

T0

Gabriel Pinheiro 10336595
Pedro Andrade 10774653
Pedro Jovaneli 10773760
Vitor Lourencini 8956387

1 Introdução

1.1 Motivação

Este trabalho tem como objetivo o estudo da dinâmica dos chamados "First Stage Rockets", com intuito de realizar a volta da missão de forma segura e controlada e recuperar o hardware de voo para sua reutilização. Foguetes com este propósito de transportar sistemas espaciais para órbita são constituídos de elevada complexidade tecnológica e custos operacionais, o que torna indispensável o trabalho no desenvolvimento de sistemas de controle que promovem a reutilização, tendo não apenas a motivação financeira como principal, mas ainda o desenvolvimento em escala da utilização de tecnologias espaciais. O estudo de veículos de decolagem e pouso vertical (VTOL) é ainda muito subdesenvolvido e não há muito material publicado nesse tópico, muito se deve à sensibilidade da indústria militar envolvida. Hoje em dia já existem empresas que caminham em direção ao manuseio deste tipo de tecnologia, como a Space Exploration Technologies Corporation (SpaceX).

O foco deste trabalho é na modelagem matemática do estágio final que consiste no pouso do veículo, no qual é realizada uma análise bidimensional sobre um plano normal à superfície terrestre a partir de três unidades de controle (2 propulsores horizontais e 1 vertical) para atender os três graus de liberdade do sistema (2 movimentos translacionais e 1 movimento rotacional). Assumi-se que todos os estágios anteriores foram bem sucedidos e o foguete atinge o último estágio, cerca de 200 m de altura, com as condições necessárias para o sucesso da missão sendo atendidas, combustível suficiente e velocidades controladas.

1.2 Objeto de estudo

Defini-se então, que o objeto de estudo deste relatório será o estudo do deslocamento, no plano vertical, de um foguete em natureza de pouso. Assim, seremos capazes de analisar as dinâmicas fundamentais deste modelo.

1.3 Hipóteses simplificadoras

De forma a incrementar a visualização deste problema, foi adotada uma modelagem mais simplificada, porém mantendo a identidade do modelo real. Para isto, as seguintes hipóteses simplificadoras foram consideradas:

- O foguete se desloca exclusivamente no plano vertical;

- Devido a baixa velocidade corpo, forças de arrastamento devido a velocidade serão desprezadas;
- O ângulo de rolagem será considerado pequeno;
- Diâmetro do foguete é muito menor que sua altura;
- Massa do foguete é constante;
- Considera-se os propulsores como pontuais;
- Baricentro no centro geométrico do foguete;
- Corpo infinitamente rígido;
- Força do vento será apenas na horizontal;
- Efeitos da rotação terrestre desprezíveis.

2 Modelagem

2.1 Física

Destas hipóteses simplificadoras construiu-se um diagrama de corpo livre do foguete, para representar as forças externas que atuam sobre ele.

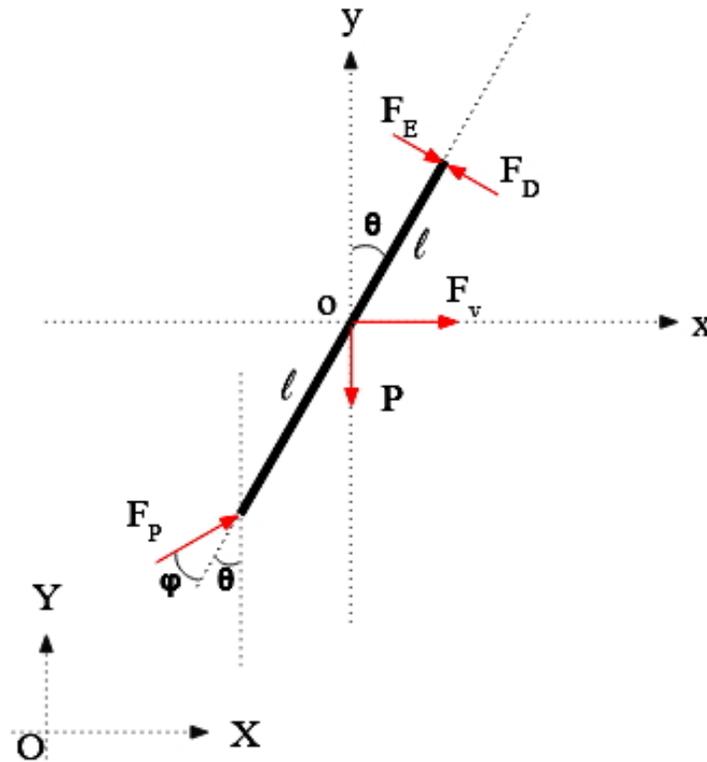


Figura 1: Diagrama de Corpo Livre do modelo físico

Da figura 1 temos:

- P – Força peso (função da massa do foguete e da aceleração da gravidade – constante);
- FE – Força de propulsão esquerda;
- FD – Força de propulsão direita;
- FP – Força do propulsor principal;
- FV – Força do vento (função da área lateral e altura do foguete - como ângulo de rolagem é pequeno, esta força será constante);
- φ – Ângulo entre o eixo central do foguete e o eixo do propulsor principal.

Vale ressaltar que o centro de massa se encontra no ponto "o". E todas as forças serão consideradas pontuais.

2.2 Matemática

Aplicando os teoremas de Newton-Euler no Diagrama de Corpo Livre adotado na modelagem física deste estudo, chegamos nas seguintes equações:

2.2.1 Equações do movimento de translação

$$m\ddot{x} = F_v + F_e \cos\theta - F_d \cos\theta + F_p \sin(\theta + \varphi) \quad (1)$$

$$m\ddot{y} = F_d \cos(\theta + \varphi) - F_e \sin\theta + F_d \sin\theta - P \quad (2)$$

2.2.2 Equações do movimento de rotação

$$J_o\ddot{\theta} = F_e l - F_d l - F_p \sin\varphi l \quad (3)$$

2.2.3 Espaço de estados

A partir destas foi possível obter os parâmetros que descrevem a posição do ente ao longo da trajetória, de acordo com o comportamento das forças que agem sobre este ao longo do tempo:

$$x_1 = x \quad \dot{x}_1 = x_2 \quad = f_1(x_2) \quad (4)$$

$$x_2 = \dot{x} \quad \dot{x}_2 = [F_v + F_e - F_d + F_p \sin(\theta + \varphi)]/m \quad = f_2(F_v, F_e, F_d, F_p, \theta, \varphi) \quad (5)$$

$$x_3 = y \quad \dot{x}_3 = x_4 \quad = f_3(x_4) \quad (6)$$

$$x_4 = \dot{y} \quad \dot{x}_4 = [F_p \cos(\theta + \varphi) - F_e \theta + F_d \theta - P]/m \quad = f_4(F_p, F_e, F_d, P, \theta, \varphi) \quad (7)$$

$$x_5 = \theta \quad \dot{x}_5 = x_6 \quad = f_5(x_6) \quad (8)$$

$$x_6 = \dot{\theta} \quad \dot{x}_6 = [F_e l - F_d l - F_p \sin\varphi l]/J_o \quad = f_6(F_e, F_d, F_p, \varphi) \quad (9)$$

2.2.4 Linearização

A partir deste espaço de estados, podemos aplicar a expansão de Taylor para encontrar as matrizes Jacobiana e de entradas da relação:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [\bar{F}_p \cos(\bar{\theta} + \bar{\varphi})]/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [-\bar{F}_p \sin(\bar{\theta} + \bar{\varphi}) - \bar{F}_e + \bar{F}_d]/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/m & 1/m & -1/m & \sin(\bar{\theta} + \bar{\varphi})/m & [\bar{F}_p \cos(\bar{\theta} + \bar{\varphi})]/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\theta/m & \theta/m & \cos(\bar{\varphi} + \bar{\theta})/m & -\bar{F}_p \sin(\bar{\varphi} + \bar{\theta})/m & -1/m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l/J_o & -l/J_o & -\sin\bar{\varphi} l/J_o & \bar{F}_p \cos\bar{\varphi} l/J_o & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}$$

Referências

- [1] Ferrante, R. «A Robust Control Approach for Rocket Landing». Em: (2017).
- [2] Guerrero, V. A., Barranco, A. e Conde, D. «Active Control Stabilization of High Power Rocket». Em: (6-2018).
- [3] Liu, X. «Fuel-Optimal Rocket Landing with Aerodynamic Controls». Em: *Journal of Guidance Control and Dynamics* September 2018 (2018). DOI: <10.2514/1.G003537>.
- [4] Pascucci, C. A., Bennani, S. e Bemporad, A. «Model Predictive Control for Powered Descent Guidance and Control». Em: *European Control Conference (ECC)* 15th-17th July, 2015 (2015).
- [5] Tan, B. e Wheeler, T. «AA203 Final Project: Optimal Control for Landing Rockets». Em: (Spring 2014).