ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Lista E

Leonardo Faria de Oliveira – 10706131

Prof. Agenor de Toledo Fleury

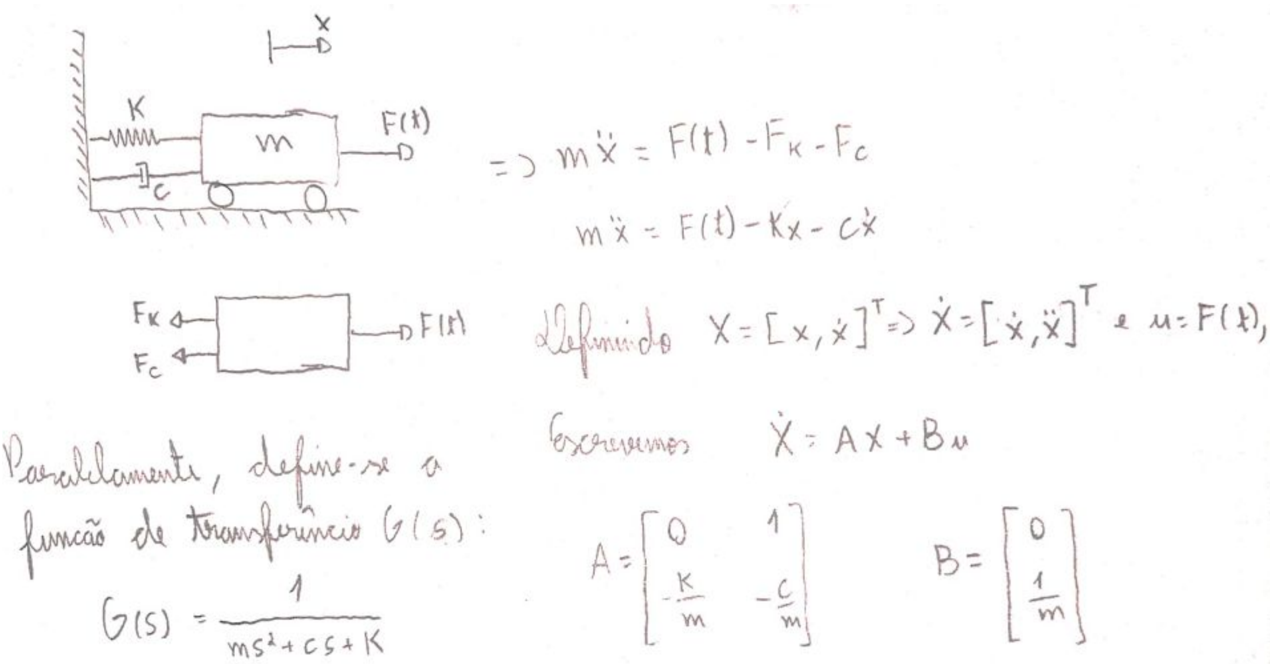
Prof. Decio Crisol Donha

São Paulo, 22 de Outubro de 2020

1. EXERCÍCIO

Primeiramente, foram calculadas as equações de estado e função de transferência conforme pedido, da forma como mostrada a seguir:

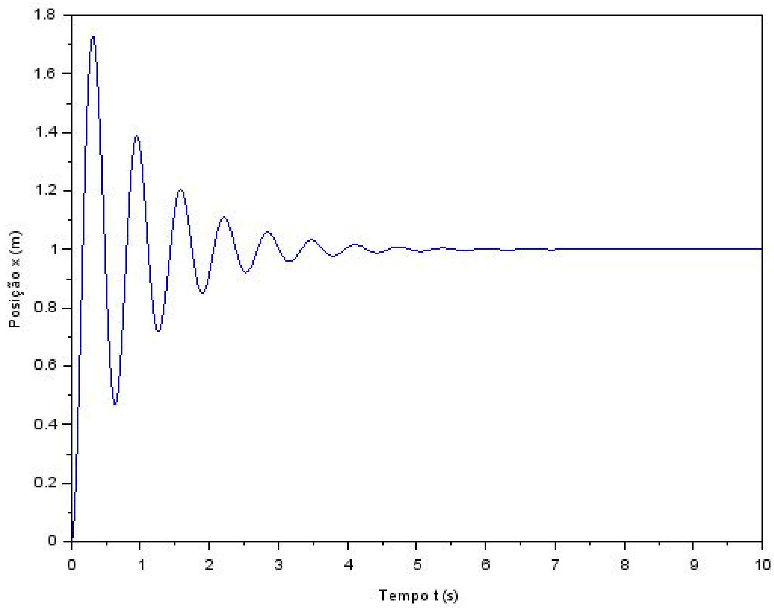
Figura 1 - Determinação das equações de estado e função de transferência



Em seguida, foram determinados três conjuntos de parâmetros *m*, *k* e *c*, sendo eles listados a seguir, de forma que todos os regimes de amortecimento fossem simulados. Em todos os casos, o sistema foi forçado por uma força do tipo degrau em $t = 0$ e módulo 100 N, sendo os resultados dessa simulação são exibidos a seguir:

- $m = 1$ kg; $k = 100$ N; $c = 2$ Ns/m ($\zeta = 0{,}1$)

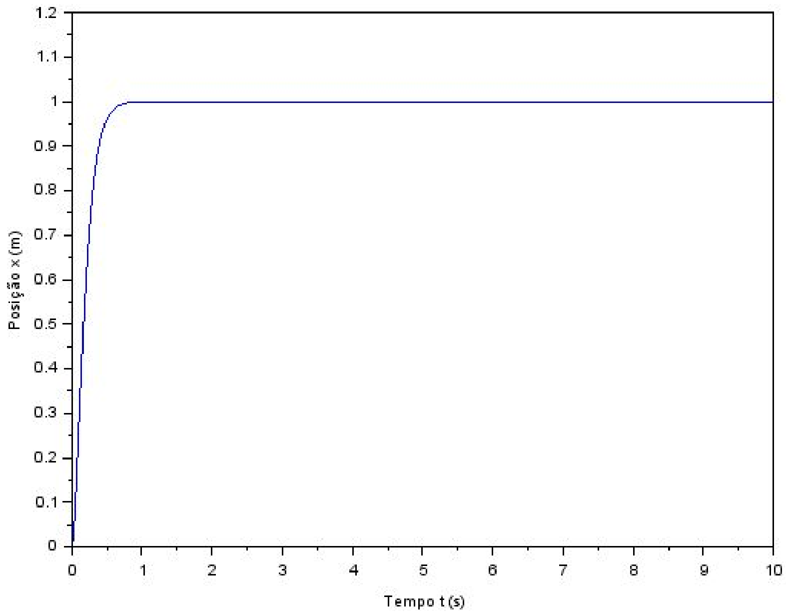
Figura 2 - Simulação do movimento para $\zeta = 0{,}1$



Nota-se que o sistema vai oscilando até atingir a sua posição de equilíbrio (F).

- $m = 1$ kg; $k = 100$ N; $c = 20$ Ns/m ($\zeta = 1$)

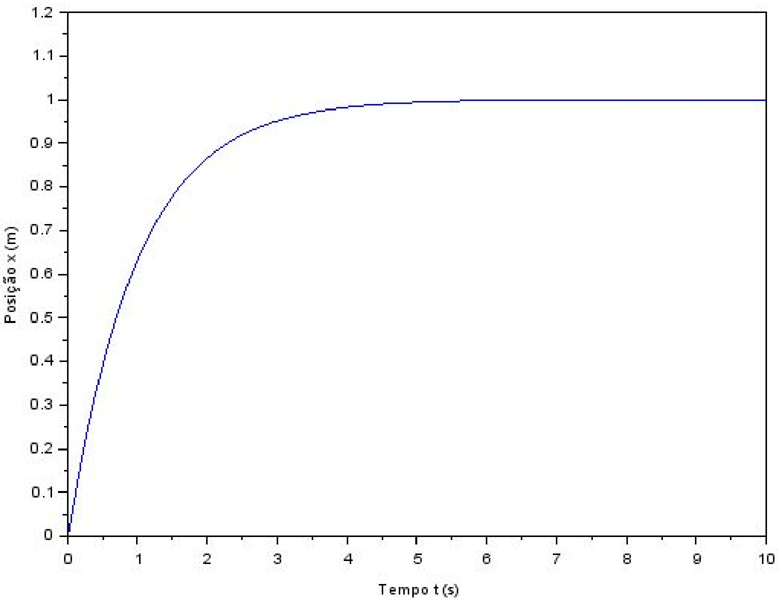
Figura 3 - Simulação do movimento para $\zeta = 1$



Desta vez, o sistema vai diretamente para o seu ponto de equilíbrio, sem qualquer oscilação, por estar em regime crítico de amortecimento.

- m = 1 kg; k = 100 N; c = 100 Ns/m (ζ = 5)

Figura 4 - Simulação do movimento para ζ = 5

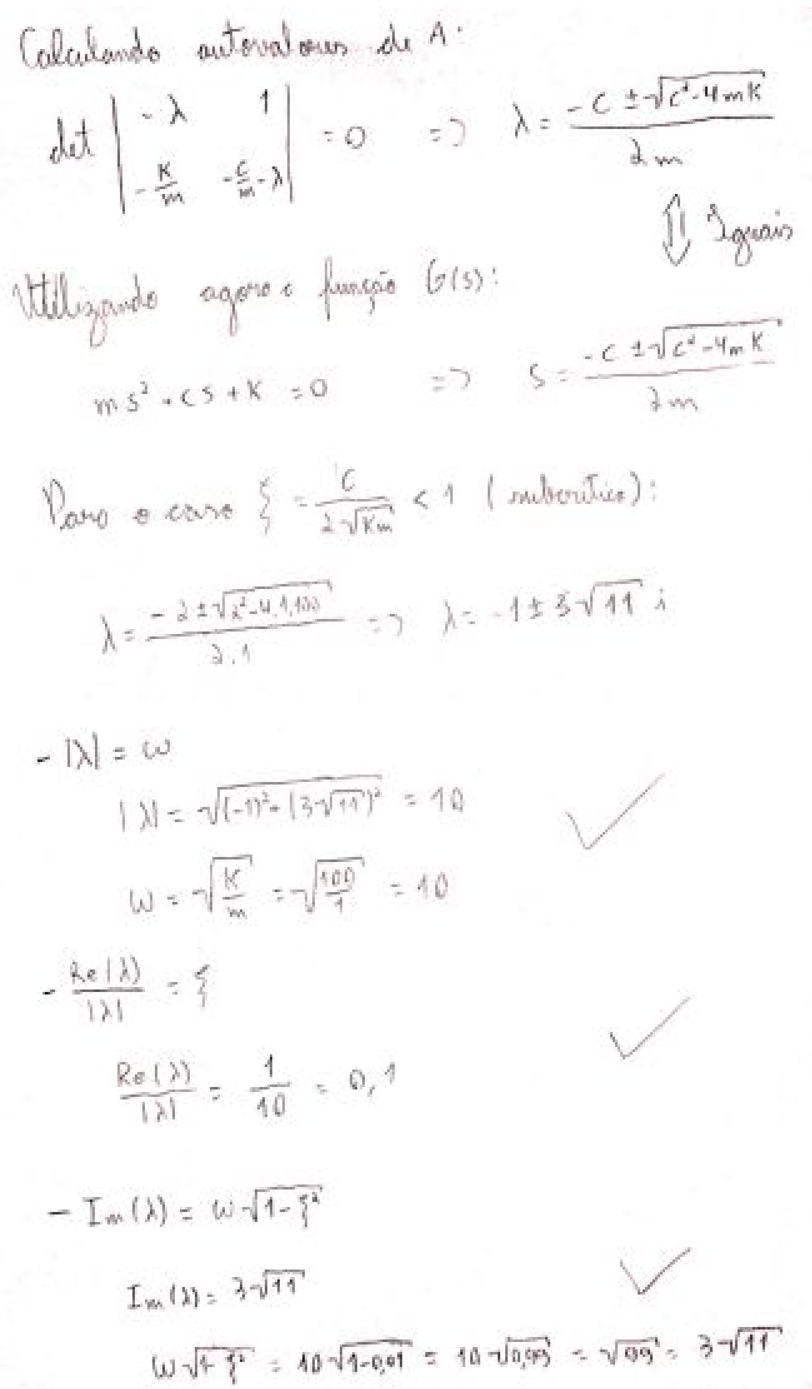


Novamente, o sistema converge para seu ponto de equilíbrio, porém desta vez mais lentamente dado estar em regime supercrítico.

2. LIÇÃO DE CASA - 1

Agora, foram pedidas análises acerca dos autovalores da matriz A, calculada anteriormente, das raízes da função de transferência e da coincidência de alguns resultados, sendo todos esses mostrados a seguir:

Figura 5 - Resolução do primeiro item da lição de casa



Calculando autovalores de A:

$$\det \begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ -\frac{K}{m} & -\frac{c}{m}-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mK}}{2m}$$

$\Updownarrow$ Iguais

Utilizando agora a função $G(s)$:

$$ms^2 + cs + K = 0 \Rightarrow s = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mK}}{2m}$$

Para o caso $\xi = \frac{c}{2\sqrt{Km}} < 1$ (subcrítico):

$$\lambda = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4.1.100}}{2.1} \Rightarrow \lambda = -1 \pm 3\sqrt{11}\, i$$

- $|\lambda| = \omega$

$$|\lambda| = \sqrt{(-1)^2 + (3\sqrt{11})^2} = 10$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10$$

- $\frac{Re(\lambda)}{|\lambda|} = \xi$

$$\frac{Re(\lambda)}{|\lambda|} = \frac{1}{10} = 0,1$$

- $Im(\lambda) = \omega\sqrt{1-\xi^2}$

$$Im(\lambda) = 3\sqrt{11}$$

$$\omega\sqrt{1-\xi^2} = 10\sqrt{1-0,01} = 10\sqrt{0,99} = \sqrt{99} = 3\sqrt{11}$$

3. LIÇÃO DE CASA - 2

Por fim, foi pedido que fosse feita a simulação para alguns pares de condições iniciais porém com os mesmos parâmetros, de forma que os espaços de estados (v em função de x) obtidos fossem plotados, estão eles exibidos a seguir:

Figura 6 - Espaço de estados para várias condições iniciais e $\zeta = 0,1$

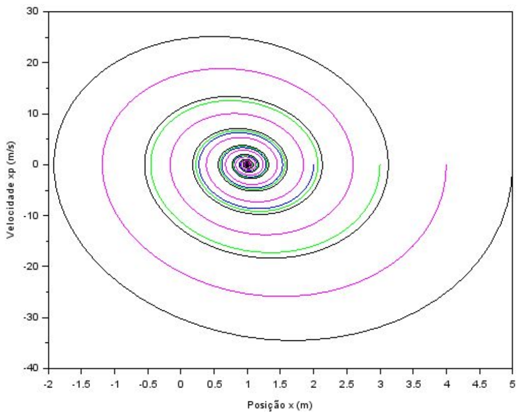


Figura 7 - Espaço de estados para várias condições iniciais e $\zeta = 1$

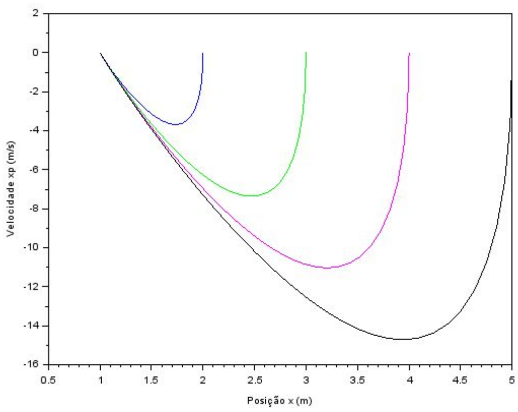


Figura 8 - Espaço de estados para várias condições iniciais e $\zeta = 5$