

# **PME 3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos**

---

## **Lista D**

---

**Mariana Claudino Pin 9348644**

## Exercícios

**1) Faça as modificações adequadas para se poder desenhar e comparar os gráficos da resposta do sistema não linear e linear. Faça as simulações dos sistemas linear e não linear considerando que o reservatório parte do nível  $h = 2$  m, mas com vazão de entrada nula. Compare as respostas.**

### Código:

```
// Parametros:
S = 10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho = 1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g = 10; // [m/s^2] aceleracao da gravidade na superficie da Terra
R = 2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho = 2; // [m] nivel do reservatorio em regime
Qei = 4.8e-7; // [m^3/s] vazao na entrada

// Vetor de instantes de tempo:
t = 0:10:40000;

// Condicao inicial:
h0 = 2; // [m]

//-----
// Sistema Linear
// Resultado armazenado na variavel y

// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A = (-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B = 1/S;
C = 1;
D = 0;
tanque = syslin('c', A, B, C, D); // o parametro 'c' indica que o
// sistema e continuo no tempo

// Definir o vetor de entradas:
u = Qei*ones(t);
// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y, x] = csim(u, t, tanque, h0);

//-----
// Sistema Nao-Linear
// Resultado armazenado na variavel h

//Funcao derivada de h no modelo nao-linear
function [dh]=hderiv(t, h, Qe)
    dh = (-sqrt(rho*g*h/R) + Qe(t))/S;
endfunction

//Funcao entrada Qe:
function [u]=Qe(t)
    u = Qei;
endfunction

// Simulacao numerica:
h = ode(h0, t(1), t, list(hderiv, Qe));

z = zeros(h)
```

```

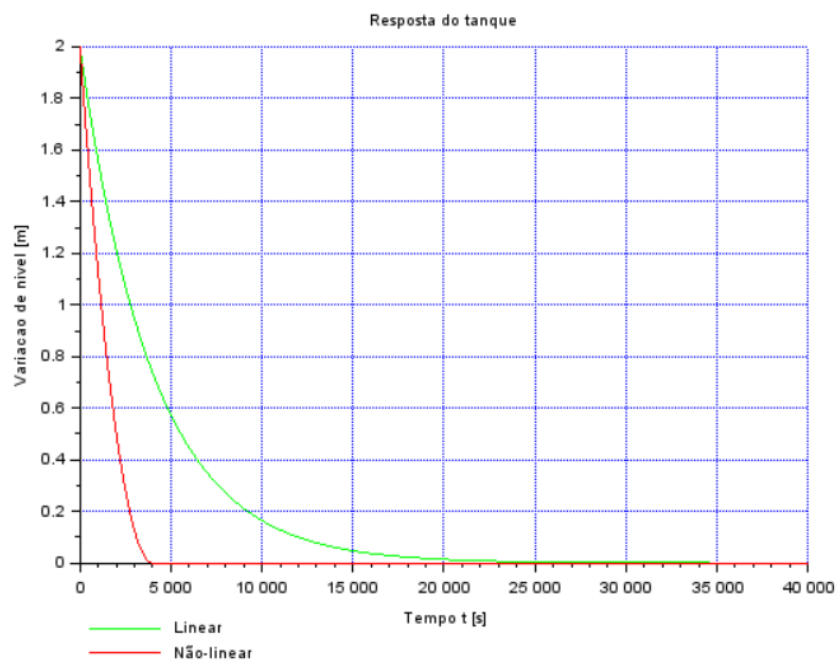
for i = 1:length(h)
    z(i) = h(i) - ho
end

//-----
//Grafico
plot2d(t, [y; h]', [3 5], leg = "Linear@N\u00e3o-linear");

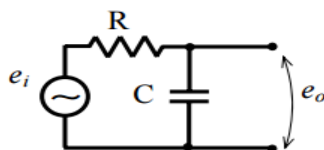
// Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
// Colocando uma grade azul no grafico:
xgrid(2);

```

## Gr\u00e1fico:



2) Obtenha o modelo matem\u00e1tico do circuito el\u00e9trico mostrado abaixo e compare com o modelo linear do sistema com um reserv\u00e1rio. Fa\u00e7a simula\u00e7\u00f5es e compare qualitativamente com os resultados do exerc\u00edcio 1 (sistema linear).



Usando a segunda lei de Kirchhoff \u00e9 poss\u00edvel obter a seguinte express\u00e3o:

$$e_i = R \cdot i + e_o$$

$$i = C D e_o$$

$$Q = C e_o$$

$$e_i = R \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} \qquad \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{CR} Q = \frac{e_i}{R}$$

Solução:

$$Q(t) = -e_i C (1 - e^{\frac{t}{CR}})$$

Comparando com o modelo de um reservatório, usando a analogia elétrica 2, podemos comparar o circuito RC com um reservatório de uma entrada, para representar o capacitor e o resistor do circuito. Para representar a fonte de tensão é possível usar uma bomba de pressão na entrada do reservatório.

Comparando com as respostas do primeiro exercício, podemos notar que formato do gráfico do circuito RC é análogo ao da resposta linear, por apresentarem equações diferenciais semelhantes.

### **Código:**

```
clear
clc

//Parametros
C = 1;
R = 10;
ei = 100;

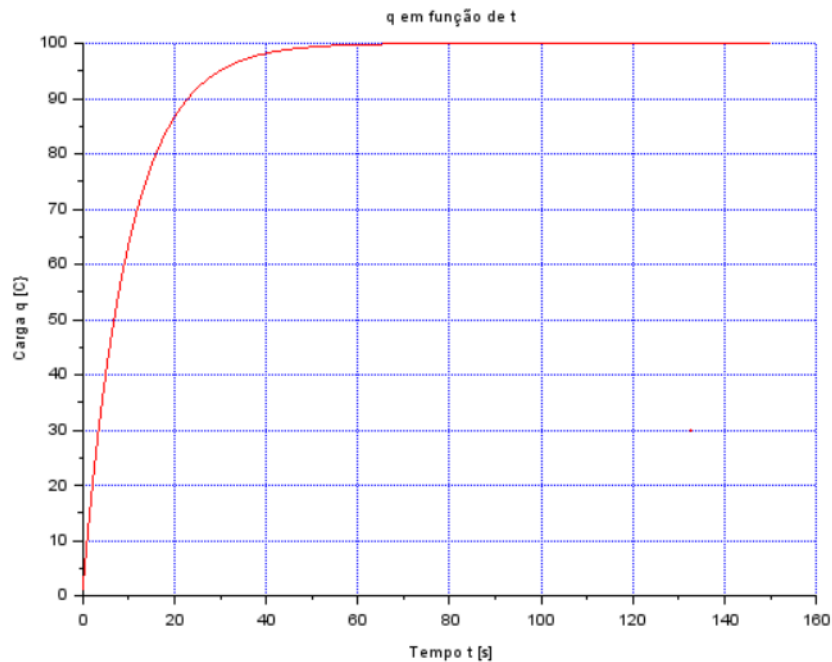
//Vetores
q0=1;
q=[];
t= 0:0.5:150;

function [dq]=qdot(t, q)
    dq = -(1/(C*R))*q + ei/R;
endfunction

q = ode(q0, t(1), t, qdot);

plot2d(t,q, 5);
xlabel("q em função de t", "Tempo t [s]", "Carga q [C]");
xgrid(2);
```

## Gráfico:



## Lição de casa

1) Usando a abordagem vista nestes exemplos, faça a simulação do sistema com dois reservatórios, supondo o modelo linear:

### **Código:**

```
clear all

// Definir parametros:
rho= 1000;
g= 10;
Ra= 2e8;
Rs= 2e8;
S1= 3;
S2= 5;
//Variáveis:
Qei=2.5e-3; // [m^3/s] vazao na entrada
//Outros:
h10=(Qei^2/(rho*g))*(Ra+Rs)
h20=(Qei^2)*Rs/(rho*g)
```

```

// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=[-(sqrt(rho*g/Ra))*((h10-h20)^(-1/2))/(2*S1),(sqrt(rho*g/Ra))*((h10-h20)^(-1/2))/(2*S1);
(sqrt(rho*g/Ra))*((h10-h20)^(-1/2))/(2*S2),-(sqrt(rho*g)/(2*S2))*(((h10-h20)^(-1/2))/sqrt(Ra))+((h20^(-
1/2))/sqrt(Rs)))]];
B=[1/S1,0;0,0];
C=[1,0;0,1];
D=[0,0;0,0];
tanque=syslin('c',A,B,C,D); /

x0=[0;0];

t=0:10:40000;

u=[Qei*ones(t);Qei*ones(t)];
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
plot2d(t,y(1,:),3)
plot2d(t,y(2,:),2)
xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
xgrid(2)

```

### **Gráfico:**

