LISTA D

PME 3380- Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Escola Politécnica

Universidade de São Paulo

São Paulo

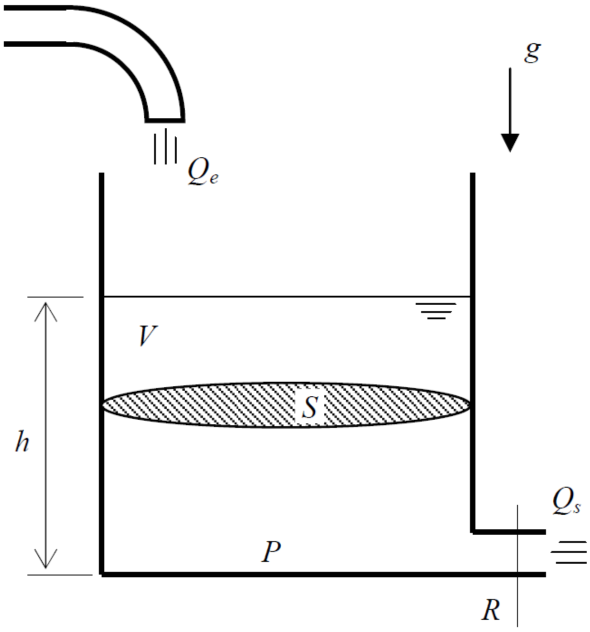
2020

Gabriel Rodrigues Camargo

NUSP: 10772460

EXERCICIO 1

Para essa questão foram simuladas as equações linearizadas e não lineares para o sistema com um reservatório de fluido, como mostrado a seguir:



Foi demonstrado que esse sistema era regido pela seguinte equação não linear:

$$\dot{h} = \left(-\sqrt{\frac{\rho g h}{R}} + Q_e \right) \frac{1}{S}$$

Linearizando o sistema chega-se no seguinte sistema de equações:

$$\dot{x} = -\frac{1}{2S}\sqrt{\frac{\rho g}{R h_o}}\,x + \frac{1}{S}u$$

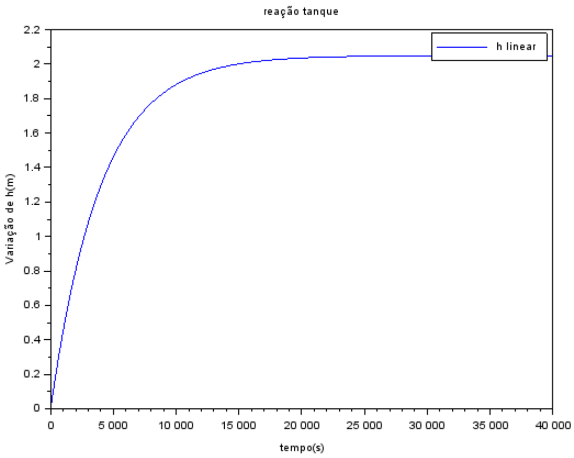
$$y = +1x + 0u$$

Onde foram usadas as seguintes variáveis auxiliares:

$$x = (h - h_o)$$

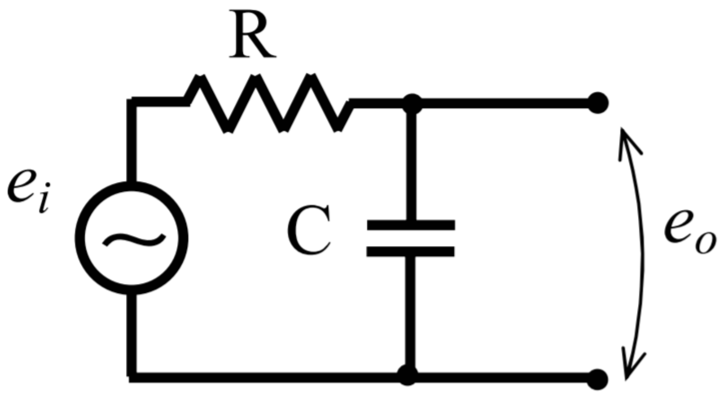
$$u = (Q_e - Q_{eo})$$

Logo, simulando os dois métodos foram obtidos os seguintes resultados, com h0=2m:



EXERCÍCIO 2

Para essa parte foi encontrada a equação resultante do seguinte circuito elétrico:



Aplicando a lei das malhas no circuito é obtido:

$$e_i + Ri = \frac{1}{C}\int i\,dt$$

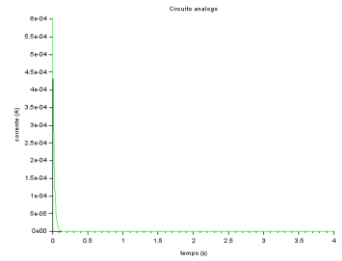
Realizando a substituição de $\dot{y} = i$ e fazendo outras mudanças é obtido a seguinte equação:

$$\dot{y} + \frac{y}{CR} = \frac{e_i}{R}$$

Repara-se que essa equação é idêntica à obtida anteriormente linearizada para um reservatório onde pode-se estabelecer a seguinte analogia entre os parâmetros:

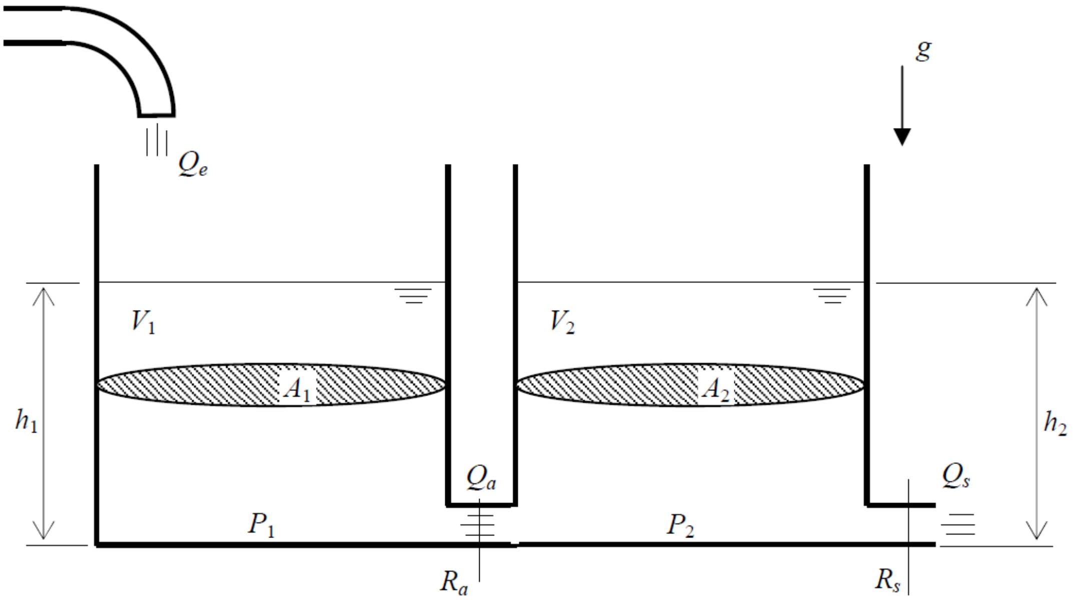
$$y = h\,;\frac{1}{CR} = -\frac{1}{2S}\sqrt{\frac{\rho g}{Rh_0}};\ \frac{e_i}{R} = \frac{u}{S}$$

Dessa forma o resultado obtido é:



EXERCÍCIO 3

Para essa parte será realizado o mesmo equacionamento e linearização com 2 reservatórios.



Para esse sistema, foi deduzido na lista C que o sistema de equações que regia o sistema era:

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \left[Q_e - \sqrt{\dfrac{\rho g}{R_a}(h_1 - h_2)} \right] \dfrac{1}{S_1} \\ \dot{h}_2 = \left[\sqrt{\dfrac{\rho g}{R_a}(h_1 - h_2)} - \sqrt{\dfrac{\rho g}{R_s} h_2} \right] \dfrac{1}{S_2} \end{cases}$$

E que sua forma linearizada era um sistema do tipo:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad \text{(equações diferenciais)} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u \quad \text{(equações algébricas)} \end{aligned} \qquad \text{com} \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

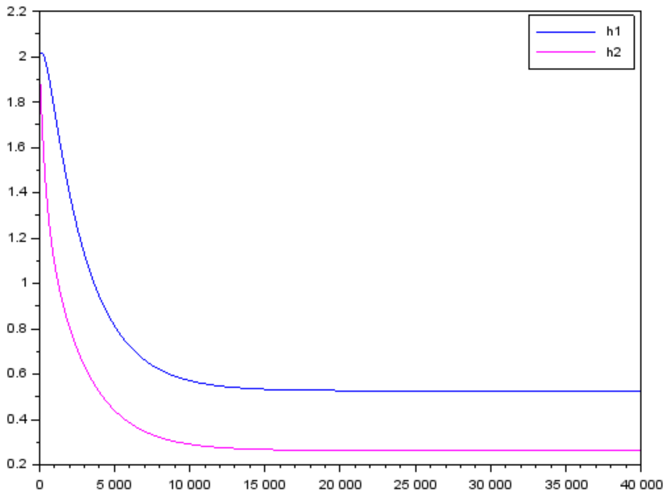
Onde foram usadas as seguintes variáveis:

$$x_1 = (h_1 - h_{1o})$$
$$x_2 = (h_2 - h_{2o})$$
$$u = (Q_e - Q_{eo})$$
$$y_1 = x_1$$
$$y_2 = x_2$$

E as matrizes correspondiam tinham os seguintes valores:

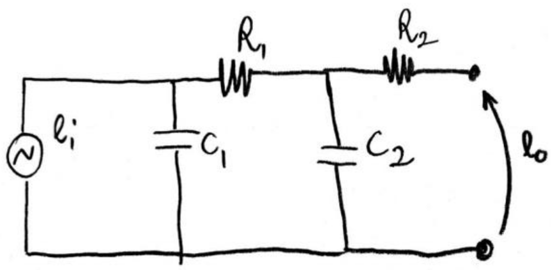
$$A = \begin{pmatrix} \frac{-\rho g}{2Q_{0e}S_1R_1} & \frac{\rho g}{2Q_{0e}S_1R_1} \\ \frac{\rho g}{2Q_{0e}S_2R_1} & \frac{-\rho g}{2Q_{0e}S_2}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1/S_1 \\ 0 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Simulando então para alturas iniciais iguais a 2 metros e parâmetros similares aos anteriores, com raios e áreas iguais dos tanques obteve-se:



EXERCÍCIO 4

O circuito elétrico análogo obtido é representado a seguir:



CODIGOS USADOS

EXERCICIO 1

```
clear
//constantes usadas
S=10;
R=2*10^8;
rho =1000;
g=10;
ho=2; //nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; //nivel adicional

Qei= (0.5)*sqrt(rho*g*(ho+hi)/R);
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
reservatorio=syslin('c',A,B,C,D);

x0=0; // desvio em relação ao nível no inicio
t=0:10:40000;
u=Qei*ones(t);
[y,x]=csim(u,t,reservatorio,x0);
//Modelo de nivel não linear
function [u]=vazao(t)
u=Qei;
endfunction
function [hponto]=eqnlinear(t, h, Qe)
hponto = (Qei-sqrt(rho*g*h/R))/S
endfunction
//Cálculo da vazão de entrada inicial
Qei = sqrt(rho*g*(ho+hi)/R);
//Cálculo da altura do tanque não linear por ode
h = ode(ho,t(1),t,list(eqnlinear,vazao))

plot (t , y) ;
//plot(t , h-ho, "m" ) ;
legend(["h linear" ; "h não linear"]) ;
xtitle("reação tanque", "tempo(s)", "Variação de h(m)");
```

EXERCICIO 2

```
clear all
eo = 3;
R=5*10^3;
C=4*10^-6;
t=0:0.001:4;
function [yponto]=corrente(t)
 yponto = eo/R*exp(-t/(R*C));
endfunction
i=corrente(t)
plot2d(t,i,3)
xtitle("Circuito analogo","tempo (s)","corrente (A)");
```

EXERCICIO 3

```
clear

//Constantes Utilizadas
S = 10;
R = 2*10^8;
rho = 1000;
g = 10;
ho=2;
hi=0.1;
Qeo=(1/2)*sqrt(rho*g/((ho-hi)*R));
```

```
cte = (rho*g)/(2*S*Qeo*R);
A = [-cte,cte;cte,-2*cte];
B = [1/S;0];
C = [1,0;0,1];
D = [0;0];
reservatorio =syslin('c',A,B,C,D);

// Condicao inicial da altura do reservatório:
h1_0 = 2;
h2_0 = 2;

h0=[h1_0 ; h2_0];
t = 0:10:40000;
u=Qeo*ones(t);
[y,x]=csim(u,t, reservatorio , h0 );
h1=x(1,:);
h2=x(2,:);
plot (t , h1) ;
plot(t , h2, "m" ) ;
legend(["h1" ; "h2"]) ;
```