PME 3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Agenor de Toledo Fleury

<u>LISTA E</u>

Paulo Mateus Corrêa Vianna – 10772741

22 de outubro de 2020

Análise Teórica

Nome: Paulo Mateus Corrêa Vianna Nusp: 10772741

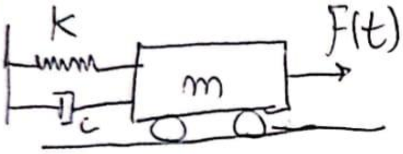
PME 3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Lista - 5

Teorema do movimento do baricentro:

$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F(t)$

1



Tem-se como adotado o espaço de estados: $z = [x \;\; \dot{x}]^T$

Portanto, segue:

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} \cdot F(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} \cdot F(t)$$

Temos a seguinte Função de transferência:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \qquad \zeta = \frac{b}{2\sqrt{km}} < 1$$

② Busca-se calcular os autovalores da matriz escrita no item anterior:

$$\begin{vmatrix} 0-\lambda & 1 \\ -K/m & -\frac{c}{m}-\lambda \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (-\lambda)\left(-\frac{c}{m}-\lambda\right) - \left(-\frac{K}{m}\right) = 0$$

$$\frac{\lambda c}{m} + \lambda^2 + \frac{K}{m} = 0 \rightarrow m\lambda^2 + c\lambda + k = 0$$

Por bhaskara: $\lambda = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$ são os autovalores.

O polinômio e as raízes encontradas são os mesmos de ξ.

Para $\xi < 1$, temos pólos complexos

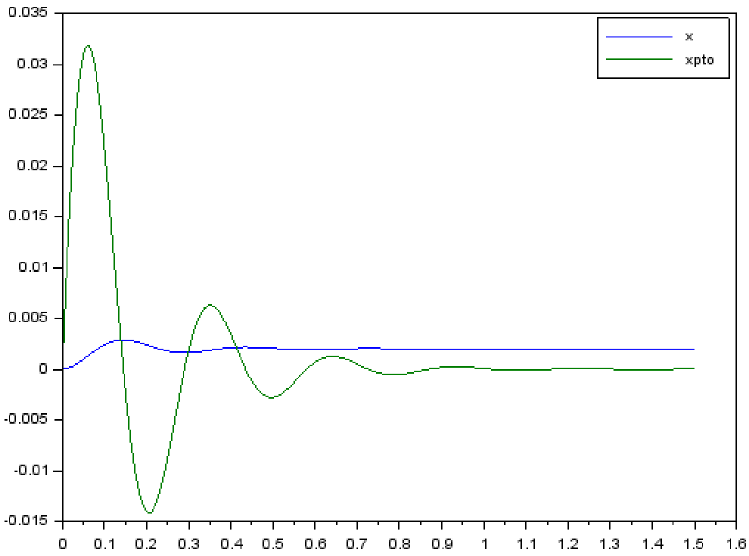
Para $\xi = 1$, temos 2 pólos reais iguais

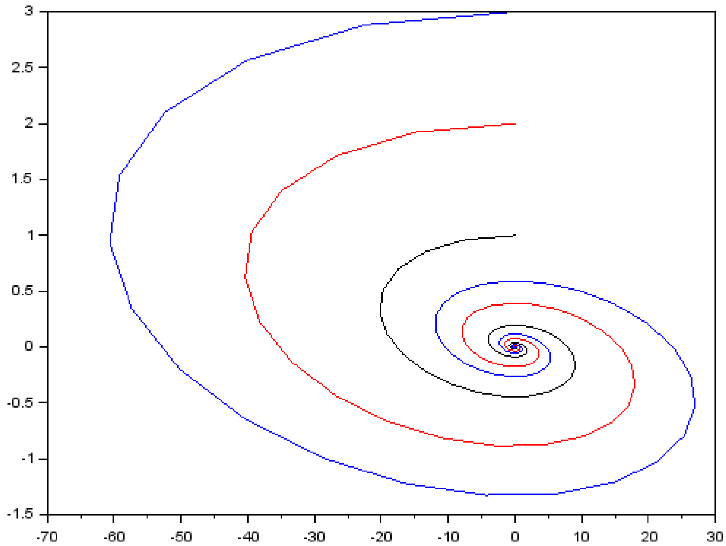
Para $\xi > 1$, temos 2 pólos reais distintos

As simulações foram realizadas com posições iniciais distintas

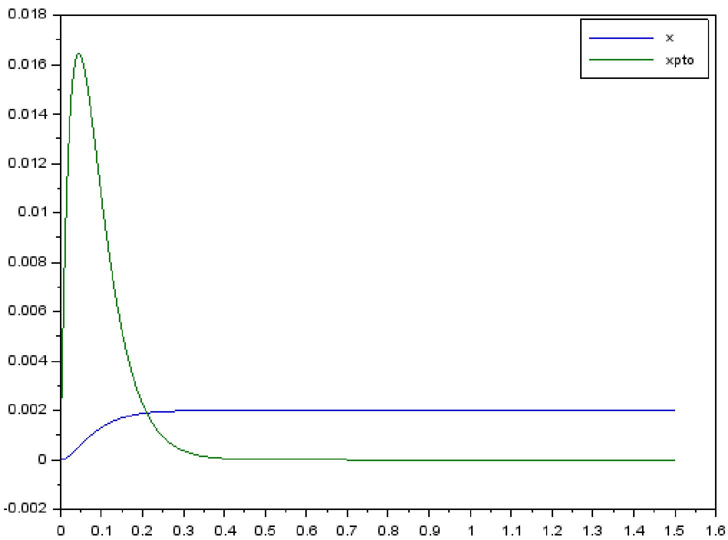
Análise Gráfica

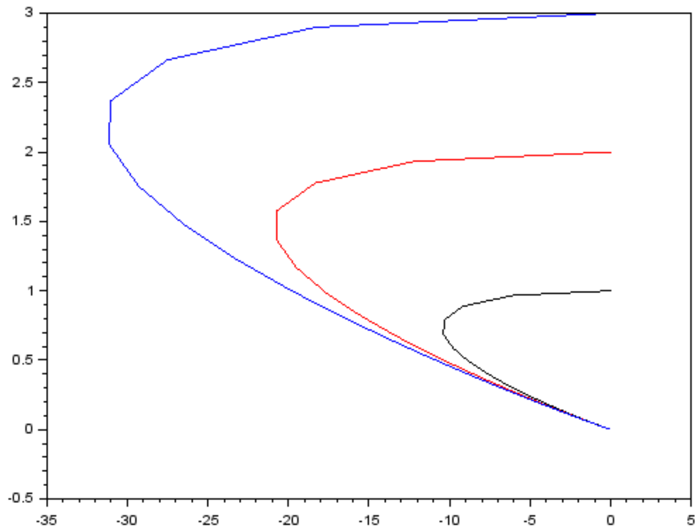
Gráficos dos exercícios 1 e 2 para Zeta no valor de 0.25 (Velocidade x Deslocamento)



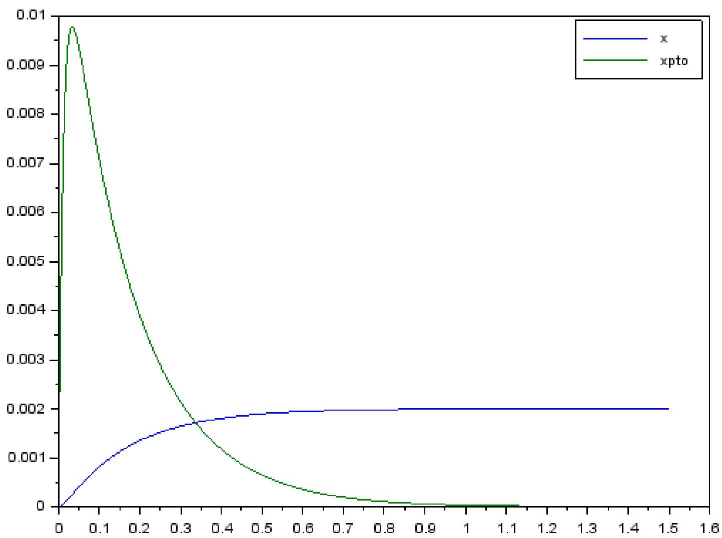


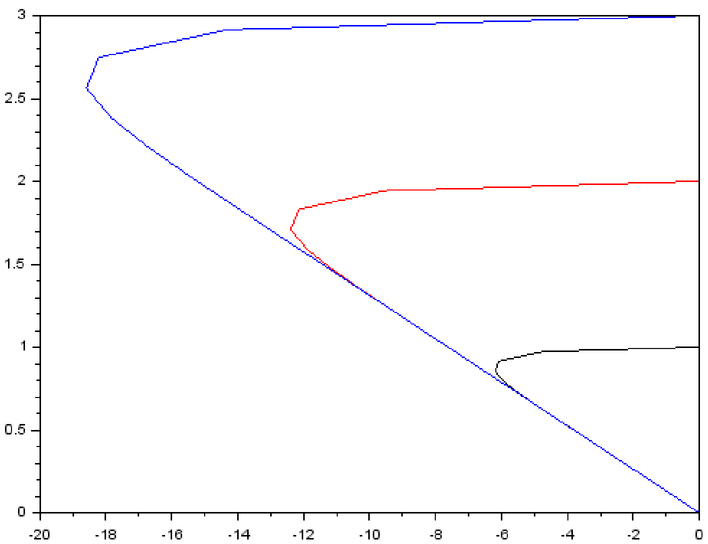
Gráficos dos exercícios 1 e 2 para Zeta no valor de 1 (Velocidade x Deslocamento)





Gráficos dos exercícios 1 e 2 para Zeta no valor de 2 (Velocidade x Deslocamento)





Código do Programa 1

```
clear all

m=1;
k=500;
Zeta = 2;
c = 2*Zeta*sqrt(k*m);

A = [0 1; -k/m -c/m];
B = [0;1/m];
C= [0 0];
D=[0];

Sistema = syslin('c',A,B,C,D)

t = 0:0.001:1.5

u = ones(2*t);

x0 = [0;0];

[y,x]=csim(u,t,Sistema,x0);

f1 = scf(1);
plot(t,x);
legend(['x', 'xpto'])

```

Código do Programa 2

```
clear();
function [x]=Solucao(x0e, i, m, c, k, t)
A=[0 1; -k/m -c/m];
B=[0;1/m];
C=[0 0];
D=[0];
suspensao=syslin('c',A,B,C,D);
u=zeros(t);
[y,x]=csim(u,t,suspensao,x0e);
endfunction
m=1;
Zeta = 0.25
k=810;
c = 2*Zeta*sqrt(k*m);

t=0:0.01:1.5;
x0=[1 2 3 4];
x0_linha=[0 0 0 0];
qtd_cond=length(x0);
X=zeros(qtd_cond,length(t));
V=zeros(qtd_cond,length(t));
for i=1:qtd_cond
 x0e=[x0(i);x0_linha(i)];
 [x]=Solucao(x0e,i,m,c,k,t)
 X(i,:)=x(1,:);
 V(i,:)=x(2,:);
end
xset('window',1)
plot(V(1,:),X(1,:),"k",V(2,:),X(2,:),"r",V(3,:),X(3,:),"b","g");
```

```
b=gce();
b.font_size=3
xtitle("Gráfico de velocidade x deflexão","Deflexão","Velocidade");
a=gca();
fonte=3
sl=poly([k c m],"s",'c')
solution=roots(sl)
xset('window',2)
plot(real(solution(1)),imag(solution(1)),'o',real(solution(2)),imag(solution(2)),'o','linewidth',8)
xtitle("Pólos","Re","Im");
```