Gabriela Vasconcelos Araujo - 10771497
Henrique Silva Barbeta - 10769323
Ítalo Gonçalves Sant'Ana Paiva - 10853310
João Pedro Junqueira Seara de Morais - 10774437

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos
Trabalho 0

São Paulo

2020

Gabriela Vasconcelos Araujo - 10771497
Henrique Silva Barbeta - 10769323
Ítalo Gonçalves Sant'Ana Paiva - 10853310
João Pedro Junqueira Seara de Morais - 10774437

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos
Trabalho 0

Trabalho 0 é referente a disciplina PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos do curso de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Universidade de São Paulo

Escola Politécnica

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Orientador:
Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury
Prof. Dr. Decio Crisol Donha

São Paulo
2020

Sumário

1 Introdução

Motivação

A definição de Veículos Aéreos Não Tripulados (VANT) abrange qualquer aeronave que possa voar sem passageiros ou tripulantes. Esses veículos podem ainda ser completamente autônomos ou pilotados à distância. Nesse sentido, os VANTs configuram-se como um ótimo recurso a ser utilizado pelos seres humanos quando envolvem situações perigosas ou até mesmo inviáveis de serem praticadas por uma pessoa.

Dessa maneira, pode-se observar que ao longo dos últimos anos, Veículos Aéreos Não Tripulados passaram a ser cada vez mais utilizados, com uma área de atuação vasta que varia desde entretenimento até uso militar. Frente aos desafios do nosso tempo, destaca-se o uso de VANTs para pesquisas acadêmicas e monitoramento de segurança. Além da esfera civil, é de grande relevância o uso de VANT para fins comerciais: espera-se que, em 2026, o mercado global de veículos aéreos não tripulados atinja US$ 32,83 bilhões até 2026 em termos de receita anual, representando uma taxa anual de crescimento de 11% no período. [MAZUR, WISNIEWSKI, MCMILLAN, 2016]

Neste trabalho, será estudado em especial o quadricóptero, também conhecido como quadrirrotor. Resumidamente, um veículo quadricóptero é composto de quatro rotores idênticos posicionados em pares, que giram em sentidos contrários. Essa configuração permite que o veículo decole e pouse verticalmente, além de poder pairar em áreas de pequeno porte, o que é impossível para veículos de asa fixa. Ademais, sua disposição proporciona maior agilidade, segurança e eficiência a esses veículos quando comparados até mesmo à helicópteros de pequeno porte.

Objetivo

O objetivo do trabalho proposto é modelar cinematicamente e dinamicamente o funcionamento de um quadricóptero. A partir do sistema de cordenadas adotado, descreveremos os movimentos de rotação e translação do drone quadrirrotor por meio do modelo de Newton-Euler. Nesse sentido, a meta é encontrar as equações diferenciais que regem o movimento do VANT em questão, a partir da adoção de algumas hipóteses simplificadoras. As simulações do modelo serão executadas em programas científicos adequados, como $Scilab$ ou $Matlab$.

Além disso, serão analisadas possíveis situações adversas que geram desequílibrio no sistema e como o drone reage a essas instabilidades.

2 Modelagem cinemática e dinâmica

Sistema de coordenadas

A fim de descrever o movimento do drone quadrirrotor, é necessário, primeiramente, definir o sistema de coordenadas que será utilizado. Como pode ser visto na Figura 1, há um referencial inercial, fixo no solo, e um sistema de coordenadas fixo no centro do quadrirrotor. [HOW, 2012]

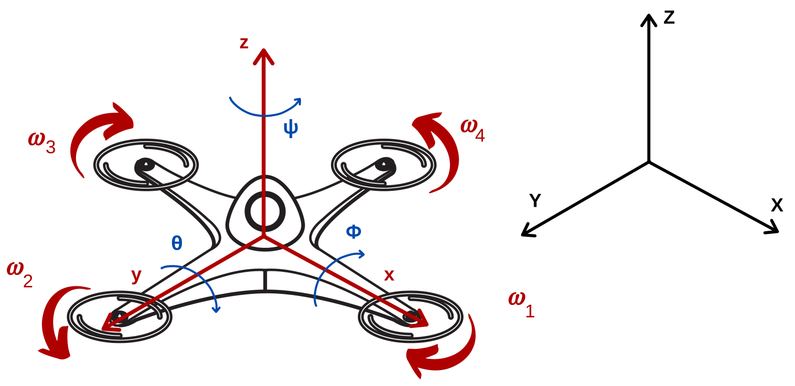

Figura 1 – Sistema de coordenadas (Fonte própria)

O modelo de drone quadrirrotor pode ser descrito a partir de seis graus de liberdade, sendo três de translação (x, y, z) e três de rotação (ϕ, θ, ψ). Como há apenas quatro rotores para os quais enviar os comandos, trata-se de um sistema subatuado. [BOUABDALLAH, 2007]

Descrição do movimento

O Drone é composto por uma estrutura rígida com quatro hélices idênticas e que, em pares, giram em sentidos contrários. Os sentidos opostos das hélices adjacentes fazem com um motor elimine o efeito do torque do outro e permite que haja equilíbrio na estrutura - quando os rotores estiverem sob a mesma rotação - como feito no experimento dos irmãos Breguet no ínicio do século XX. [LEISHMAN, 2000]

Em virtude do perfil das hélices, a velocidade angular dos rotores gera uma força vertical de sustentação em cada um dos conjuntos motor/hélice. A combinação dessas forças de sustentação produz o movimento do drone como um todo, explicitado pela Figura 2, em que as setas cinzas indicam o sentido de movimento do drone. [GORDON, 2006]

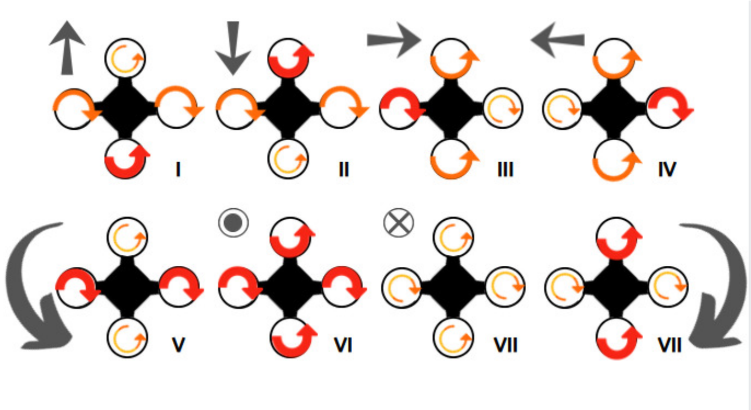

Figura 2 – Combinação das velocidades angulares (Fonte própria)

É considerado como $Roll$ a rotação em torno do eixo x, definida como "balanço"ou "rolagem"e $Pitch$ como a rotação em torno do eixo y, também chamado de "arfagem". Yaw, por sua vez, representa a rotação no eixo z, enquanto $Throttle$ se refere ao deslocamento vertical do VANT. A maneira como as velocidades angulares variam para formar os movimentos descritos pode ser sintetizada pela tabela a seguir, onde "↑"significa que houve aumento da intensidade, "↓"houve redução e "− "significa que não sofreu alteração. [MULLER, LUPASHIN, D'ANDREA, 2011]

Movimento	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
$\theta(Pitch)$	-	↑	-	↓
$\phi(Roll)$	↑	-	↓	-
$\psi(Yaw)$	↓	↑	↓	↑
$z(up)$	↑	↑	↑	↑
$z(down)$	↓	↓	↓	↓

Tabela 1 – Influência das rotações no movimento do drone

Modelo Newton-Euler

A partir dos sistemas de coordenadas estabelecidos, é realizada a descrição do modelo. Para isso, se considera que o centro de gravidade está no centro da estrutura, hélices e estruturas são rígidas e simétricas, além do fato de o empuxo aerodinâmico e arrasto serem proporcionais ao quadrado da velocidade angular dos rotores. Os movimentos de rotação e translação do corpo rígido, são descritos da seguinte forma, pela equação de Newton-Euler (CRAIG, 2008):

$$m\dot{V}_{3x3} + \Omega_{3x3} \times mV_{3x3} = F_{3x3}\ ;\ \ I\dot{\Omega}_{3x3} + \Omega_{3x3} \times I_{3x3}\Omega_{3x3} = \tau_{3x3}$$

Nas equações acima apresentamos as variáveis "m", "V", "Ω"e "I" que são, respectivamente, a massa total, as velocidades linear e angular nas direções x, y e z, e a matriz de inércia do quadricóptero. Além disso, "F" e "τ"representam, respectivamente, o vetor de força, resultado da atuação das hélices, e torques.

Para descrever o movimento, também são obtidas as matrizes de rotação $R_z(\psi)$, $R_x(\phi)$ e $R_y(\theta)$, que descrevem o movimento do drone em cada um de seus eixos adotando o centro de gravidade como referencial.

$$R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} ; R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} ; R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Utiliza-se, então, a matriz "R" para projetar os vetores do sistema de coordenadas móvel no sistema de coordenadas fixas.

$$R = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi) = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\theta\sin\phi + \sin\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\theta \\ \sin\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\theta\sin\phi + \cos\psi\cos\phi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \sin\phi\cos\psi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}$$

Assim, é possível encontrar as seis equações difereciais que regem o movimento do drone, a partir da 2ª Lei de Newton e da matriz "R". Vale ressaltar que forças e torques ainda não foram detalhados.

$$m\ddot{x} = G_1(\sin\theta\cos\phi\cos\psi + \sin\psi\sin\phi) \ \ (1)$$
$$m\ddot{y} = G_1(\sin\theta\cos\phi\cos\psi - \sin\psi\sin\phi) \ \ (2)$$
$$m\ddot{z} = G_1(\cos\theta\cos\phi) - gm \ \ (3)$$
$$\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right) - \frac{J_r}{I_x}\dot{\theta}\Omega + \frac{1}{I_x}G_2 \ (4)$$
$$\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right) - \frac{J_r}{I_y}\dot{\phi}\Omega + \frac{1}{I_y}G_3 \ (5)$$
$$\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta}\left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right) + \frac{1}{I_z}G_4 \ \ (6)$$

Em que, considerando C_a, C_e e l como, respectivamente, o coeficiente de arrasto, o coeficiente de empuxo e a distância do centro de gravidade ao centro do rotor:

$$G1 = C_a(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \ ; \ G2 = C_a l(\omega_4^2 - \omega_2^2)$$
$$G3 = C_a l(\omega_3^2 - \omega_1^2) \ ; \ G4 = C_e(\omega_4^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_1^2)$$

Linearização

A partir do modelo proposto, a linearizaçao é realizada em torno do ponto de equilíbrio, com base no modelo de espaço de estados abaixo exposto. Nas próximas etapas, será detalhada com maior rigor a obtenção das equações que regem o sistema de forma linearizada.

$$Q = [x \ \dot{x} \ y \ \dot{y} \ z \ \dot{z} \ \theta \ \dot{\theta} \ \phi \ \dot{\phi} \ \psi \ \dot{\psi}]^T$$

3 Referências

BOUABDALLAH, S., 2007. **Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying.** Tese de Doutorado, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.

CRAIG, J. J. **Introduction to Robotics: Mechanics and Control**, 3a edição, Pearson, 2008.

GORDON, L. J. **Principles of Helicopter Aerodynamics.** Second edition, n. 12, 2006.

HOW, J. P., Supervisor, T., Modiano, E. H., 2012. **Design and Control of an Autonomous Variable-Pitch Quadrotor Helicopter.** MIT, Boston, USA.

LEISHMAN, J. G. **A History of Helicopter Flight.** s.l. : University of Maryland, 2000. Disponível em: <http://terpconnect.umd.edu/ leishman/Aero/history.html>. Acesso em 01 out. 2020.

MAZUR, M.; WISNIEWSKI, A.; MCMILLAN, J. **Clarity from above: PwC global report on the commercial applications of drone technology.** Drone Powered Solutions, Poland, 2016.

MULLER, M.; LUPASHIN, S.; D'ANDREA, R. **Quadrocopter ball jug- gling. In: Intelligent Robots and Systems (IROS).** 2011 IEEE/RSJ International Conference, pp. 5113–5120. IEEE.