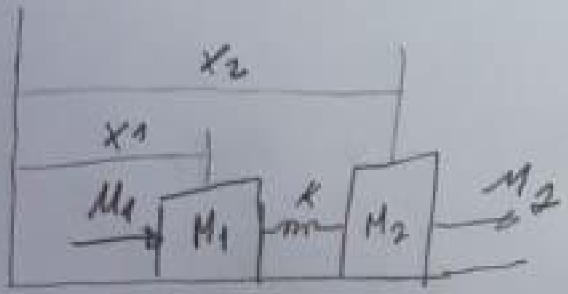
ITALO PAIVA – 10853310 – Aula 01/10/20



movimento do sistema a partir do movimento do centro de massa.

$$X_G = \frac{M_1x_1+M_2x_2}{M_1+M_2} = \frac{M_1X_1+M_2x_2}{M} \quad ; \quad \delta = x_1 - x_2 \;\; \hookrightarrow \ddot{\delta} = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_2$$

Ao aplicar a 1ª lei:

$$\left.\begin{aligned} u_1+u_2 &= M\ddot{X} \\ u_2 + k(x_2-x_1) &= M_2\ddot{x}_2 \\ u_1 - k(x_2-x_1) &= M_1\ddot{x}_1 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} \ddot{X} &= \frac{u_1+u_2}{M} \\ \ddot{\delta} &= \frac{u_1}{M_1} - \frac{u_2}{M_2} - \frac{KM\delta}{M_1M_2} \end{aligned}\right\} \text{sistema dinâmico}$$

define-se os vetores: $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$

$$z = \begin{bmatrix} X \\ \delta \\ \dot{X} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} \text{ e } \dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\delta} \\ \ddot{X} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix}$$

, em seguida, define-se o espaço de estados $\dot{z} = Az + Bu$:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\delta} \\ \ddot{X} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix}}_{\dot{z}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-KM}{M_1M_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} X \\ \delta \\ \dot{X} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix}}_{z} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1/M & 1/M \\ 1/M_1 & -1/M_2 \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}}_{u}$$

Para $Y = [x_1 \;\; x_2]^T$ é preciso que x_1 e x_2 estejam definidos em função do δ e $\bar{X}$!

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \delta \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} M_2/M & M_2/M \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{L^{-1}} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{; como } L \cdot L^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

tenos que

$$L = \begin{bmatrix} \frac{M}{M_1+M_2} & M_2/M \\ \frac{M}{M_1+M_2} & -M_1/M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & M_2/M \\ 1 & -M_1/M \end{bmatrix}$$

$$Y = L[\bar{x}\ \delta] \longrightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & M_2/M \\ 1 & -M_1/M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \delta \end{bmatrix}$$

Agora, em função do vetor de estados:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & M_2/M & 0 & 0 \\ 1 & -M_1/M & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \delta \\ \dot{\bar{x}} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} \quad \therefore \begin{cases} Y = Cz \\ \dot{z} = Az + Bu \end{cases}$$