

Relatório 5 - Difração de Elétrons

Resumo

Nesta experiência observamos o comportamento das ondas de matéria proposto pelo físico francês de Broglie. Com o objetivo de compreender seu comportamento, além das estruturas cristalinas e seus espaços interplanares, obtivemos resultados bastante satisfatórios.

Introdução

Toda matéria é composta por átomos, que realizam ligações de formas particulares, formando as substâncias e materiais que conhecemos no mundo macroscópico. Quando a organização desses átomos acontece de forma periódica, classificamos a estrutura formada como cristalina.

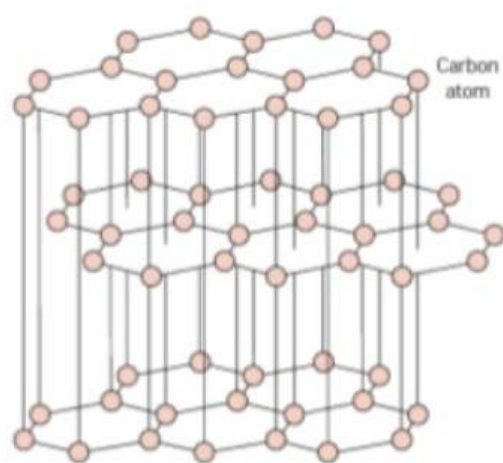
Entre os sistemas cristalinos, há a classificação das diferentes possibilidades de redes espaciais. Há diversos materiais presentes na natureza que apresentam essa organização, principalmente metais. Entretanto, para essa experiência exploraremos o elemento carbono, mais especificamente o grafite.

O grafite é uma alotropia do elemento Carbono. Alótropos são materiais compostos pelo mesmo elemento, organizados em estruturas cristalinas distintas. No caso do grafite, a organização acontece de forma a estabelecer camadas planares, cujo interior adota um arranjo hexagonal. A distância entre os planos é tida como $3,4 \text{ \AA}$ com energia de ligação de $2,9 \text{ kJ/mol}$, o que



bastante pequena, principalmente se comparada à ~~isso~~ do diamante, que é de 355 kJ/mol , a maior encontrada na natureza, também composta por átomos de carbono.

A figura a seguir exemplifica a organização dos átomos de carbono no grafite:



Grafite

figura 1: Organização dos átomos de carbono no grafite.

Essa organização é constituída por camadas planas de átomos de carbono com hibridização sp^2 , isto é, quatro ligações covalentes, sendo três fortes (tipo σ) e uma fraca (tipo π). Essa estrutura confere ao grafite propriedades como a moiez e a lubrificidade características, alta resistividade perpendicular aos planos e baixa resistividade paralela aos planos.

Por conta dessa estrutura organizada e periódica, o fácil acesso a esse material e o custo nos levaram a escolhê-lo para estudar a difração de elétrons.

O físico ~~experimental~~ de Baoglie propôs que, assim como a radiação possuía comportamento dual ~~onda-partícula~~, onda-partícula, a matéria

Também assume essa dualidade. Para observar e comprovar esse comportamento, são necessárias aberturas muito pequenas, como os espaços das estruturas cristalinas, da ordem de \AA .

Ao incidir um feixe ~~em um material~~ de elétrons em um material cristalino há o espalhamento do feixe, e observa-se que há picos ordenados nesse espalhamento. Como partículas clássicas não podem apresentar interferência mas ondas sim, essa experiência mostra a existência das ondas de matéria propostas por de Broglie.

• Materiais e Métodos

Para ~~seja~~ realizar a experiência, os passos seguidos estão descritos a seguir:

- Dispor o tubo TEL 2555 de forma a incidir em uma fina camada de cristais de grafite e projetar os feixes espalhados em uma tela fosforescente.
- Com as distâncias devidamente medidas, observar-se os anéis formados ao ligar a alimentação no cátodo (emissor) e no ânodo (receptor).
- Medidos os diâmetros dos anéis, ~~estes~~ variamos a tensão no ânodo de 2,5 kV a 4 kV com passos de 0,5 kV, sempre medindo os diâmetros para todos os passos ao variar a tensão.

• Resultados e Discussões

1) A figura a seguir diagrama a experiência e seus componentes:

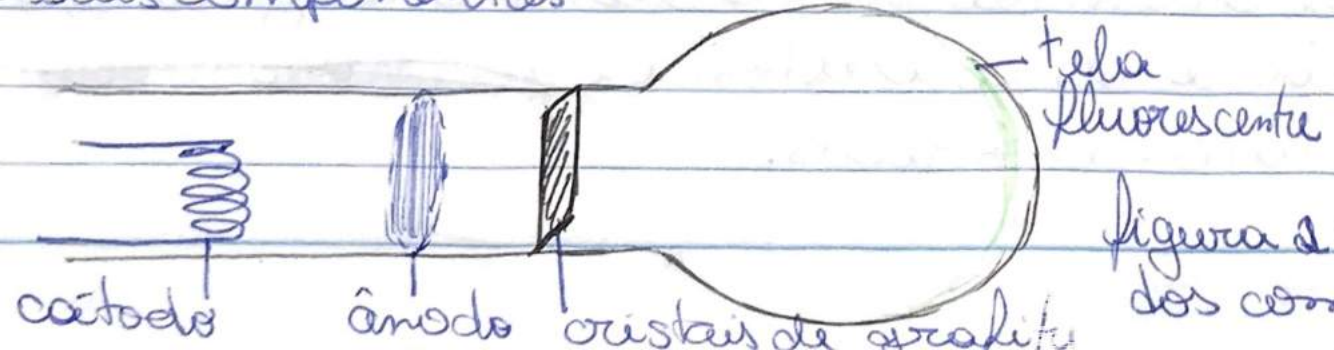


figura 1: diagrama dos componentes

2) A medida feita entre a amostra policristalina de carbono e a tela fluorescente resultou no valor constante de $13,0 \pm 0,1 \text{ nm}$.

3) A relação de de Broglie nos dá que:

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mv} \quad (1)$$

Em que λ é o comprimento de onda de de Broglie, h é a constante de Planck, m e v são respectivamente a massa e a velocidade do elétron.

Neste caso há a transformação da energia potencial em energia cinética, o que nos leva à relação:

$$E_p = E_c \Rightarrow e \cdot V = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2eV}{m}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \quad (2)$$

Sabendo que e é a carga do elétron e V é a diferença de potencial gerada pelo ânodo.

Substituindo a relação encontrada em (2) na equação (1), temos:

$$\lambda = \frac{h}{m \sqrt{\frac{2eV}{m}}} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \quad (3)$$

Com todas as variáveis e constantes definidas anteriormente.

4) Usaremos aqui a lei de Bragg dada por:

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (4)$$

sendo n a ordem da difração, θ o ângulo de incidência e d a distância ~~interatômica~~ entre os planos atômicos.

Ângulo que descreve a trajetória das ondas de elétrons do policristal à tela e:

$$\psi \cong \operatorname{tg} \psi = \frac{D/2}{L} \quad (5)$$

De forma que D seja o diâmetro medido e h a distância da tela ao cristal. Como $\theta = \frac{\psi}{2}$, temos:

$$\lambda = 2d \sin \theta \cong 2d\theta = 2d \frac{\psi}{2} = d \frac{D/2}{L}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{d \cdot D}{2L} \quad \Rightarrow D = \frac{2L\lambda}{d} \quad (6)$$

Substituindo a relação (3) temos:

$$D = \frac{2L}{d} \cdot \frac{h}{\sqrt{2emV}} \quad (7)$$

Como apenas V é uma variável e os demais valores aplicados são constantes, podemos encarar esta equação ~~linear~~ como uma relação linear:

$$D = \frac{2Lh}{d\sqrt{2em}} V^{-1/2} \quad \text{ou} \quad D = \frac{2L}{d} \cdot 1,23 \cdot 10^{-9} V^{-1/2} \quad (8)$$

coeficiente angular.

coeficiente angular.

5) Ao coletar os dados do diâmetro após a variação da tensão, os ~~dados~~ resultados obtidos foram dispostos na tabela a seguir:

Tensão da Fonte (V)	Diâmetro menor (mm)	Diâmetro maior (mm)
4000,00 ± 0,01	26,60 ± 0,05	44,70 ± 0,05
4000,00 ± 0,01	25,60 ± 0,05	45,05 ± 0,05
4000,00 ± 0,01	25,80 ± 0,05	44,90 ± 0,05
4000,00 ± 0,01	24,20 ± 0,05	43,85 ± 0,05
4000,00 ± 0,01	22,90 ± 0,05	41,80 ± 0,05
4000,00 ± 0,01	24,40 ± 0,05	41,75 ± 0,05
3500,00 ± 0,01	27,75 ± 0,05	45,20 ± 0,05
3500,00 ± 0,01	26,65 ± 0,05	46,60 ± 0,05
3500,00 ± 0,01	25,25 ± 0,05	47,45 ± 0,05
3500,00 ± 0,01	24,45 ± 0,05	45,10 ± 0,05
3500,00 ± 0,01	24,35 ± 0,05	44,60 ± 0,05
3500,00 ± 0,01	23,80 ± 0,05	45,50 ± 0,05
3000,00 ± 0,01	27,90 ± 0,05	48,40 ± 0,05
3000,00 ± 0,01	28,35 ± 0,05	49,65 ± 0,05
3000,00 ± 0,01	28,10 ± 0,05	47,80 ± 0,05
2500,00 ± 0,01	30,85 ± 0,05	54,85 ± 0,05
2500,00 ± 0,01	30,75 ± 0,05	54,00 ± 0,05
2500,00 ± 0,01	32,05 ± 0,05	54,90 ± 0,05

tabela 1: dados adquiridos durante o experimento.



6) Com os dados da tabela 1, podemos obter o gráfico 1 a seguir:

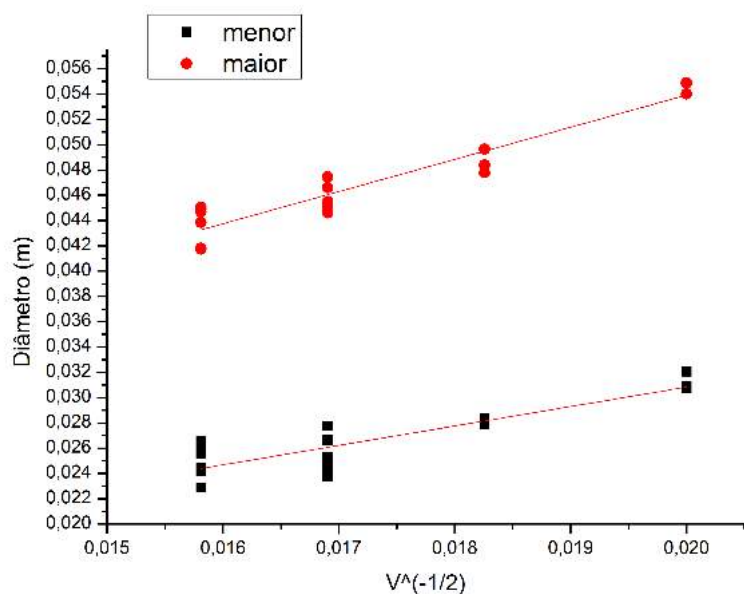


gráfico 1: valores dos diâmetros encontrados em função da tensão aplicada

Vemos que o comportamento é próximo do linear quando apresentado em função de $V^{-1/2}$, como esperado teoricamente.

7.8) Para o diâmetro menor, encontramos o coeficiente angular:

$$a_1 = 1,54 \pm 0,21$$

Dessa forma comparando com o coeficiente angular apresentado pela equação (8):

$$a = \frac{2,46 L \cdot 10^{-9}}{d} \Rightarrow d = \frac{2,46 L \cdot 10^{-9}}{a} \quad (9)$$

Como dito em 2), a distância L vale 0,13 m, o que nos leva a encontrar o seguinte valor d_1 para o menor diâmetro

$$d_1 = 2,08 \pm 0,25 \text{ \AA}$$

Da mesma forma, para o diâmetro maior obtemos:

$$a_2 = 2,54 \pm 0,20$$

$$d_2 = 1,26 \pm 0,10 \text{ \AA}$$

Dessa forma, percebemos que os valores obtidos respeitam a ordem de grandeza encontrada na literatura para a distância entre os planos ~~de~~ atômicos do cristal de grafite.

9. e 10) Não foram realizados pois encontram-se como parte integrante da ementa da disciplina "Física Experimental IV - Óptica".

11) Considerando as energias potencial e cinética máximas, temos:

$$eV = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2eV}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4000}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \Rightarrow v = 3,8 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

O valor para velocidade do elétron, então, é cerca de 13% do valor da velocidade da luz. Com esses valores, observamos o comportamento do fator de dilatação γ , presente no movimento relativístico, dado por:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,016}} = \frac{1}{0,99} = 1,01$$

Como o fator γ é muito próximo de 1, sabemos que o efeito relativístico é mínimo, sendo correto, portanto, desconsiderá-lo nessa experiência.

12) Como observamos distâncias interplanares diferentes para o mesmo cristal de grafite, seria incorreto afirmar que os mesmos se arranjam em estruturas cúbicas, pois neste caso, independente da posição do cristal, o espaçamento deveria ser mantido constante.



13) Na rede hexagonal formada pelos átomos de carbono, há diferentes espaçamentos entre os vértices do hexágono, de acordo com a direção em que o feixe de elétrons incide. Sendo assim, os valores obtidos referem-se aos diferentes espaçamentos presentes no plano.

14) Inicialmente vamos verificar qual o ângulo de espalhamento para uma difração de segunda ordem:

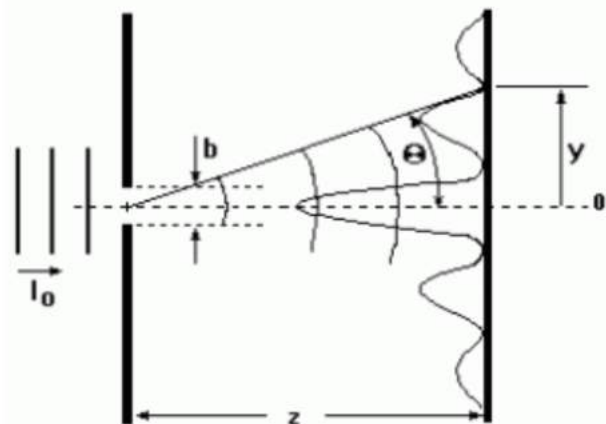
$$2\lambda = 2d \sin \theta \Rightarrow \frac{h}{\sqrt{2meV}} = d \sin \theta$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{1,23 \cdot 10^{-9}}{d \sqrt{V}} \Rightarrow \sin \theta = \frac{1,23 \cdot 10^{-9}}{2,08 \cdot 10^{-10} \sqrt{4000}}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{5,91}{63,24} \Rightarrow \sin \theta = 0,09$$

Vemos então que o valor encontrado é muito pequeno, e que os círculos formados pela difração não representam "harmônicos" para distinguir ordens de difração, e por isso concluímos que ambos os círculos possuem seu próprio espaço interplanar em que ocorreu a difração.

15) Os padrões apresentados seriam os mesmos que para a difração de fótons, como mostram as imagens a seguir:



tilibra figura 2: padrão de difração em fenda simples

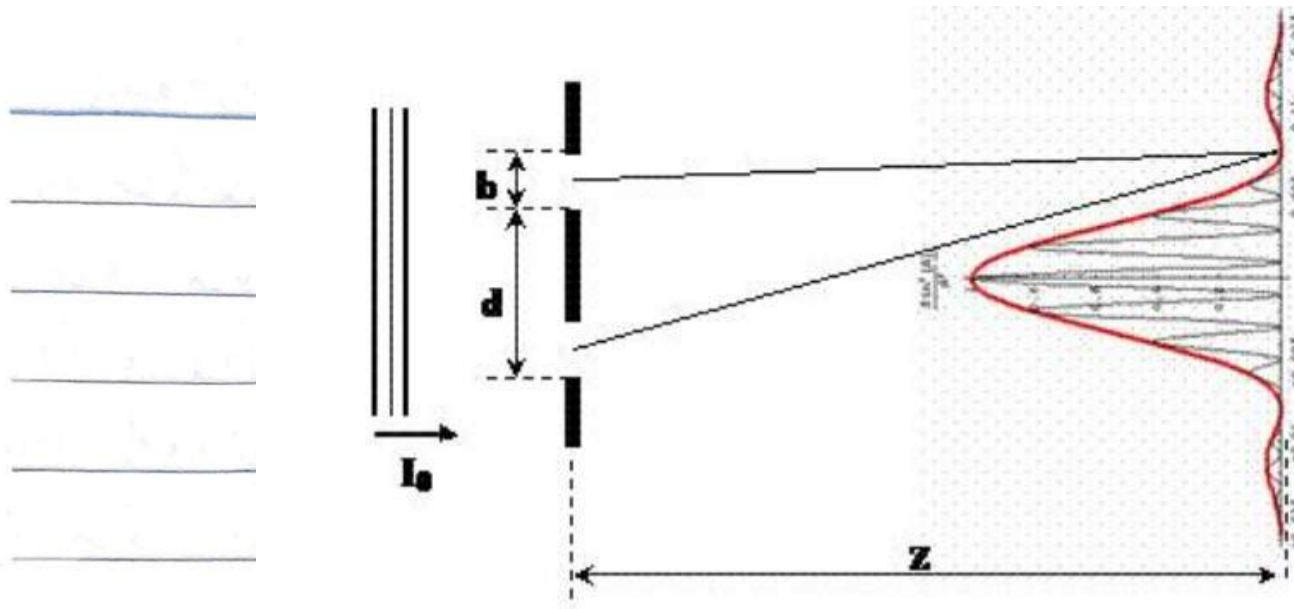


figura 3: padrões de difração fenda dupla

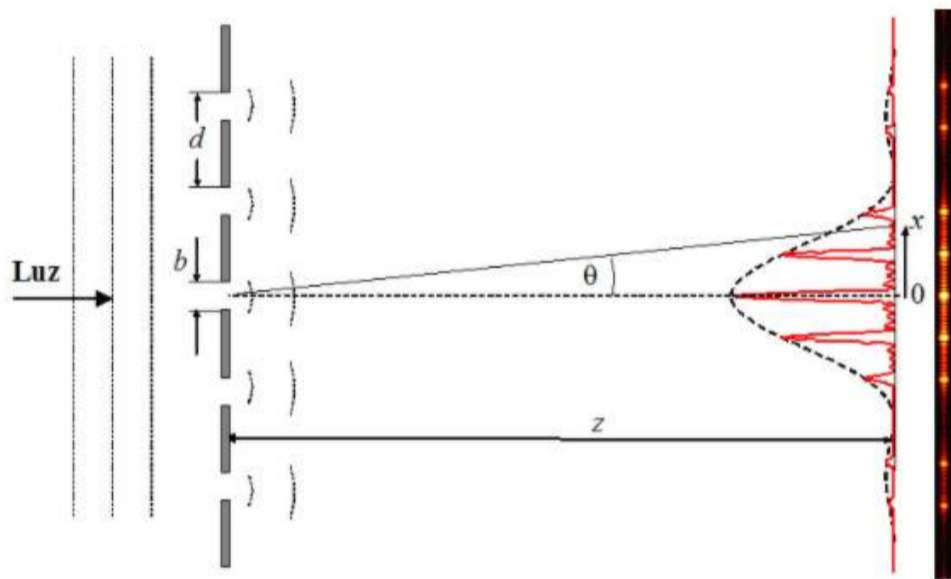


figura 4: padrões de difração em fendas múltiplas

16) O princípio da incerteza diz que:

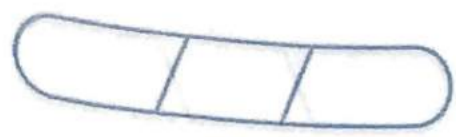
$$\Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$$

Como os ângulos aqui encontrados são muito pequenos, assumimos que $\Delta p_y \approx p_y = p \sin \theta$

$\Rightarrow \Delta p_y = p \frac{\lambda}{\Delta y}$, em que Δp_y é a incerteza

do momento na mesma ~~posição~~ direção da abertura da fenda e Δy é a incerteza da posição da onda, que pode ser qualquer ponto da fenda inicialmente. Pela relação (1):

$$\Delta p_y = \frac{p}{\Delta y} \frac{\hbar}{p} \Rightarrow \Delta p_y \Delta y = \hbar > \frac{\hbar}{2}$$



17) O fator da lei de Bragg vem da trajetória da luz no interior do espacamento interplanar, pois durante a reflexão, o caminho percorrido é metade em relação à incidência e metade em relação ao raio refletido.

18) No caso das fendas, as ondas são limitadas em apenas um eixo, permitindo a livre oscilação no eixo perpendicular. No caso do orifício circular e da estrutura aleatória obtida ao trabalhar com pedrúnculos, o fenômeno da difração ocorre em todas as direções, espalhando-se em todas as direções do que apenas um eixo, levando a figura que mantém a simetria em relação ao centro, os círculos.

19) Dessa forma, todos os orifícios suficientemente pequenos resultarão em padrões circulares, desde que não permitam a liberdade de oscilação para qualquer um dos eixos.

Conclusão

Com essa experiência foi possível observar experimentalmente a veracidade do postulando de de Broglie. Os dados coletados permitiram o cálculo dos espacamentos interplanares extremamente próximos dos presentes na literatura, alcançando assim o objetivo desse estudo.

Referências

- Eisberg, Resnick - "Física Quântica"
- IFGW, Unicamp - "Física Moderna"
- Halliday, Resnick - "Física 4 - Óptica"