

**CAROLINA CARVALHO SILVA - 10705933**  
**GABRIEL JOSÉ CAMARGO FUOCO - 10769351**  
**JOÃO ANTÔNIO DE PAULA SALGADO - 10355436**  
**JOÃO GUILHERME REZENDE BARALDI - 10772776**

**MODELAGEM DE EQUILÍBRIO DO CORPO HUMANO  
COMO PÊNDELO DUPLO INVERTIDO**

São Paulo  
2020

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Objetivo</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Resumo</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Ordem do sistema</b>	<b>4</b>
	<b>Referências</b>	<b>5</b>

# 1 OBJETIVO

O objetivo do trabalho proposto pela matéria PME3380, Modelagem de Sistemas Dinâmicos, é modelar um sistema dinâmico aplicável seja em situações cotidianas ou soluções da engenharia já propostas.

Iniciou-se a concepção do escopo com interesse na realização de algo que tivesse aplicação na área da engenharia biomédica. Paralelamente, observou-se o modelo do pêndulo duplo invertido, sabendo que ele, quando linearizado, seria, possivelmente, de quarta ordem ou superior e levando em consideração que ele poderia ser desenvolvido a ponto de ser trabalhado também com um enfoque em controle.

Logo, percebeu-se que havia uma intersecção entre essas duas ideias iniciais e a possibilidade de se fazer um modelo de pêndulo duplo invertido que pudesse descrever, aproximadamente, o funcionamento do mecanismo de equilíbrio do corpo humano, como mostrado na figura 1.

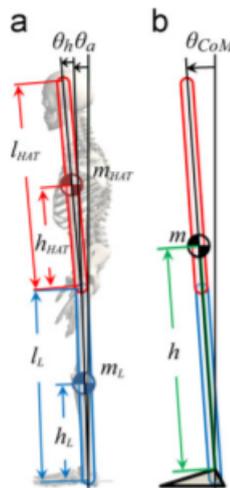


Figura 1: Representação visual do modelo utilizado - [1]

Definido o escopo do projeto, foi então definido que seria feito um modelo em que a entrada seria um torque na junta pélvica, que corresponde à junta entre os dois pêndulos e um torque na junta do tornozelo, a base do pêndulo. Esta consideração parte do princípio de que, para haver movimento relativo entre os dois pêndulos (tronco e pernas), há a necessidade de um momento nessa junta [1], dado pelos músculos e tendões, que, juntos com as forças externas, são consideradas as forças realizadas na junta [2].

A partir da definição do modelo utilizado, foram então propostas, junto com o escopo da matéria, as etapas realizadas neste trabalho. Com o objetivo final de uma simulação digital do sistema dinâmico, teremos como etapas preliminares a seleção do problema e suas hipóteses simplificadoras (posteriormente apresentadas, ainda neste documento) e a aplicação de técnicas apresentadas no curso, como linearização, representação no espaço de estados, entre outras para o então desenvolvimento do modelo digital.

## 2 RESUMO

Como apresentado anteriormente, foi escolhido um modelo de pêndulo duplo invertido para representar o equilíbrio de um humano parado em pé. O primeiro passo, após a escolha do escopo, é determinar quais as simplificações do modelo.

O corpo humano é um sistema diferente e mais complexo que um pêndulo duplo invertido. Sendo assim, algumas simplificações são necessárias para que seja possível modelar de maneira simples e sem elevar excessivamente a ordem das equações que serão encontradas, facilitando tanto sua manipulação quanto sua simulação, que será necessária.

Desta forma, podemos citar as principais simplificações realizadas no modelo:

- **Pêndulo Duplo:**

Como se sabe, podemos modelar o corpo humano em pêndulos triplos (parte anterior da perna, parte posterior da perna e tronco) ou quádruplo (parte anterior da perna, parte posterior da perna, tronco e cabeça) como apresentado na figura 2. No entanto, esses modelos têm, em geral, ordem bem elevada, o que dificulta sua modelagem e simulação.

Consideraremos um modelo plano, com ambas as partes da perna juntas, desconsiderando a junta do joelho e também o troco junto à cabeça, desconsiderando a junta craniocervical.

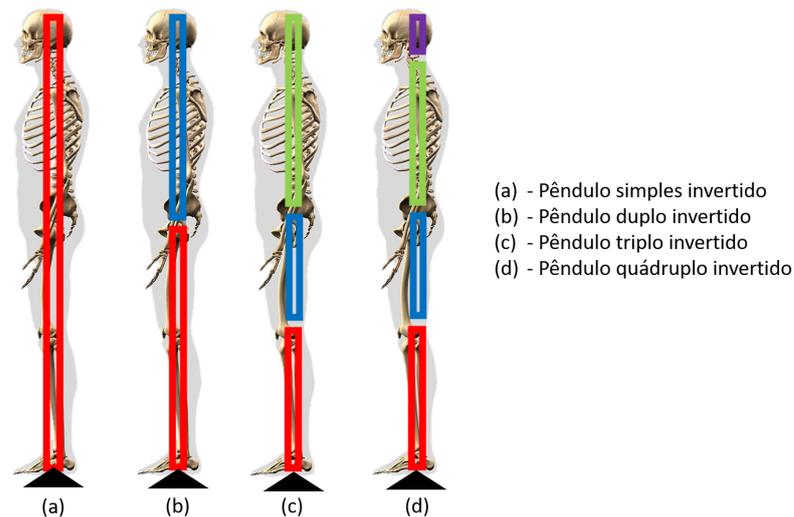


Figura 2: Diferentes representações do corpo humano com pêndulos invertidos

- **Articulação do tornozelo:**

A junta do tornozelo é uma junta do tipo gínglimo, formada pela tíbia, fíbula e talus. Esta junta permite 1 grau de liberdade principal, e será o grau de liberdade considerado no modelo. [2]

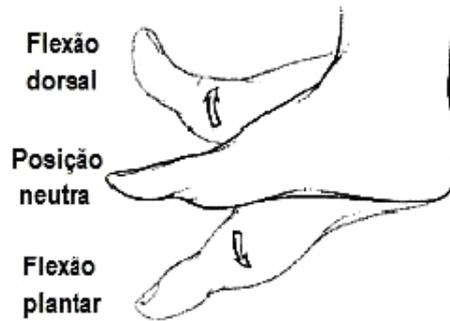


Figura 3: Grau de liberdade considerado para o modelo - Tornozelo

- **Junta pélvica:**

A junta pélvica é o elemento que cria a liberdade de movimento entre o tronco e as pernas, desta forma, é possível realizar movimentos tridimensionais com os 2 graus de liberdade. Para que o sistema estudado se mantenha plano, a junta será simplificada para apenas 1 grau de liberdade, como mostrado na figura 4

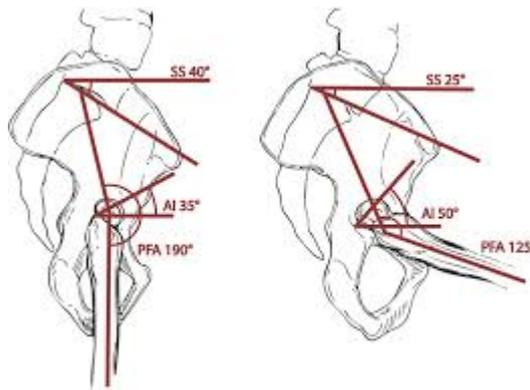


Figura 4: Grau de liberdade considerado para o modelo - Pelve [3]

- **Ângulos pequenos:**

É razoável considerar que os ângulos entre a vertical e ambos os pêndulos são pequenos ( $\phi_1$  e  $\phi_2$  na figura 5), considerando que o modelo é para um corpo humano em pé. Esta simplificação permite que algumas não linearidades sejam eliminadas do sistema posteriormente.

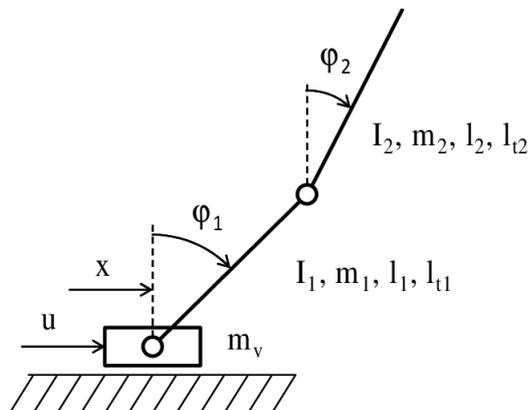


Figura 5: Modelo esquemático de um pêndulo duplo [4]

### 3 ORDEM DO SISTEMA

O vetor de estados é composto pelas variáveis de estados necessárias para descrever completamente o comportamento de um dado sistema [5]. Definido então esse conceito, podemos determinar o vetor de estados que temos no sistema analisado neste trabalho, de forma a definir a ordem do sistema.

Para definir completamente o sistema estudado, utilizamos 6 informações: posição angular e velocidade angular de ambos os pêndulos e os torques de feedback do sistema nervoso, realizados no tornozelo e na pelve [1].

Comumente, é observado que o controle do sistema é realizado pelo movimento da base do pêndulo [6], no entanto, o modelo estudado requer a base fixa, dado que seria necessário movimentar todo o corpo para a movimentação do pêndulo, obtendo um sistema totalmente diferente com graus de liberdade também diferentes. Neste caso, utiliza-se o torque do tornozelo para sustentar o corpo.

n°	Estado	Simbolo
1	Posição angular pêndulo inferior	$\theta_1$
2	Posição angular pêndulo superior	$\theta_2$
3	Velocidade angular pêndulo inferior	$\dot{\theta}_1$
4	Velocidade angular pêndulo superior	$\dot{\theta}_2$
5	Torque feedback do sistema pelve	$\tau_{fb1}$
6	Torque feedback do sistema tornozelo	$\tau_{fb2}$

Tabela 1: Tabela dos estados do sistema

Portanto, o sistema estudado tem ordem  $\geq 4$  que se fez necessário como restrição proposta pelos orientadores do trabalho.

Para o próximo trabalho teremos como objetivo a realização das equações de movimento, sua linearização e o estudo das respostas dinâmicas do sistema às entradas apresentadas.

## REFERÊNCIAS

- [1] SUZUKI, Y. et al. Intermittent control with ankle, hip, and mixed strategies during quiet standing: A theoretical proposal based on a double inverted pendulum model. *Journal of Theoretical Biology*, v. 310, p. 55 – 79, 2012. ISSN 0022-5193. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022519312003062>>.
- [2] AMADIO, A. C.; DUARTE, M. Fundamentos biomecânicos para a análise do movimento humano. São Paulo: Laboratório de Biomecânica/EEFUSP, 1996.
- [3] HECKMANN, N. et al. Late dislocation following total hip arthroplasty: Spinopelvic imbalance as a causative factor. *The Journal of bone and joint surgery. American volume*, v. 100, p. 1845–1853, 11 2018.
- [4] NEUSSER, Z.; VALASEK, M. Control of the double inverted pendulum on a cart using the natural motion. *Acta Polytechnica*, v. 53, 12 2013.
- [5] GARCIA, C. *Modelagem e Simulação*. 2. ed. [S.l.]: Editora da Universidade de São Paulo, 2005. v. 1. 66 p. ISBN 85-314-0904-7.
- [6] Jadlovská, S.; Sarnovský, J. Classical double inverted pendulum — a complex overview of a system. In: *2012 IEEE 10th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMII)*. [s.n.], 2012. p. 103–108. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/6208937>>.