

**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

JOÃO PAULO S. FLORES N°USP: 10773892

JOSÉ ARTHUR S. GUERRERO N°USP: 10791767

SAMUEL ALVES DA S. JUNIOR N°USP: 10769639

WALLACE MOREIRA E SILVA N°USP: 10823772

**PME 3380 - MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS**

(MODELAGEM DE UM QUADRICÓPTERO)

**Professor: Agenor de Toledo Fleury**

**Décio Crisol Donha**

**SÃO PAULO, SP**

**2020**

## **SUMÁRIO**

<b>1. Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2. Modelo físico</b>	<b>3</b>
<b>3. Modelo Matemático</b>	<b>5</b>
<b>4. Referências Bibliográficas</b>	<b>6</b>

# 1. Introdução

Quadricópteros são aeronaves impulsionadas por 4 rotores, cujo formato mais comum é com as 4 hélices dispostas em formato de cruz que geram um empuxo devido ao movimento das mesmas pelo ar. Normalmente, esse tipo de aeronave não é tripulada, sendo controlado remotamente. Eles foram desenvolvidos para necessidades militares, a fim de realizar missões de vigilância, inteligência e combate, como também para aplicações civis (vigilância de movimento de multidões e do tráfego rodoviário).

Atualmente, os quadricópteros, popularmente conhecidos como drones, são cada vez mais comuns, possuindo desde modelos mais simples usados para diversão infantil, até modelos mais avançados usados pelas forças armadas. Seu uso também está presente no mundo acadêmico, no qual é um objeto bastante abordado nas áreas de estudo de dinâmica e controle.

O intuito deste trabalho será apresentar uma modelagem dinâmica do quadricóptero, apresentando toda descrição do sistema referencial a ser adotado, sua cinemática e o conjunto de equações que regem seu movimento; para tanto dado a complexidade desta modelagem serão consideradas algumas hipóteses e simplificações; ademais será aplicado o uso de simulações computacionais para ilustrar o comportamento deste quadricóptero.

## 2. Modelo físico

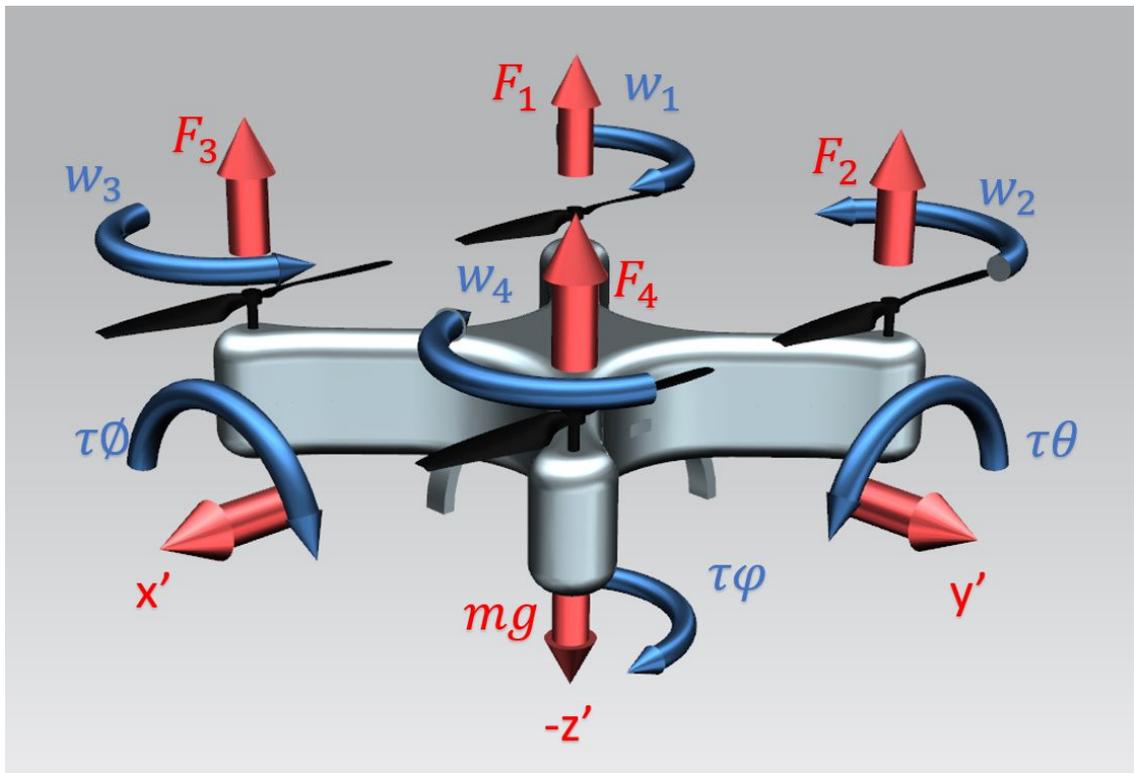
Para a construção de um modelo físico representativo de um drone do tipo quadricóptero foi criado um corpo central onde os sistemas de controle e de fornecimento de energia irão residir, assim como os braços pelos quais acontece o cabeamento necessário para instalação dos motores que estarão presentes nas pontas dos mesmos, desta forma chegamos a estrutura final da figura 1.

Figura 1- Cad do quadricóptero



Uma vez que o projeto básico foi definido, a atenção passa a ser a definição de todas as forças atuantes no sistema, e seus diferentes graus de liberdade, isso pode ser observado na figura 2.

Figura 2 - Diagrama do quadricóptero



No diagrama da figura 2 temos a representação das rotações de cada uma das hélices, assim como a força de “lift” relativas a cada uma das hélices, também temos a representação dos eixos  $ijk$ , assim como a rotação em cada eixos, uma vez que são cruciais para a representação dos possíveis movimentos que o quadricóptero terá de fazer, e por fim, solidário ao eixo  $k$  temos a representação da força peso, vale apontar que o eixo  $k$  da imagem aponta para baixo com o intuito de manter a imagem o menos poluída possível, uma vez que a presença do mesmo em cima do quadricóptero causaria confusão com as forças  $F$ .

Para a modelagem matemática algumas simplificações serão feitas, primeiramente o quadricóptero não sofrerá ação dos ventos e outros fatores externos, como o efeito solo, a aceleração da gravidade será definida como uma constante independentemente da altura do quadricóptero, a força de arrasto será contrária ao movimento do quadricóptero, este será considerado um corpo rígido com centro de massa coincidente com o centro geométrico.

### 3. Modelo Matemático

Analisando o diagrama de corpo livre de um quadricóptero retratado pela figura 2, chega-se nos seis graus de liberdade necessários para a representação do sistema. Esses se dividem em três para o movimento de translação nos eixos  $ijk$  e outros três para o movimento de rotação em cada um dos eixos. Para melhor estudo do problema, foram estabelecidos um referencial inercial e um referencial solidário ao corpo relacionados da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_T \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

Com:

$$R_T = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \Phi & \cos \theta \sin \Phi & -\sin \theta \\ \sin \varphi \sin \theta \cos \Phi - \cos \varphi \sin \Phi & \cos \varphi \cos \Phi + \sin \varphi \sin \theta \sin \Phi & \sin \varphi \cos \theta \\ \sin \varphi \sin \Phi + \cos \varphi \sin \theta \sin \Phi & \cos \varphi \sin \theta \sin \Phi - \sin \varphi \cos \Phi & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix}$$

A com isso é possível definir a relação entre as velocidades lineares do quadricóptero:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = R_T \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

Bem como as velocidades angulares do mesmo:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \varphi \tan \theta & \cos \varphi \tan \theta \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi \sec \theta & \cos \varphi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Portanto é a partir da linearização das equações apresentadas anteriormente que se pretende modelar e analisar o sistema do quadricóptero, além da execução de simulações buscando melhor entendimento desse.

## 4. Referências Bibliográficas

KOKRON RODRIGUES, Henrique. Elaboração de Projeto para Construção de Quadricoptero Autônomo Eficiente. Orientador: Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa. 2014. Relatório (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade de São Paulo, [S. l.], 201-.

CARLOS ESPIÚCA MONTEIRO, João. Modelagem e Controle de um Veículo Quadrirrotor. Orientador: Liu Hsu. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia de Controle e Automação) - Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, [S. l.], 2015.

SHUKLA, Dhwanil; KOMERATH, Narayanan. Multirotor Drone Aerodynamic Interaction Investigation. School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, [S. l.], p. 1-13, 3 dez. 2018.

H. Huang, G. M. Hoffmann, S. L. Waslander, and C. J. Tomlin, “Aerodynamics and control of autonomous quadrotor helicopters in aggressive maneuvering” IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3277–3282, May 2009

LIMA, Gabriela Vieira; DE SOUZA, Rafael M.J.; DE MORAIS, Aniel Silva; DE MORAIS, Josué Silva. Modelagem dinâmica de um veículo aéreo não tripulado do tipo quadricóptero. Uberlândia, MG, Brasil, Julho 2014.