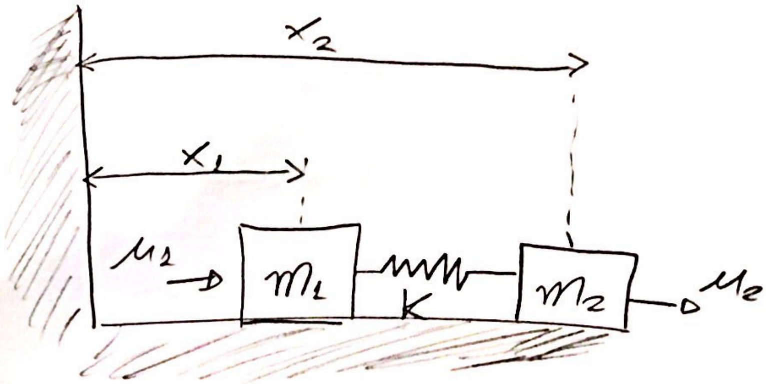
José Felipe Félix Rafael - 20333139 | 15.10.20

Modelagem - Ex 01/10

Exercício



- $\dfrac{m_1 \cdot x_1 + m_2 x_2}{M'} = \bar{x} \quad \left\{ M' = m_1 + m_2 \right.$

- $\delta = x_1 - x_2$

P/ o sistema dinâmico
derivando as equações acima

$$\boxed{\ddot{\bar{x}} = \frac{u_1 + u_2}{M'}} \quad e \quad \boxed{\ddot{\delta} = \frac{u_1}{m_1} - \frac{u_2}{m_2} - \frac{KM\delta}{m_1 m_2}}$$

Nossos vetores são tais que

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \; ; \; \dot{Z} = \begin{bmatrix} \dot{\bar{X}} \\ \dot{\delta} \\ \ddot{\bar{X}} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix}$$

Determinando A e B, a equação é do tipo

$$\dot{Z} = A . Z + B u$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-kM}{m_1 m_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1/m & 1/m \\ 1/m_1 & 1/m_2 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \text{ sendo que } \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \delta \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{m_1}{m} & \frac{m_2}{m} \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{\Rightarrow L^{-1}} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

$$L . L^{-1} = I$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \frac{m_1}{m} & m_2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{m}{m_1 + m_2} & \frac{-m_2}{m} \\ \frac{m}{m_1 + m_2} & \frac{-m_1}{m} \end{bmatrix}$$

Continuação...

$$y = C \cdot D, \text{ onde } D = \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \delta \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & m_2/m & 0 & 0 \\ 1 & -m_1/m & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \delta \\ \dot{\bar{X}} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix}$$

dessa forma

$$\begin{cases} \dot{Z} = Az + Bu \\ y = C \cdot z \end{cases}$$