

Bases da Mecânica Quântica

Experimento V - Difração de Elétrons

Nome: Lucas Cesar Bedna Zemi

nº USP: 10732169

09/10/2020

Resumo:

O experimento aqui descrito estuda a Difração de elétrons, onde usa ondas de matéria, utilizando uma fonte de elétrons e um pórculo de grafite para a formação de fenômeno de difração. Além disso, verificou-se a exatidão e precisão de métodos matemática e gráfica para a determinação do espaçamento interatômico, previamente desconhecido, atingindo resultados satisfatoriamente exatos e precisos.

Introdução:

Louis de Broglie propôs, em 1924, o conceito de "onda matéria", que dita que o comportamento de ondas eletromagnéticas também pode ser aplicado a matéria. Isso é, partículas materiais, como o elétron, poderiam estar exibindo características ondulatórias, de mesma modo que o fóton apresenta propriedades de matéria.

Em sua tese, um comprimento de onda de de Broglie ($\lambda_{de\ Broglie}$) pode ser associado a um feixe de partículas materiais, não-relativísticas e não-energéticas, de modo que é dado pelo inverso de seu momento.

$$\lambda_{de\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Equação 1: Comprimento de onda de de Broglie

* Onde, h é a cte de Planck e p é o momento

A partir do proposto de de Broglie, seria possível observar efeitos de difração para um feixe de elétrons quando estes atravessarem uma grade colati-

namente fina, compensada as tremas do feixe.

A comprovaçao teórica acontece, em 1927, quando Davisson e Germer observaram a difracçao de um feixe de elétrons, quando estes eram incididos sobre um cristal de Ni. Além disso, G. P. Thomson observou o mesmo fenômeno por meio de fendas finas de metal logo, observando os padrões de difracçao de elétrons que atravessam uma rede de carbono é possível obter o espaçamento interatômico dos átomos de carbono ou qualquer outro material em questão.

Desta forma, o objetivo do presente experimento/relatório é estudar a difracçao de elétrons e relacioná-la com a difracçao de fótons e, também, determinar o espaçamento interatômico dos átomos presentes.

Material e Método:

Neste experimento foi utilizada um tubo (TEL-2555), que através de um cátodo aquecido em um bulbo evacuado produz um feixe de elétrons. No bulbo, o feixe é direcionado por uma grade composta por uma fina camada de cristais de grafite (carbono), assim, o feixe será difratado, sendo que este efeito é possível observar no tubo fluorescente nas superfícies externas de um bulbo (é visto dois arcos).

O tubo foi conectado a uma fonte DC de alta tensão. Foi aplicado diferentes voltagens com um intervalo de 2,5 KV a 4KV, em passos de 0,5KV, de forma que era possível observar os variados padrões formados no bulbo. Além disso, foi anotado os diâmetros das circunferências presentes no bulbo (externas e internas). Com estas valores confeccionou-se gráficos relacionando o diâmetro com a tensão em que era aplicada. Desta forma, foi possível determinar o espaçamento dos planos interatômicos dos cristais de grafite.

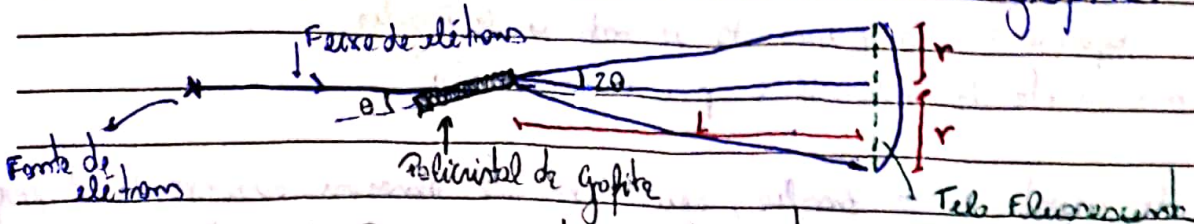


Figura 1: Diagrama do procedimento experimental.

Resultados e Discussões:

Medindo a distância do alvo de carbono até a tela luminescente, obtemos um valor equivalente a:

$$L = (0,130 \pm 0,001) \text{ m}$$

A tabela abaixo mostra os valores de diâmetro menor e maior para cada tensão aplicada:

Tabela 1: Valores de tensão aplicada no anodo para, conseqüentemente, obter os valores de diâmetro menor e maior

Tensão da Fonte (kV)			Diâmetro menor (mm)			Diâmetro maior (mm)			Distância Carbono-Tela (mm)		
4,00	±	0,01	25,00	±	0,05	44,28	±	0,05	130	±	1
3,50	±	0,01	24,85	±	0,05	45,35	±	0,05	130	±	1
3,00	±	0,01	28,10	±	0,05	48,40	±	0,05	130	±	1
2,50	±	0,01	30,85	±	0,05	54,85	±	0,05	130	±	1

→ Obtemos, agora, uma equação que correlaciona o λ do elétron com função do tensão de aceleração dos elétrons:

O comprimento de onda de de Broglie é dado pela equação 1

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Para um elétron, a lei de conservação de energia requer que toda variação de energia cinética acrescentada de variação de energia potencial elétrica entre dois pontos seja igual a zero, pois não há trabalho realizado sobre o sistema por forças externas

$$\left(\frac{m v_f^2}{2} - \frac{m v_i^2}{2} \right) + (e V_f - e V_i) = 0$$

data
fecha

D S T Q Q S S
D L M M J V S

Como o elétron parte do repouso, a energia cinética inicial e a energia potencial elétrica inicial são zero

$$\frac{mv^2}{2} = eV$$

Isolando a velocidade:

$$v^2 = \frac{2eV}{m}$$

Substituindo a expressão acima da velocidade na equação 1, obtemos:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emV}}$$

Equação 2: Equação que relaciona λ elétron com tensão

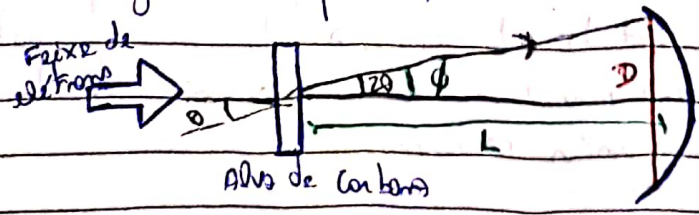
* Calculando os valores das cte acima, temos:

$$\lambda = (1,228 \cdot 10^{-9}) \cdot V^{-1/2}$$

→ Agora, obteremos uma expressão para o diâmetro das anéis de difração formados em função da tensão de aceleração dos elétrons

* Expressaremos a equação de forma limpa:

temos o seguinte esquema,



* Consideramos,

pequeno ângulo → $\text{sen } \phi \approx \text{tg } \phi \approx \phi$

Sendo que,

$$\phi = 2\theta \rightarrow \theta = \frac{\phi}{2}$$

Sobemos que,

$$\phi = \frac{D/2}{L}$$

Ou seja,

$$\phi = \frac{D/2}{L} = 2\theta$$

→ Pela eq. de Bragg

$$m\lambda = 2d \sin\theta$$

Equação 3: lei de Bragg

* Como, já sabemos:

$$\sin\theta \approx \theta$$

Logo,

$$\lambda = 2d \cdot \theta, \quad \text{p/ } m=1 \text{ e } \theta = \frac{\phi}{2}$$

$$\lambda = 2d \cdot \frac{\phi}{2}$$

$$\lambda = d \cdot \phi$$

$$\lambda = d \cdot \frac{D/2}{L}$$

Então,

$$\lambda = \frac{d \cdot D}{2L} \quad (A)$$

→ ? da equação 2, temos:

$$\lambda = h = \frac{(1,23 \cdot 10^{-9}) V_f^{-1/2}}{\sqrt{2emV_f}}$$

Substituindo na equação A, obtemos:

$$D = \frac{(1,23 \cdot 10^{-9}) \cdot 2L \cdot V_f^{-1/2}}{d}$$

Equação 4: Expressão que correlaciona os Diâmetros dos anéis c/ a tensão de aceleração dos elétrons

→ Fazendo uma comparação da equação 4 com uma equação linear $y = ax$, temos:

D	$=$	$\frac{(1,23 \cdot 10^{-9}) \cdot 2L}{d}$	\cdot	$V_f^{-1/2}$
y	$=$	a	\cdot	x

Logo,

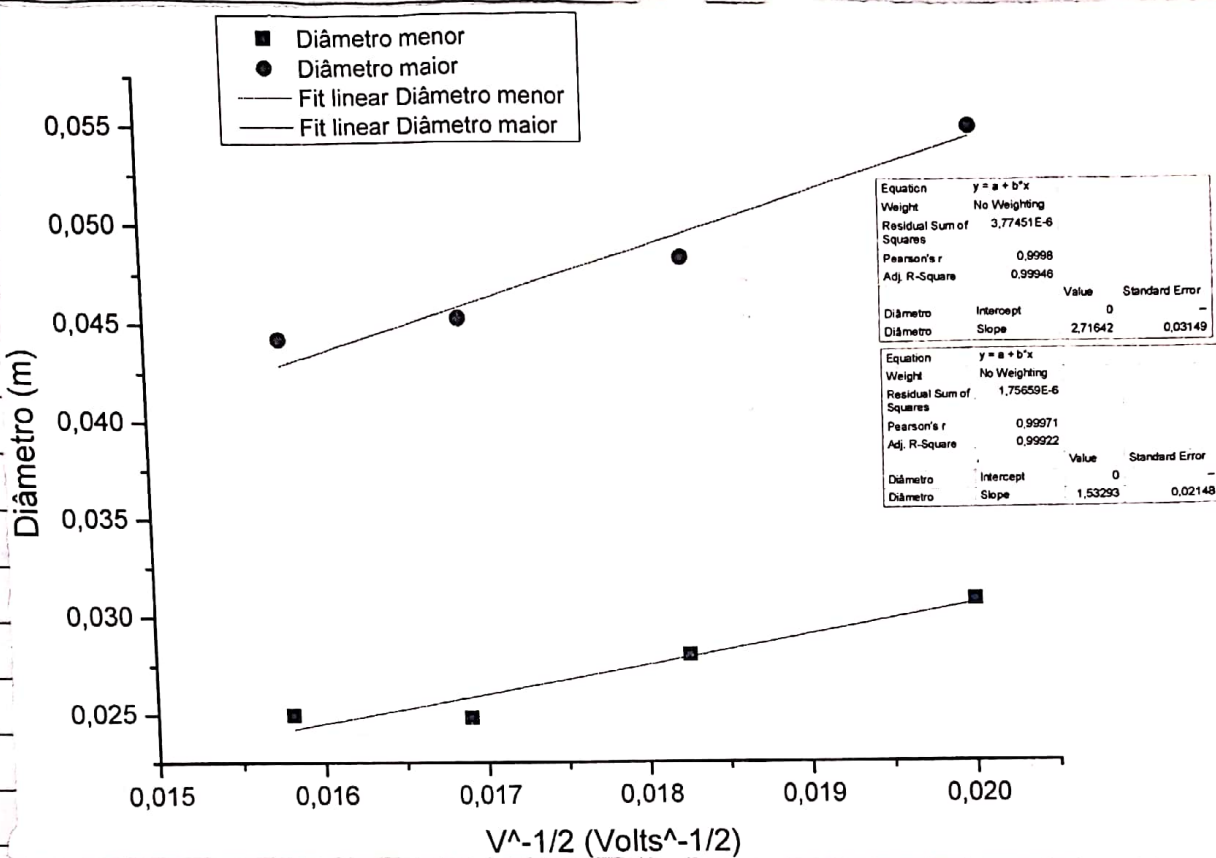
* $D = y$

* $\frac{(1,23 \cdot 10^{-9}) \cdot 2L}{d} = a$

* $V_f^{-1/2} = x$

→ Com os dados de tabela 1 foi construído um gráfico dos Diâmetros x (tensão de aceleração dos elétrons)^{-1/2}. O gráfico foi ajustado com base em uma equação linear, utilizando a relação entre a equação 4 e uma equação linear. Por meio deste ajuste foi possível determinar o espaçamento interatômico experimental.

Gráfico 1: Diâmetros x $(t_{\text{mem}})^{-1/2}$, com ajuste linear



→ Da regressão linear obtêm-se os seguintes valores experimentais para os experimentos interstômicos. Além disso, comparamos com o valor teórico.

* Regressão linear, coeficiente angular obtido

$$a_{\text{maior}} = (2,716 \pm 0,031)$$

$$a_{\text{menor}} = (1,533 \pm 0,021)$$

→ Calculando o valor de d (experimentos interstômicos), obtém-se

$$d_{\text{maior}} = (2,078 \pm 0,004) \text{ \AA}$$

$$d_{\text{menor}} = (1,171 \pm 0,002) \text{ \AA}$$

obtemos fórmula do comprimento de d

$$d = \sqrt{\left(\frac{(1,228 \cdot 10^{-9}) \cdot 2,62}{a}\right)^2 + \left(\frac{-1,228 \cdot 10^{-9} \cdot 2,2 \cdot 0,2}{a^2}\right)^2}$$

data
fecha

OSOTOS
DLMMJVS

No tabela 2 comparamos com os valores teóricos
tabela 2: Valores obtidos a partir da regressão linear de gráficos da
gráfica 1 e seus respectivos valores teóricos

	Experimento [Å]	Teoria [Å]
d_{menor}	$1,171 \pm 0,002$	1,23
d_{maior}	$2,078 \pm 0,004$	2,13

Assim, nota-se um erro percentual de:
 d_{maior} : 4,79%
 d_{menor} : 2,44%

Logo, podemos atestar que o método funciona, pois os valores experimentais
são muito próximos dos valores teóricos

→ Outra análise que podemos fazer:

* Observa-se que a proporção dos d :
 $\frac{d_{maior}}{d_{menor}} \approx 1,76$ (Experimental)

O que sugere que os átomos de carbono são mais parecidos com
um arranjo hexagonal do que com um arranjo cúbico

→ Valor esperado para um arranjo hexagonal
 $\frac{d_{maior}}{d_{menor}} = 1,73 = \sqrt{3}$

* Erro percentual, em relação ao valor experimental, de:

Erro percentual = 1,73%

→ Abaixo um esquema do possível arranjo dos átomos de carbono

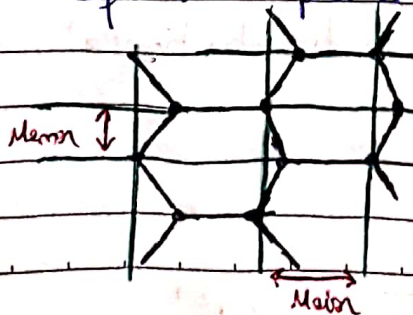


Figura 2: Possível arranjo dos átomos de carbono

Questões:

11- Na experimentação de espalhamento temos partículas muito pequenas. Da equação 1, temos que o comprimento de onda é inversamente proporcional ao momento, fazendo com que essas experimentos necessitem de um alto valor de tensão. Sendo assim, o efeito relativístico não interfere.

12- Já respondido esta questão, porém respondendo novamente:

A grafite consiste em camadas bidimensionais unidas a outras camadas bidimensionais paralelas, e dentro de cada folha, os átomos são arranjados com uma estrutura hexagonal, sendo possível observar que a distância entre os planos deve se repetir exatamente. O cristal de grafite não é cúbico, usando isso apenas como uma estimativa vide [Electron Diffraction Experiment]

* Como já mostrado na substância, razão entre os d

$d_{\text{max}} = 1,76$
 d_{min}

$d_{\text{max}} = 1,73$
 d_{min}

(Experimental)

(Teórica / arranjo Hexagonal)

→ muito próximas ⇒ Erro percentual = 1,73%

13- Os parâmetros de rede de célula unitária não são responsáveis pela formação do padrão de difração observado, mas sim os planos atômicos. Bragg observou que um feixe refletido poderia ser explicado pela grande número dos planos paralelos entre os átomos. Veremos na figura abaixo que um raio refletido de um plano adjacente viaja uma distância $\Delta s = 2d \sin \theta$ [Foto anterior sobre a difração de elétrons]

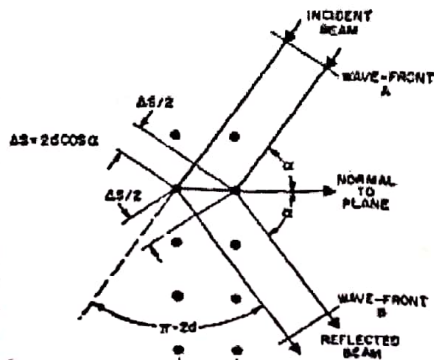


Figura 3: Planos atômicos com os feixes incidentes e refletidos

data
fecha

D S T Q Q S S
D L M M J V S

14- Os dois raios observados não correspondem a dois planos intertômicos diferentes, se devam à reflexão nos planos da rede com espaçamentos d_1 e d_2 , para $n \neq 1$, sendo os sub-índices 1 e 2 referentes ao primeiro e segundo raios mais internos:

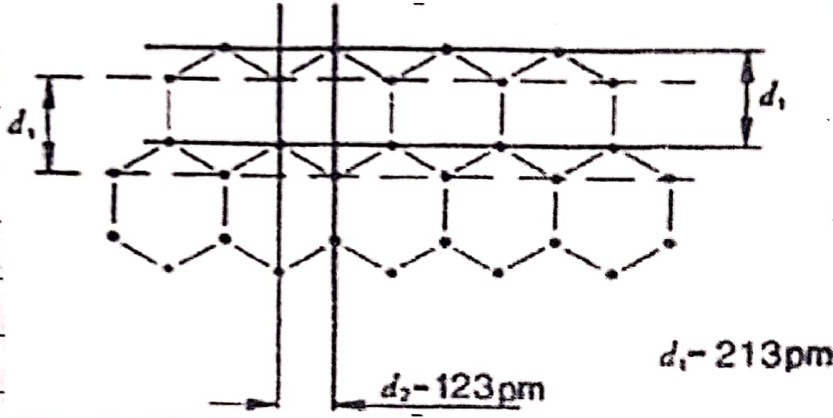


Figura 4: Planos de cristal de grafite para os dois primeiros raios

Podendo ser verificada também com os resultados experimentais, em que cada diâmetro apresenta um espaçamento distinto, caso o plano fosse o mesmo, os raios seriam iguais e não seriam dois raios

15- Os padrões formados por feixes passando por diferentes fendas, podem ser vistos abaixo:

→ Fenda Simples:

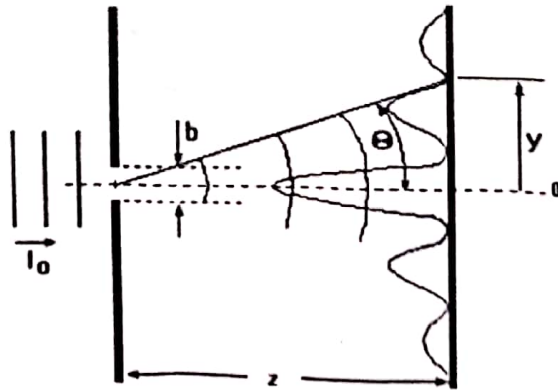


Figura 5. Padrão os pontos por uma fenda simples

→ Fenda Dupla:

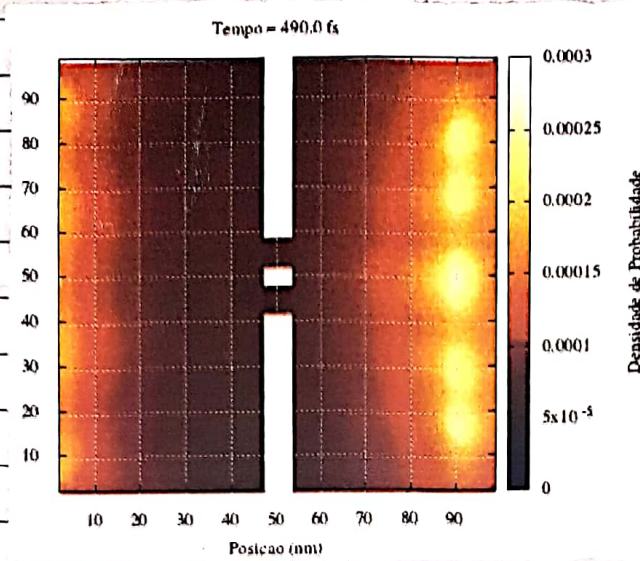


Figura 6: Podría ser pasar por uma fenda dupla

→ Rede de Rombeos:

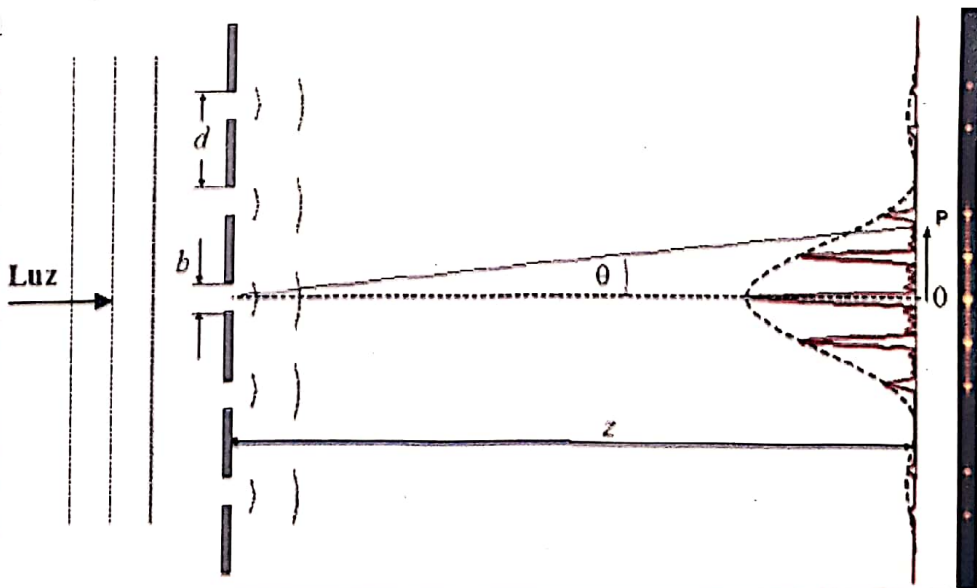


Figura 7: Podría ser pasar por uma rede de rombeos

→ Rede de Rombeos igualmente espaçados

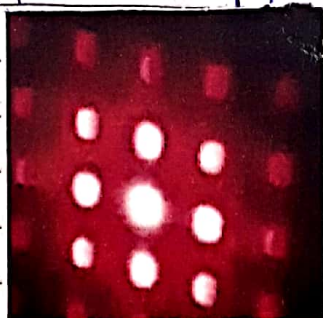


Figura 8: Podría ser pasar por uma rede de rombeos igualmente espaçados

17- Analise o modo a seguinte figura:

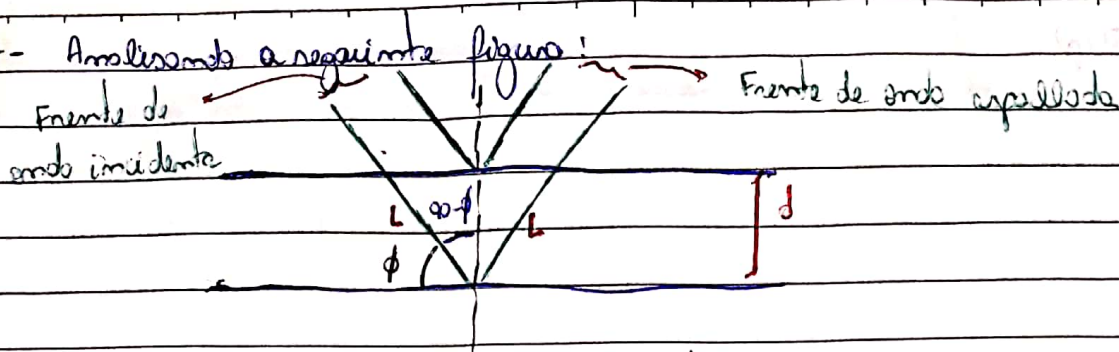


Figura 9: Derivação da relação de Bragg, mostrando apenas dois planos atômicos e dois raios das feixes incidente e espalhada.

Logo, se um número inteiro de comprimentos de onda $n\lambda$ se ajustar exatamente na distância $2L$ entre as frentes de onda incidente e espalhada medida sobre a raiz inferior, então a contribuição dos dois raios para a frente de onda espalhada estará em fase, e um máximo de difração será obtido para o ângulo ϕ . [Eisberg - Física Quântica]

$$2L/d = \cos(90^\circ - \phi) = \sin\phi$$

temos então,

$$2L = 2d \sin\phi$$

E então, obtemos a relação de Bragg

$$n\lambda = 2d \sin\phi \rightarrow \text{Relação de Bragg}$$

* O máximo de difração de "primeira ordem" ($n=1$) é normalmente o mais intenso

18- Em fendas simples ou duplas o padrão de raios ocorre, pois a onda ao sofrer difração sofre também interferência de modo que os raios luminosos que ocorrem uma interferência construtiva e os escuros onde a interferência é destrutiva. Para raios circulares ocorre o mesmo, porém menos com o que a onda pode propagar por estas fendas, "ela muda seu formato", de maneira que a difração possa apresentar um padrão circular.

data
fecha

• •
D S T Q Q S S
D L M M J V S

Conclusões:

À partir dos resultados obtidos, e comparando-os com valores teóricos para cada variável, concluímos que a método é bastante exato e preciso, observando a proximidade dos resultados e as incertezas. Mesmo que alguns dos valores não se encontrem nos mesmos intervalos determinados para as incertezas, os valores podem ser considerados corretos por serem muito próximos. Portanto os objetivos de calcular o espaçamento interatômico do grafite e estudar o fenômeno da difração de elétrons, bem como, verificar a confiabilidade do método de análise matemática e gráfica, foram atingidos de forma satisfatória.

Referências:

- 1 - Eisberg, "Física Quântica"
- 2 - Tipler, "Modern Physics"
- 3 - "Capítulo 3: Estruturas cristalinas e geometrias dos cristais"
- 4 - "Electron Diffraction tube"
- 5 - "Electron Diffraction Experiment"
- 6 - "Fatos históricos sobre a difração de elétrons"
- 7 - "Difração de elétrons"; IFSC
- 8 - "Difração"; UFRGS - IF