PME 3380

Nome: Vítor Olavo Tonaco Alexandre

N°USP: 9836176

Lista E

1. Primeira Parte da lista:

Essa lista se destina a estudar e analisar o movimento e comportamento dinâmico do seguinte sistema:

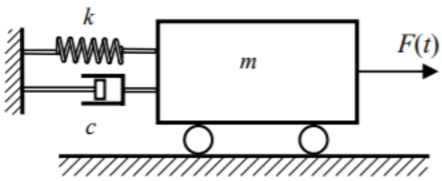


Figure 1 Sistema mecânico

A equação que descreve o movimento do carrinho em questão pode ser descrita como:

$$m\ddot{x} = -kx - c\dot{x} + F(t)$$

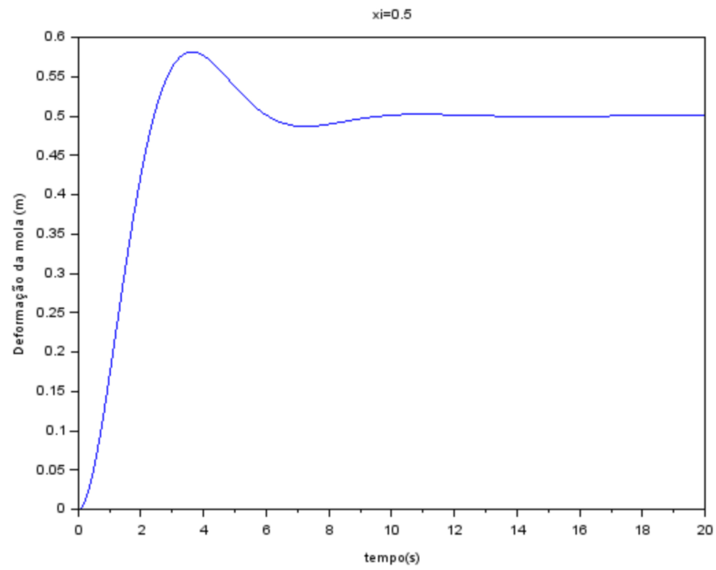
Descrevendo tal sistema no respectivo espaço de estados para a simulação no Scilab temos o seguinte:

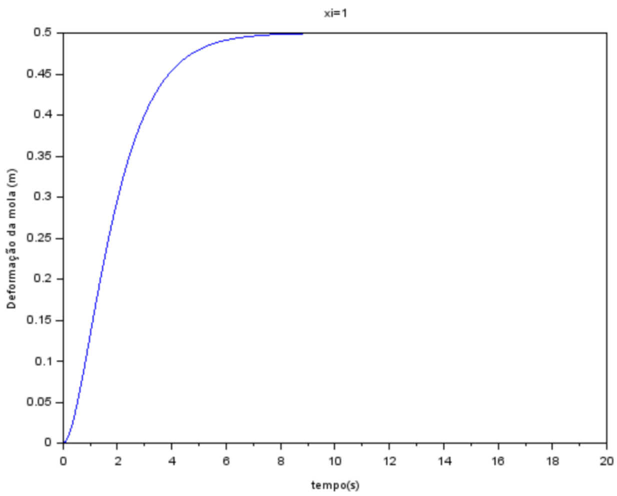
$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{c}{m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix} . u$$

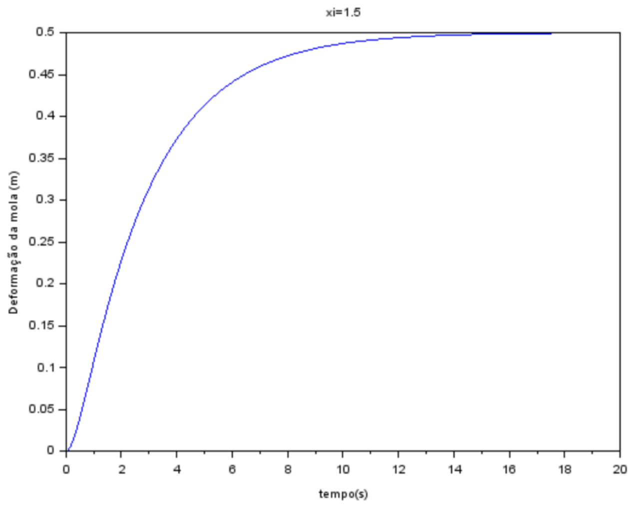
Dessa forma, tomando x_1 como a saída do sistema, y, e F(t) como a entrada u, pode se aplicar a transformada de Laplace e assim encontramos a seguinte função de transferência:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Assim, utilizando-se do Scilab, o sistema foi simulado para diferentes valores de ξ, e os resultados podem ser observados nas imagens abaixo:







2. <u>Segunda Parte da lista</u>

Nessa parte da lista foi solicitado uma comparação entre os autovalores da matriz A e as raízes do polinômio no denominador da função de transferência. Para o cálculo dos autovalores, temos os seguinte:

$$det\begin{bmatrix} 0-a & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{c}{m}-a \end{bmatrix} = a^2 + \frac{c}{m}a + \frac{k}{m} = 0$$

Já as raízes do denominador da função de transferência podem ser encontradas a partir da equação:

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m} = 0$$

Como é possível observar, ambas as equações resultam nas mesmas raízes, que para valores de m=c=k=2 teremos as seguintes raízes, ou polos, para o sistema:

$$p_1 = -0.5 + 0.866i$$

$$p_2 = -0.5 - 0.866i$$

A frequência natural do sistema massa-mola-amortecedor e o coeficiente de amortecimento são descritos como:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 1$$

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}} = 0.5$$

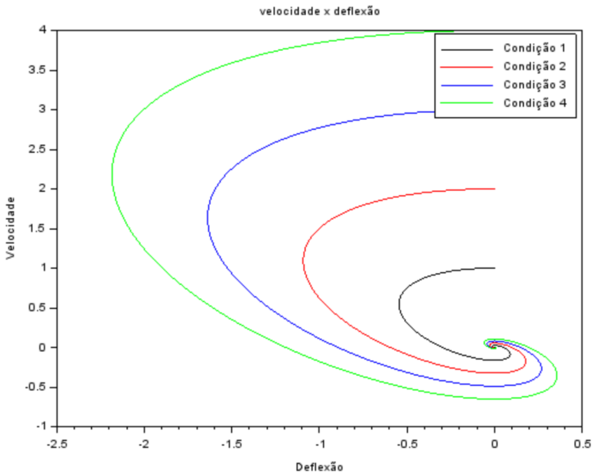
Assim, a partir dos valores dos polos, podemos calcular que $|p_1| = 1$, confirmando que o mesmo é numericamente igual a frequência natural do sistema. Além disso, dividindo o módulo da parte real dos polos (nesse caso sendo 0.5) pelo módulo dos polos (numericamente igual a 1) obtemos o valor de 0.5, que é igual ao coeficiente de amortecimento do sistema.

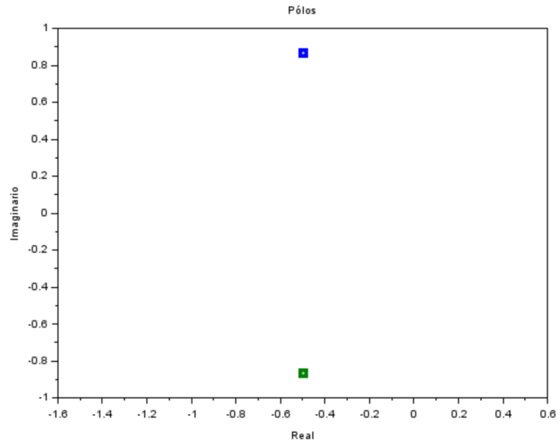
Por fim, a frequência de oscilação do sistema, $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 1\sqrt{1-0.5^2} = 0.866$, é justamente o módulo da parte imaginaria dos polos do sistema, como foi sugerido que demonstrasse.

3. Terceira Parte da Lista:

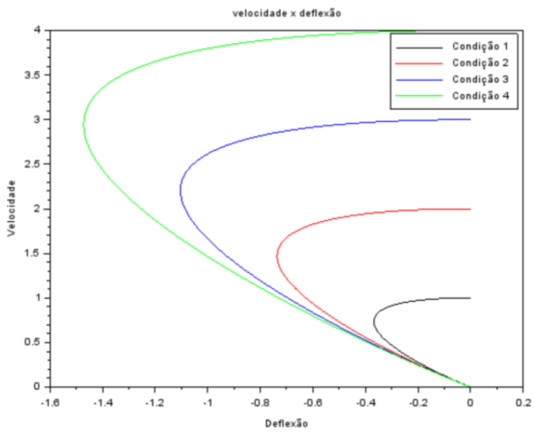
Nessa parte, foi solicitado que se variasse as condições iniciais do sistema, para um valor de entrada nula, e que se mostrasse os gráficos de v por x, para diferentes valores de ξ. Em todas as simulações, foram utilizados os mesmos valores de k=m=2, mudando-se apenas o valor de c. Os gráficos das deflexões da mola pelo tempo serão os mesmo apresentados na parte 1 dessa lista, e por esse mesmo motivo não serão apresentados.

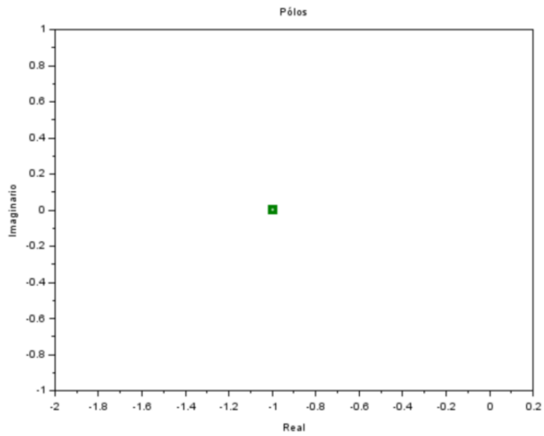
- Para C = 2



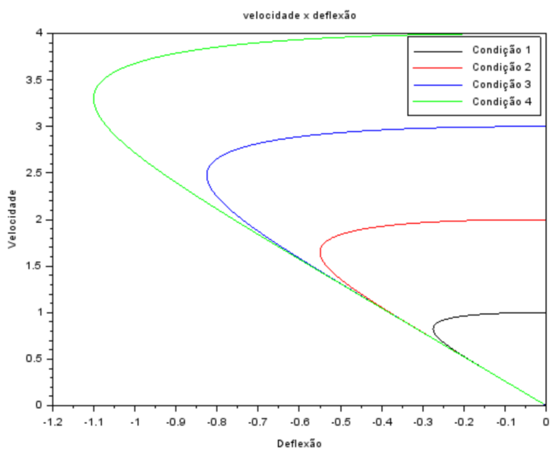


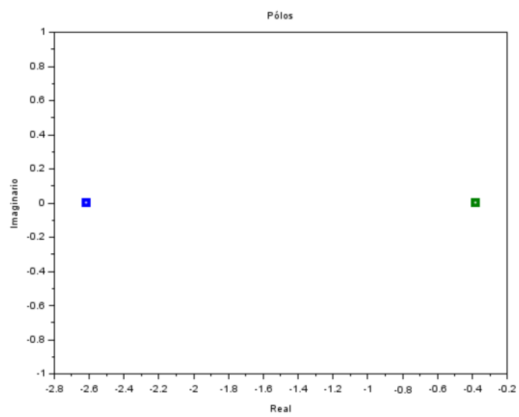
- Para c = 4





- Para c = 6





- Os códigos utilizados na primeira parte foi o seguinte:

```
// Definindo os parametros do sistema:

clc
clear
close
m=2;c=2;k=2;
polo1 = (-c +(c^2-4*m*k)^0.5)/(2*m);
polo2 = (-c -(c^2-4*m*k)^0.5)/(2*m);

// Matrizes do sistema:
A=[0 1; -k/m -c/m];
B=[0;1/m];
C=[1 0];
D=[0];

[autovetores,autovalores]=spec(A);
// Montando o sistema:
carrinho=syslin('c',A,B,C,D);
// Definindo o vetor tempo:
t=0:0.01:20;
// Definindo a entrada:
u=ones(t);
// No espaco de estados temos 2 variaveis de estado:
x0e=[0;0]; // neste caso, x1(0)=0 e x2(0)=0
// Alem de calcular a saida y, a função csim também permite obter o estado x:
[y,x]=csim(u,t,carrinho,x0e);
// Abrindo uma nova janela de graficos:

p = x(1,:)
v = x(2,:)

scf(1)
plot(t,y)
xtitle("xi=1.5");
xlabel ('tempo(s)');
ylabel ('Deformação da mola (m)');
```

- O código utilizado na segunda parte foi o seguinte:

```
function [x]=Solucao(x0e, i, m, c, k, t)

A=[0 1; -k/m -c/m];
B=[0;1/m];
C=[1 0];
D=[0];
carrinho=syslin('c',A,B,C,D);
u=zeros(t);
[y,x]=csim(u,t,carrinho,x0e);
endfunction
m=2;c=6;k=2;
t=0:0.01:15;
x0=[1 2 3 4];
```

```
x0_linha=[0 0 0 0];
qtd_cond=length(x0);
//vetores de resultados
X=zeros(qtd_cond,length(t));
V=zeros(qtd_cond,length(t));
for i=1:qtd_cond
 x0e=[x0(i);x0_linha(i)];
 [x]=Solucao(x0e,i,m,c,k,t)
 X(i,:)=x(1,:);
 V(i,:)=x(2,:);
end
xset('window',1)
plot(V(1,:),X(1,:),"k",V(2,:),X(2,:),"r",V(3,:),X(3,:),"b",V(4,:),X(4,:),"g");
legend(["Condição 1";"Condição 2";"Condição 3";"Condição 4"]);
xtitle("velocidade x deflexão","Deflexão","Velocidade");
s1=poly([k c m],"s",'c')
solution=roots(s1)
xset('window',2)
plot(real(solution(1)),imag(solution(1)),'o',real(solution(2)),imag(solution(2)),'o','linewidth',8)
xtitle("Pólos","Real","Imaginario");
```