$$

Escrevemos como um sistema de equações diferenciais:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

$$\dot{X} = AX + Bu$$

Com as seguintes igualdades:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}$$

$$u = F(t)$$

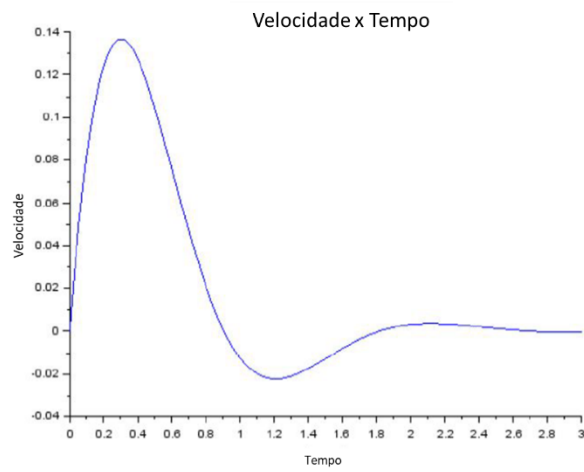
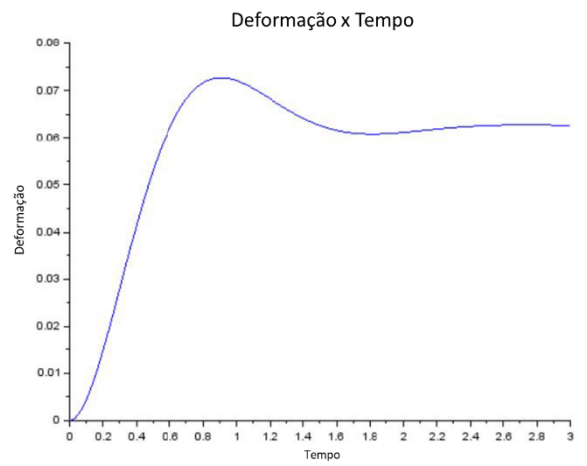
E assim conseguimos calcular a seguinte função transferência para o sistema:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{(m \cdot s^2 + b \cdot s + k)}$$

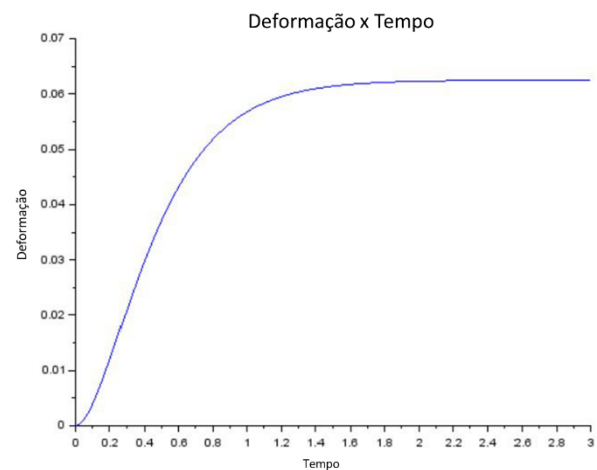
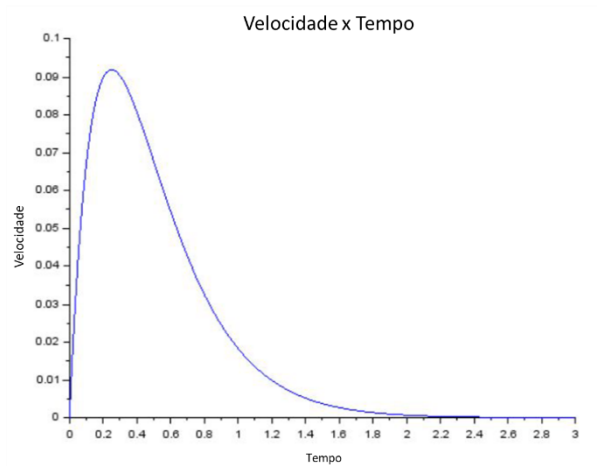
Modelando o comportamento do sistema para os seguintes parâmetros:

$$\begin{cases} m = 1kg \\ c = \frac{10Ns}{m} \\ k = 20N/m \end{cases}$$

Com  $\xi = 1/2$ :



Com  $\xi = 1$ :



## Exercício 2

Encontraremos os autovalores da matriz  $A$ , calculados a partir do determinante da matriz  $(A - I \cdot a)$ :

$$\det \begin{vmatrix} -a & -1 - a \\ -k/m - a & -b/m - a \end{vmatrix} = 0$$

Com isso, chegamos na equivalência a seguir:

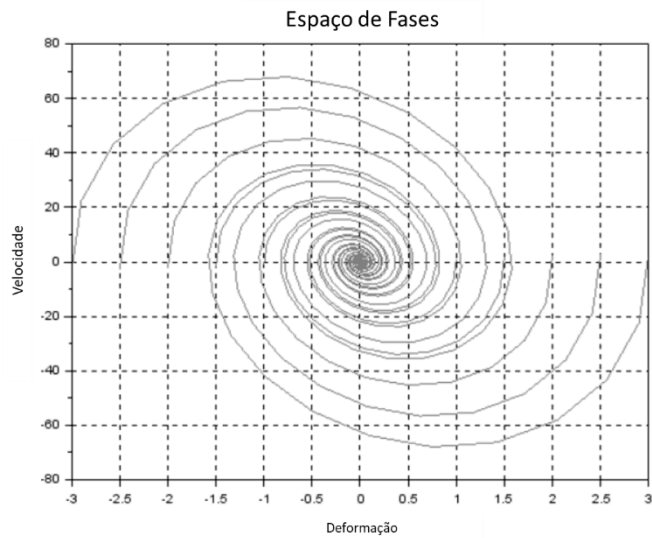
$$a^2 + b/m \cdot a + k/m = 0$$

Resolvendo para os diferentes cenários de  $\xi$  ( $\xi = 0.5$  e  $\xi = 1$ ):

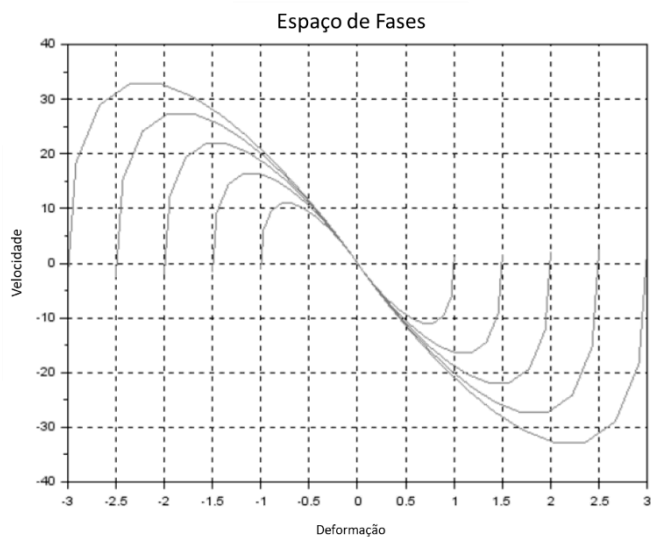
$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{k \cdot m}}$$

Temos os seguintes resultados:

Para  $\xi = 0.5$ :



Para  $\xi = 1$ :



## Códigos

```
// Definindo os parametros do sistema (caso 1:  $\zeta > 1$ ):  
m = 1;  
c = 10;  
k = 900;  
  
// Definindo os polinomios da funcao de transferencia:  
// Numerador:  
n=(-m)*poly(0,'s','roots');  
  
// Denominador  
d=poly([k c m],'s','coeff'); //observe a ordem contraria dos coeficientes  
  
// Montando a funcao de transferencia, onde o parametro 'c' indica sistema de  
// tempo contínuo. Se for um sistema de tempo discreto, use o parametro 'd'.  
G=syslin('c',n/d)  
  
// Simulando o sistema para uma entrada degrau (u=0 para t<0 e u=1 para t>0):  
t=0:0.01:2;  
  
// Definindo a entrada:  
u=ones(t);  
  
// Definindo o vetor de condicoes iniciais:  
x0=[0;0]; // x(0) = 0 e a derivada de x(t) no instante inicial tambem eh nula.  
  
// Realizando a simulacao com o comando csim:  
[y]=csim(u,t,G,x0);  
  
// Abrindo uma nova janela de graficos:  
xset('window',1)  
  
// Mostrando o resultado da simulacao:  
xset('thickness',2)  
xset('font size',4)  
plot2d(t,y,2)  
xtitle('Resposta a degrau','tempo t','Deformacao da mola')
```