

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PME3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Lista D



Nome

NºUSP

João Pedro Junqueira Seara de Moraes

10774437

Professores Agenor T. Fleury e Décio C. Donha

São Paulo

Outubro, 2020

Sumário

1. Lista D.....	3
1.1 Exemplo	3
1.2 Exercícios.....	5
1.2.1 Questão 1)	5
1.2.2 Questão 2)	7

1. Lista D

1.1 Exemplo

Simulação numérica de sistema linear:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu - \text{Equações diferenciais (equações de estado)} \\ y &= Cx + Du - \text{Equações algébricas (equações de saída)} \end{aligned}$$

No caso do exemplo do reservatório:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -\frac{1}{2S} \sqrt{\frac{\rho g}{Rh_0}} x + \frac{1}{S} u \\ y &= +1x + 0u \end{aligned} \right\} \begin{aligned} A &= -\frac{1}{2S} \sqrt{\frac{\rho g}{Rh_0}}; B = \frac{1}{S}; C = 1; D = 0 \end{aligned}$$

Resultado:

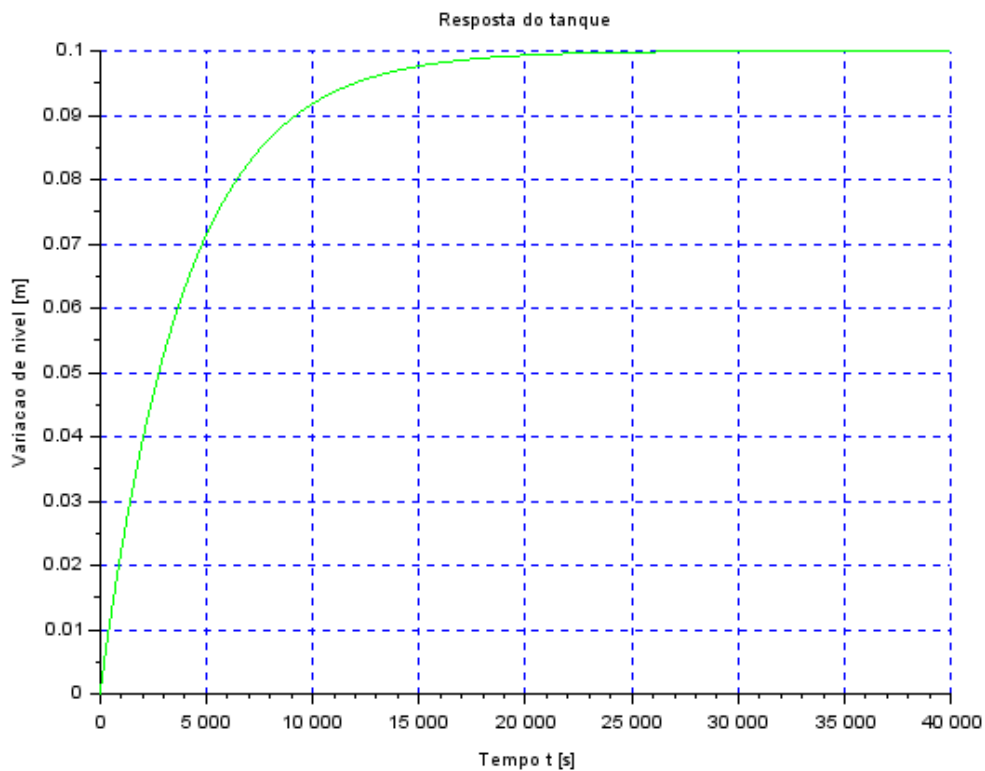


Figura 1: Resposta do tanque

O código Scilab desenvolvido para a resolução desse exemplo é o seguinte:

```
// Simulacao de sistema linear
// Eh sempre melhor apagar as variaveis anteriores
clear all

// Definir parametros:
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada

// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
// contínuo no tempo

// Definir a condicao inicial:
x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio

// Definir o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;

// Definir o vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);

// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);

// Plotando o resultado em verde:
plot2d(t,y,3)

// Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
xtitle("Resposta do tanque", "Tempo t [s]", "Variacao de nivel [m]");

// Colocando uma grade azul no grafico:
xgrid(2)
```

1.2 Exercícios

1.2.1 Questão 1)

1 - Faça as modificações adequadas para se poder desenhar e comparar os gráficos da resposta do sistema não linear e linear. Faça as simulações dos sistemas linear e não linear considerando que o reservatório parte do nível $h = 2$ m, mas com vazão de entrada nula. Compare as respostas.

Nesse primeiro exercício, o intuito é comparar os resultados das simulações dos sistemas linear e não linear, partindo de uma altura inicial de 2 metros e uma vazão nula na entrada. Já era esperado que fossem observadas diferenças nas simulações, devido ao fato de que há simplificações entre os modelos de simulação empregados.

Resultado:

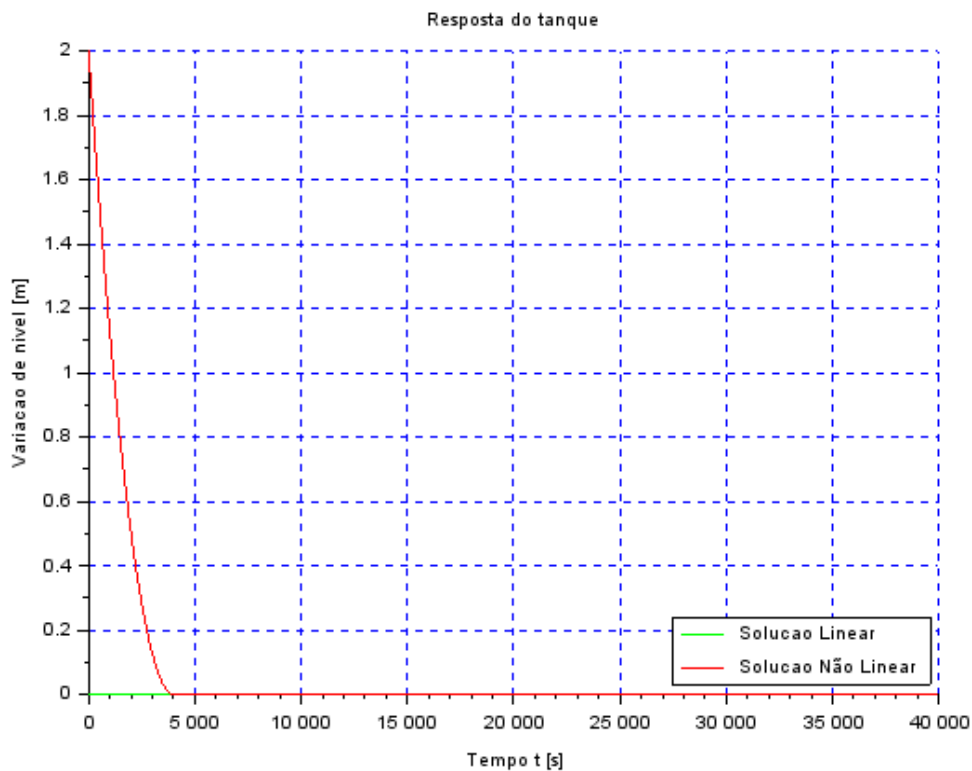


Figura 2: Simulação Linear e Não Linear

Como podemos observar na simulação, a diferença entre as soluções se dá no instante de decaimento inicial, uma vez que a solução linear se mostra essencialmente precisa somente no ponto de equilíbrio.

Nessa questão, foi empregado o seguinte código de simulação em Scilab:

```
// Simulacao de sistema linear
clear all
// Definir parametros:
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
Qei=0.01*(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada

// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D);

// Definir a condicao inicial:
x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio

// Definir o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;
// Definir o vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);

// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
// Simulacao de sistema nao linear
function [hdot]=tanque(t, h, Qe)
hdot=(-sqrt(rho*g*h/R)+Qe(t))/S
endfunction

// Integração nao linear:
h=ode(h0,t(1),t,list(tanque,entrada));

// Plotando os resultados:
plot2d(t,y,3)
plot2d(t,h,5)

// Colocando uma grade azul no grafico:
xgrid(2)

// Titulo da figura e nomeação dos eixos:
xtitle("Resposta do tanque", "Tempo t [s]", "Variacao de nivel [m]");

// Legenda
legends(["S:olucao Linear", "Solucao Não Linear"], [3,5], 4)
```

1.2.2 Questão 2)

2 - Obtenha o modelo matemático do circuito elétrico mostrado abaixo e compare com o modelo linear do sistema com um reservatório. Faça simulações e compare qualitativamente com os resultados do exercício 1 (sistema linear).

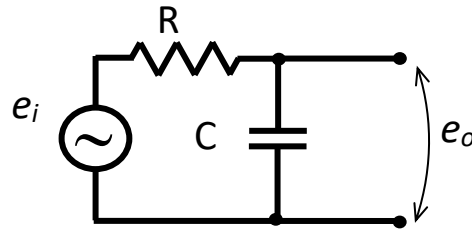


Figura 3: Circuito Elétrico

A simulação do circuito pode ser descrita pela seguinte relação:

$$e_i = R \cdot i + e_o \quad (1)$$

Como temos que:

$$i = \dot{q} \quad (2)$$

$$C = \frac{q}{e_o} \rightarrow e_o = \frac{q}{C} \quad (3)$$

Basta substituir na primeira equação:

$$e_i = R \cdot \dot{q} + \frac{q}{C} \quad (4.1)$$

$$\dot{q} = \frac{e_i}{R} + \frac{q}{RC} \quad (4.2)$$

A equação (4.2) é análoga a questão do reservatório

$\dot{x} = -\frac{1}{2S} \sqrt{\frac{\rho g}{Rh_0}} x + \frac{1}{S} u$ fazendo as seguintes relações:

$$\begin{cases} R = S \\ C = 2 \cdot \sqrt{\frac{Rh_0}{\rho g}} \\ e_i = u \end{cases}$$

Resultado:

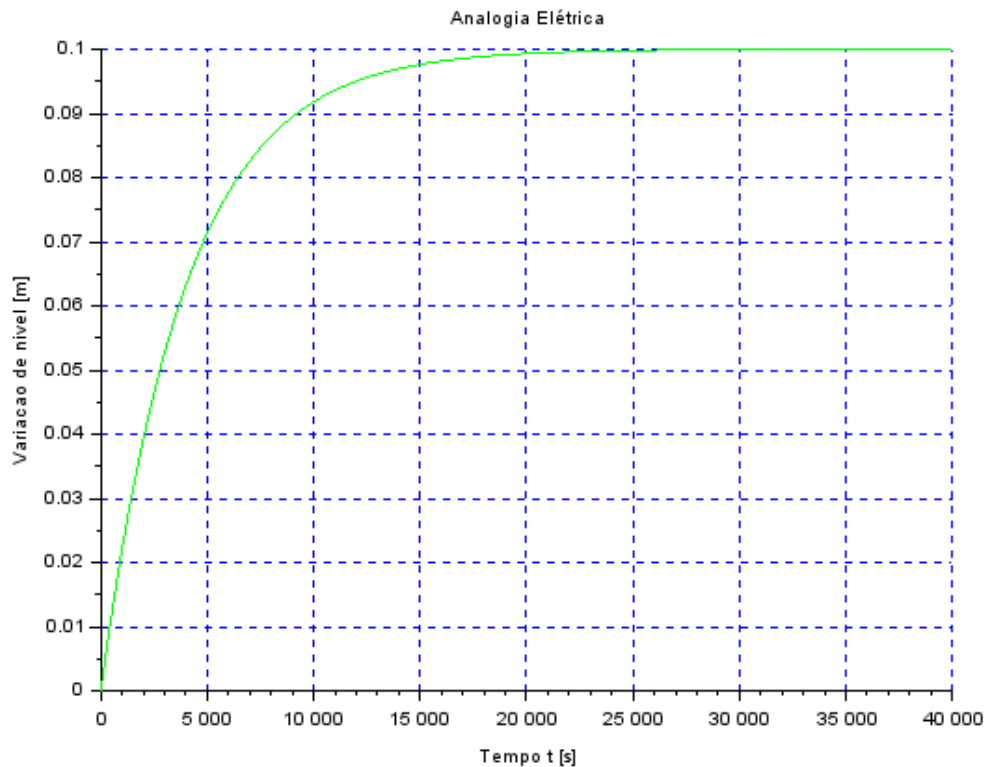


Figura 4: Simulação pela analogia elétrica

A partir do resultado observado, pode-se dizer que a equivalência entre as simulações obtidas pela simulação linear e pela analogia elétrica são completas. O que foi feito nessa simulação em questão foi basicamente uma troca de variáveis que não alterou em nada o gráfico final observado, que também pode ser observado na figura 1 desse relatório.

O código Scilab utilizado nessa simulação foi o seguinte:

```
// Analogia Elétrica
clear all // "Apagando as variáveis anteriores"

S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa específica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superfície da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada

// Analogias:
```



```

Res = S; //Resistência
C = 2*sqrt((R*ho)/(rho*g)); // Capacitância
ei = Qei; //Tensão de alimentação

// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A = (-1/(2*Res))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B = 1/Res;
C = 1;
D = 0;

eletrico=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema é contínuo no tempo

// Definindo a condição inicial:
x0=0; // [m] desvio inicial do nível em relação ao equilíbrio

// Definindo o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;

// Definir o vetor de entradas:
u = ei*ones(t);

[y,x]=csim(u,t,eletrico,x0);

// Plotando o resultado:
plot2d(t,y,3);

// Colocando uma grade azul no gráfico:
xgrid(2)

// Colocando um título na figura e nomeando os eixos:
xtitle("Analogia Elétrica", "Tempo t [s]", "Variação de nível [m]");

```