



Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo

---

PME3380

Lista E

**Professor: Décio Crisol e Agenor Fleury**

**Aluno: Maurício Chung Leiman - 10772571**

São Paulo

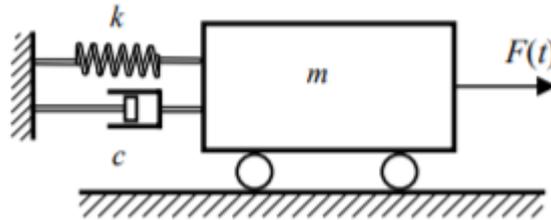
2020

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>PRIMEIRO EXERCÍCIO.....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>SEGUNDO EXERCÍCIO.....</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>TERCEIRO EXERCÍCIO .....</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>APÊNDICE.....</b>	<b>10</b>

# 1 PRIMEIRO EXERCÍCIO

Como primeira tarefa deve-se obter as equações de estado e a função de transferência do seguinte sistema:



A equação diferencial que representa este sistema é:

$$\ddot{x} = F(t)/m - k/m x - c/m \dot{x}$$

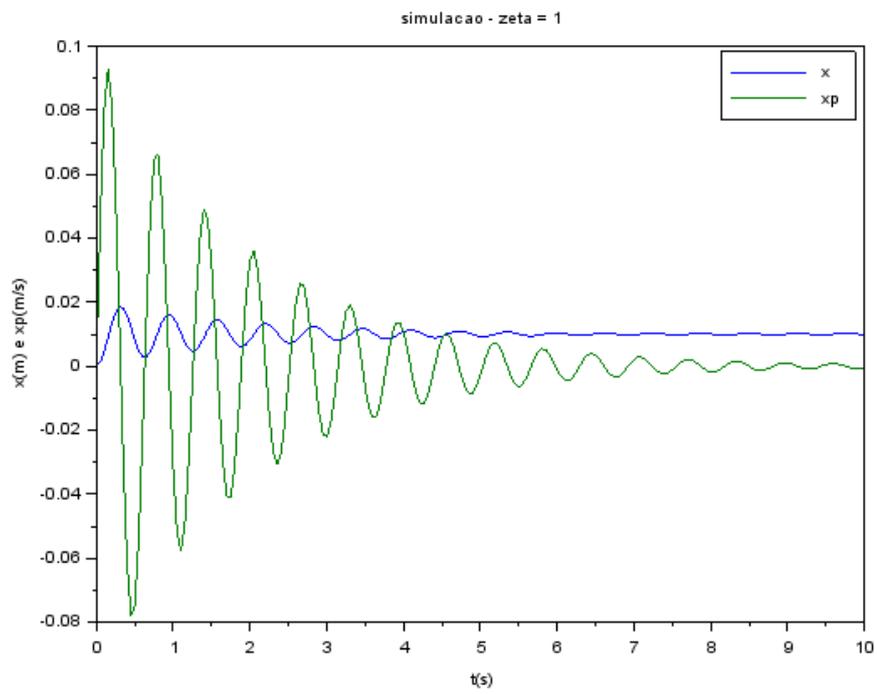
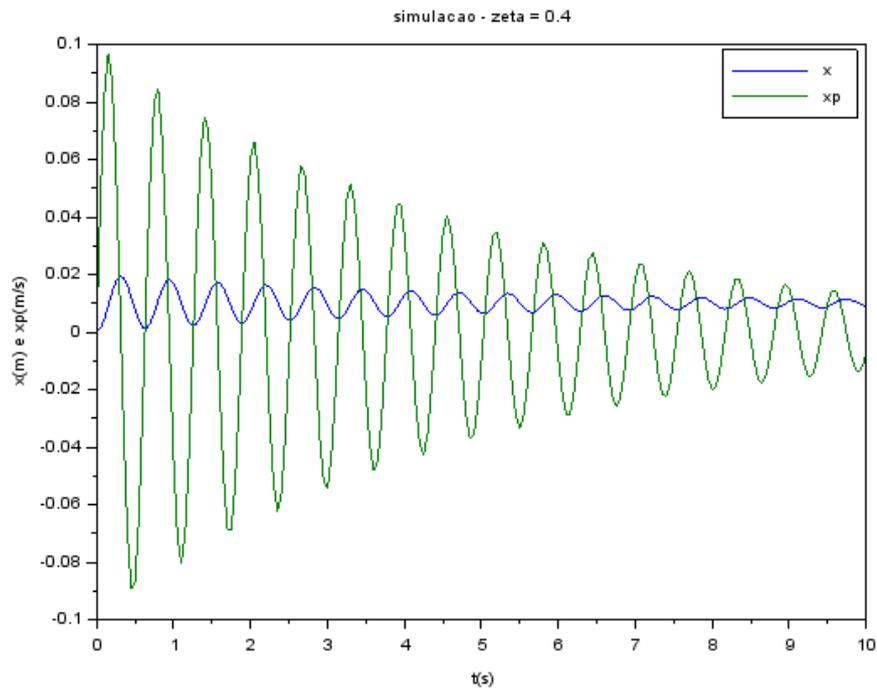
Passando para o espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F(t)/m \end{bmatrix}$$

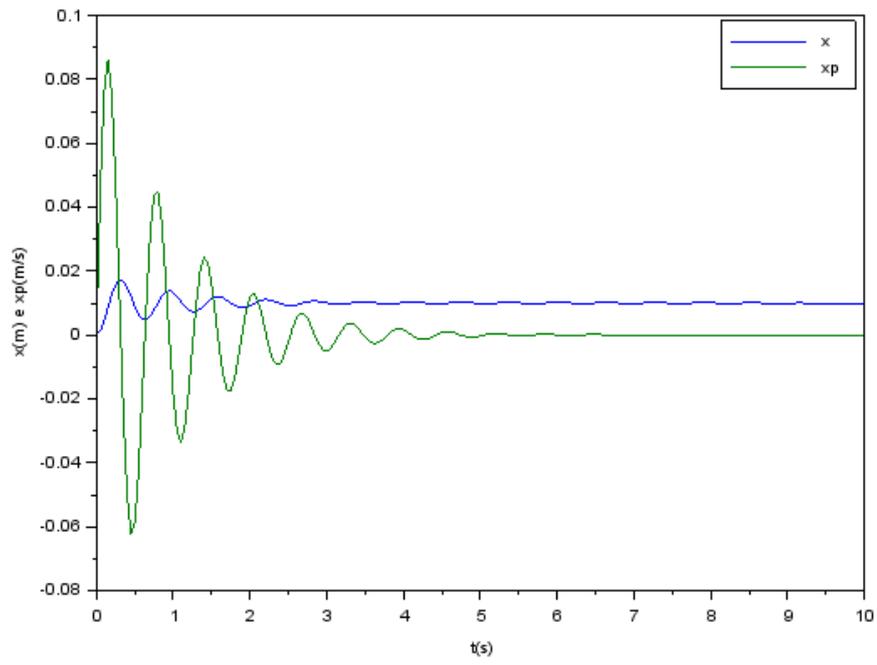
A função de transferência é a seguinte:

$$G(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Feito isso, efetua-se a simulação do sistema para  $\zeta=0.4$ ,  $\zeta=1$  e  $\zeta=2$ . Os resultados obtidos são apresentados a seguir:



simulacao - zeta = 2



## 2 SEGUNDO EXERCÍCIO

Neste item pede-se os autovalores da matriz  $A$  referentes ao sistema do exercício anterior. Estes são obtidos resolvendo-se o seguinte determinante:

$$\det(A - tI) = mt^2 + ct + k = 0$$

Com  $m = 1\text{kg}$ ,  $\zeta=0.4$  e  $k = 100\text{N/m}$ , chegamos a  $t1 = -4 + 2\sqrt{21}i$  e  $t2 = -4 - 2\sqrt{21}i$ .

Verifica-se que os módulos destes valores são equivalentes à frequência natural do sistema:

$$\omega = \sqrt{k/m} = 10$$

$$\sqrt{16 + 84} = 10$$

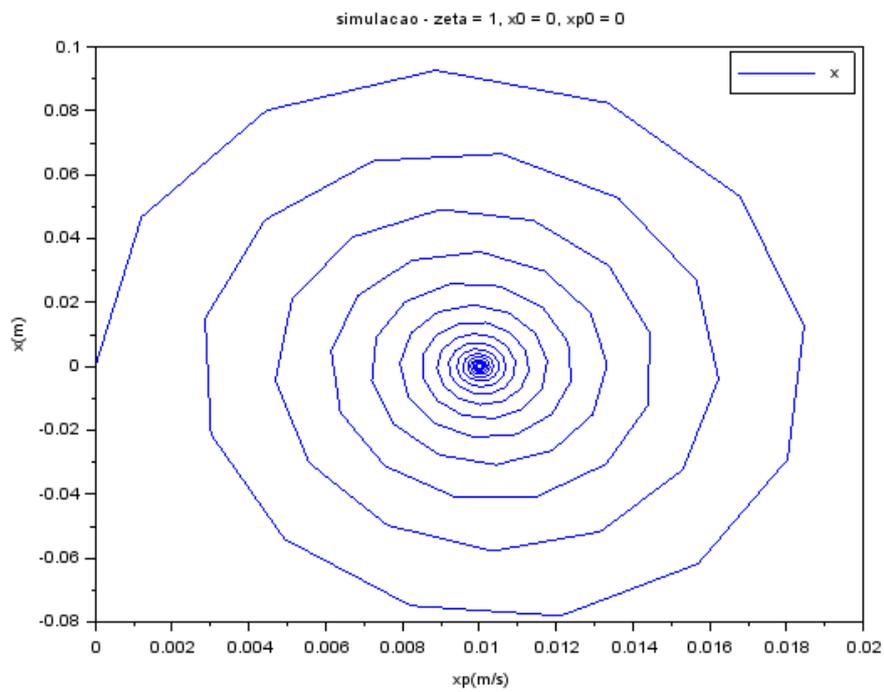
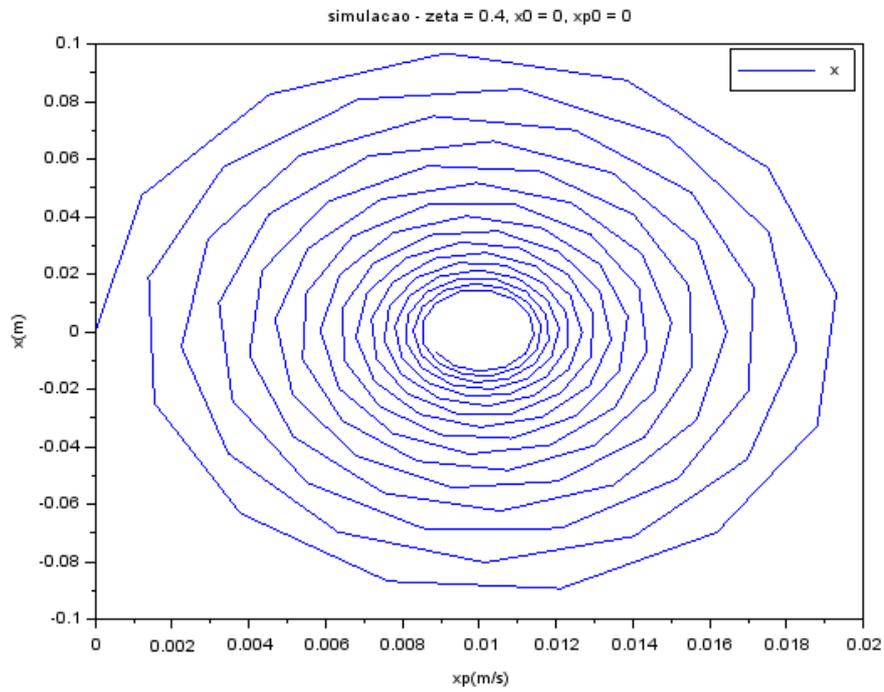
Dividindo-se a parte real destes valores pelo seu módulo obtemos 0.4, mesmo valor de  $\zeta$ .

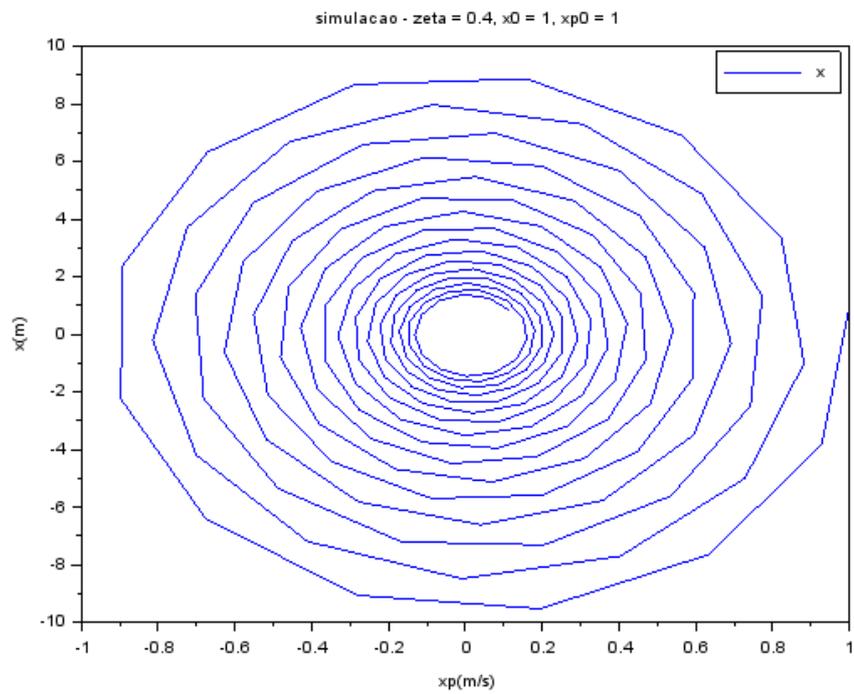
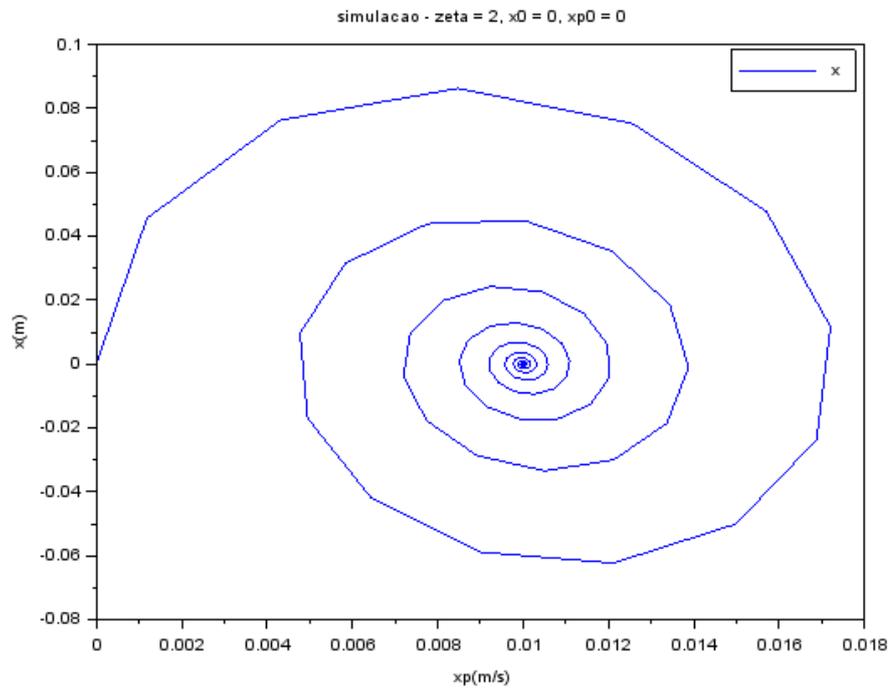
Por fim, nota-se também que a frequência de oscilação equivale ao módulo da parte imaginária dos valores:

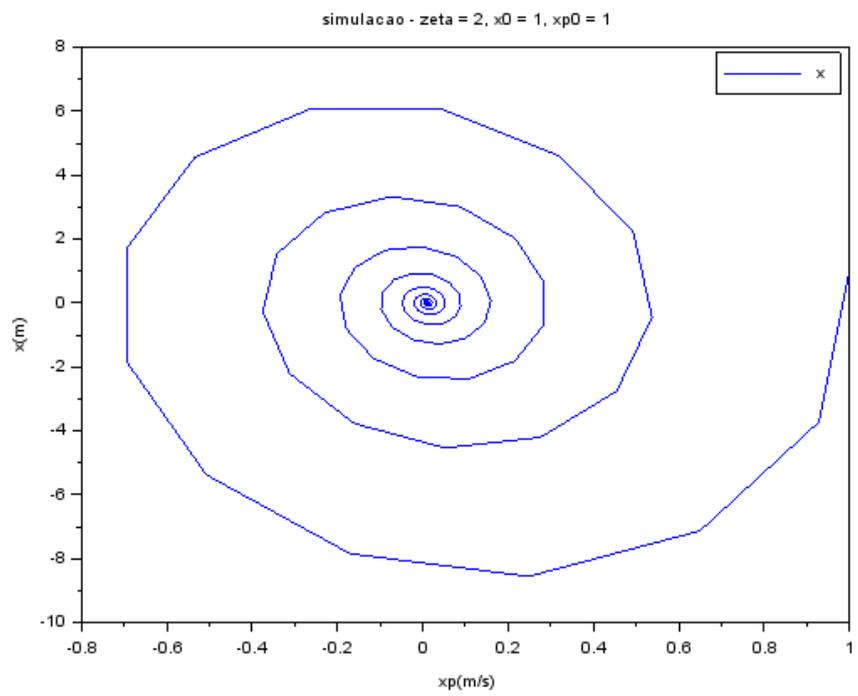
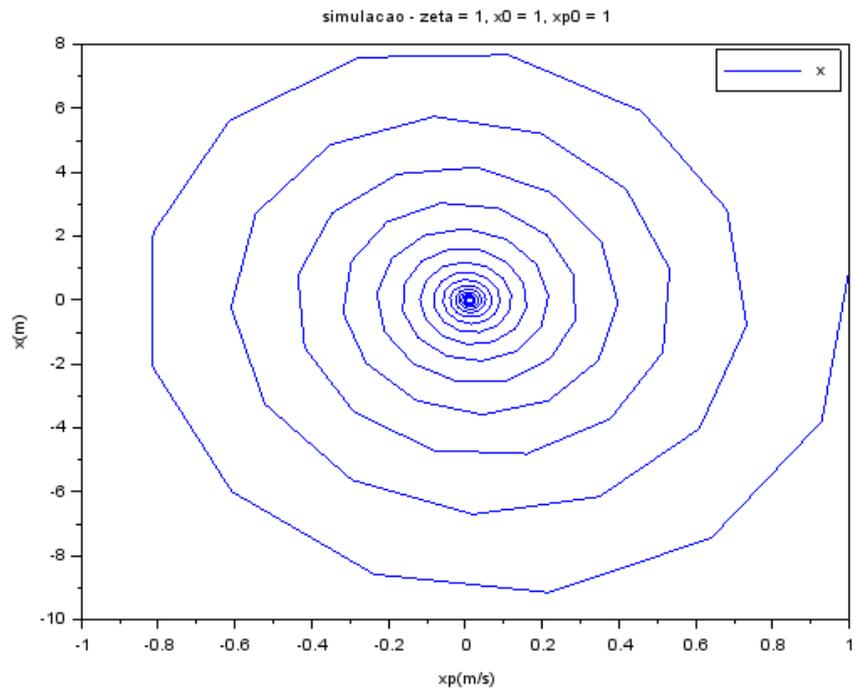
$$\omega\sqrt{1 - \zeta^2} = 2\sqrt{21}$$

### 3 TERCEIRO EXERCÍCIO

A seguir estão os gráficos de V por x obtidos:







## 4 APÊNDICE

```
//MauricioChungLeiman-10772571
```

```
clear all
//parametros
m = 1;
k = 100;
b = 40;
c = b/(2*sqrt(k/m));

//espaco de estados
A = [0 1; -k/m -c/m];
B = [0; 1/m];
C = [0 0];
D = [0];

sistema = syslin('c', A, B, C, D);

//vetor tempo
t = 0:0.05:10

v = ones(2*t);

condinicial = [0;0];

[y, x] = csim(v, t, sistema, condinicial);

f1 = scf(1);
plot(t,x);
legend(['x', 'xp']);
xtitle("simulacao - zeta = 2", "t(s)", "x(m) e xp(m/s)");
```