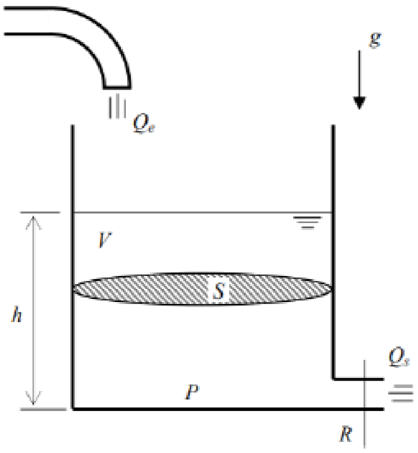
PME 3380 – MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

Lista D – 01/10/2020

Lucas Nigro Matheo – 10772911

Exercício 1 - Faça as modificações adequadas para se poder desenhar e comparar os gráficos da resposta do sistema não linear e linear. Faça as simulações dos sistemas linear e não linear considerando que o reservatório parte do nível h = 2 m, mas com vazão de entrada nula. Compare as respostas.

O sistema referido é o do reservatório mostrado na imagem abaixo:



Na lista B nos é fornecido que a equação diferencial que rege o sistema é:

$$\dot{h} = \left(-\sqrt{\frac{\rho g h}{R}} + Q_e\right)\frac{1}{S}$$

A linearização do sistema é fornecida no enunciado da lista D:

$$\dot{x} = \underbrace{-\frac{1}{2S}\sqrt{\frac{\rho g}{R h_o}}}_{A}x + \underbrace{\frac{1}{S}}_{B}u \qquad \text{(equações diferenciais)}$$

$$y = \underbrace{+1}_{C}x + \underbrace{0}_{D}u \qquad \text{(equações algébricas)}$$

Definimos os seguintes parâmetros:

Área da seção do reservatório (A): 10 m2

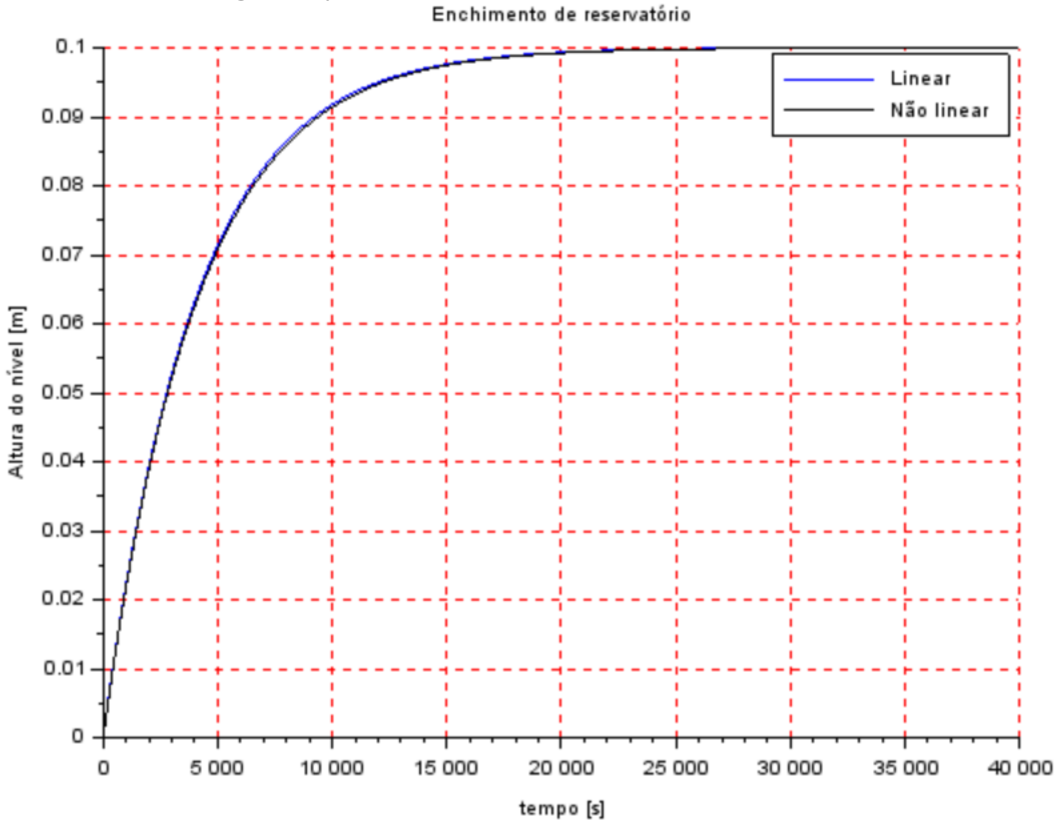
H0 = 2 m (nível inicial)

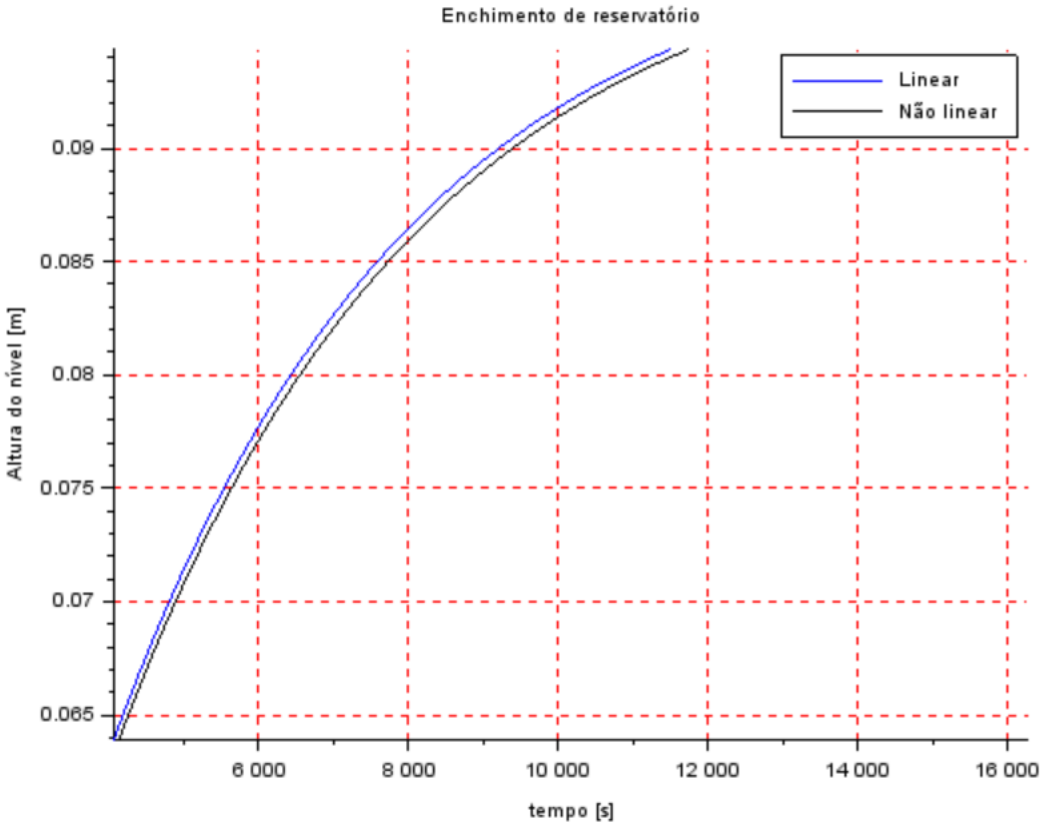
Hi = 0,1m (nível adicional)

Rho = 1000 kg/m3 (massa específica)

g = 10m/s2

Utilizando o código 1, presente no anexo, obtemos:

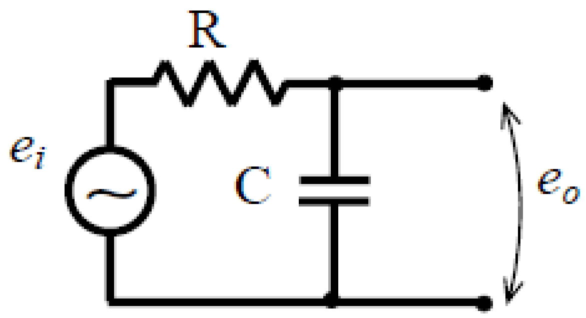




Os dois gráficos demonstram a mesma situação. O primeiro demonstra o comportamento do sistema até a condião final e, para o segundo, foi utilizado um intervalo de termpo de 4000s a 10000s para demonstrar a diferença se comportamento entre linear e não linear.

Exercício 2 - Obtenha o modelo matemático do circuito elétrico mostrado abaixo e compare com o modelo linear do sistema com um reservatório. Faça simulações e compare qualitativamente com os resultados do exercício 1 (sistema linear).

O modelo é:



Aplicando as leis de Kirchkoff para a malha, obtemos:

$$e1 - Ri - \frac{i}{CD} = 0$$

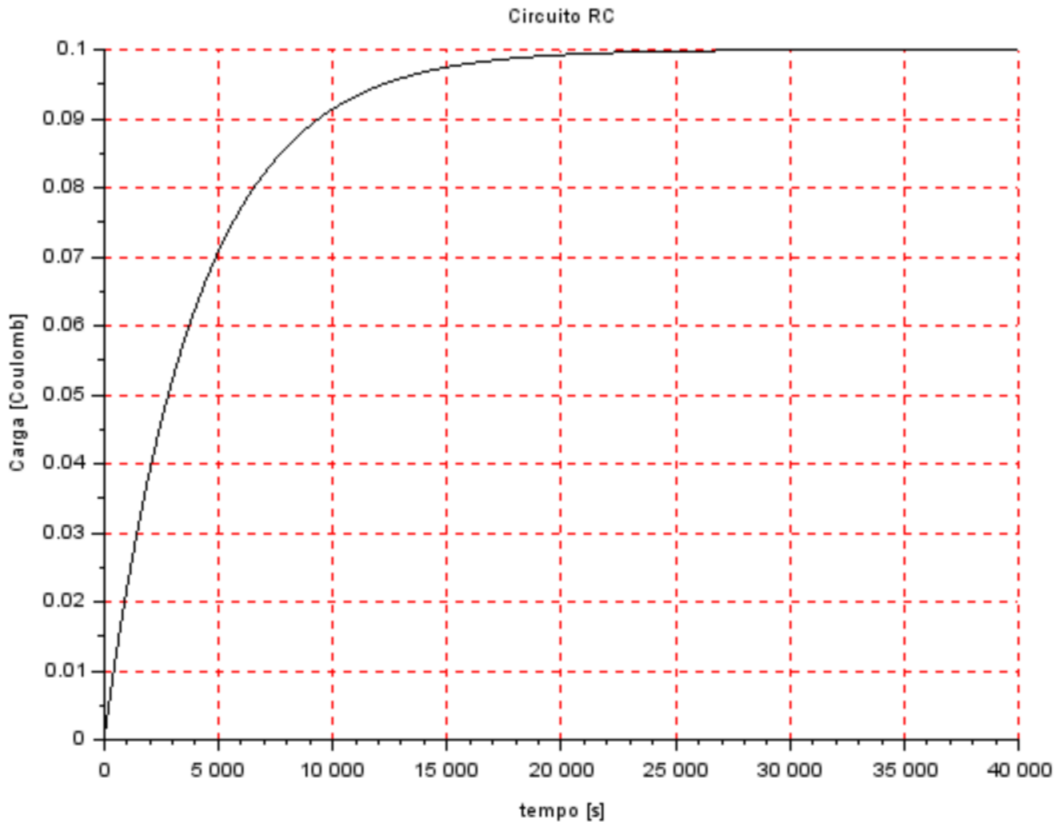
Em termos de carga, $i = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$

$$R\dot{q} + \frac{1}{C}q = e1$$

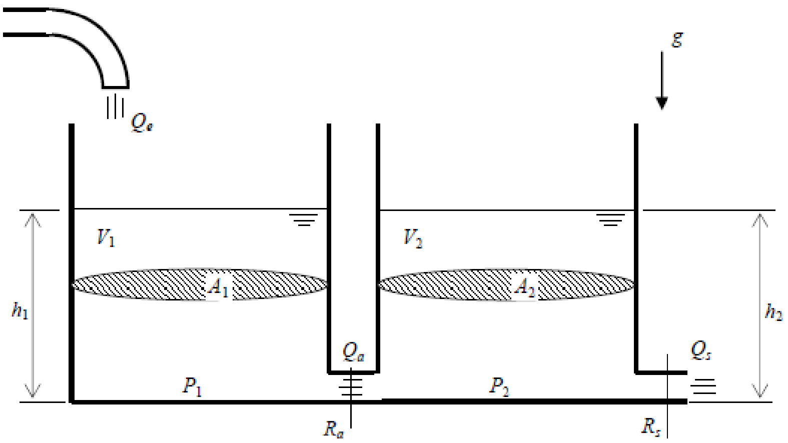
Dessa forma ficamos com:

$$\dot{q} = \frac{e1}{R} - \frac{q}{CR}$$

O sistema é portanto análogo ao anterior (reservatório). Tal afirmação faz sentido, fazendo um paralelo com os termos capacitância e resistência fluídicas. O código, portanto, será o mesmo. Apenas os parâmetros serão diferentes. Alterando o código já existente para o sistema de reservatório, obtemos a seguinte resposta:



Tarefa de Casa - Usando a abordagem vista nestes exemplos, faça a simulação do sistema com dois reservatórios, supondo o modelo linear:

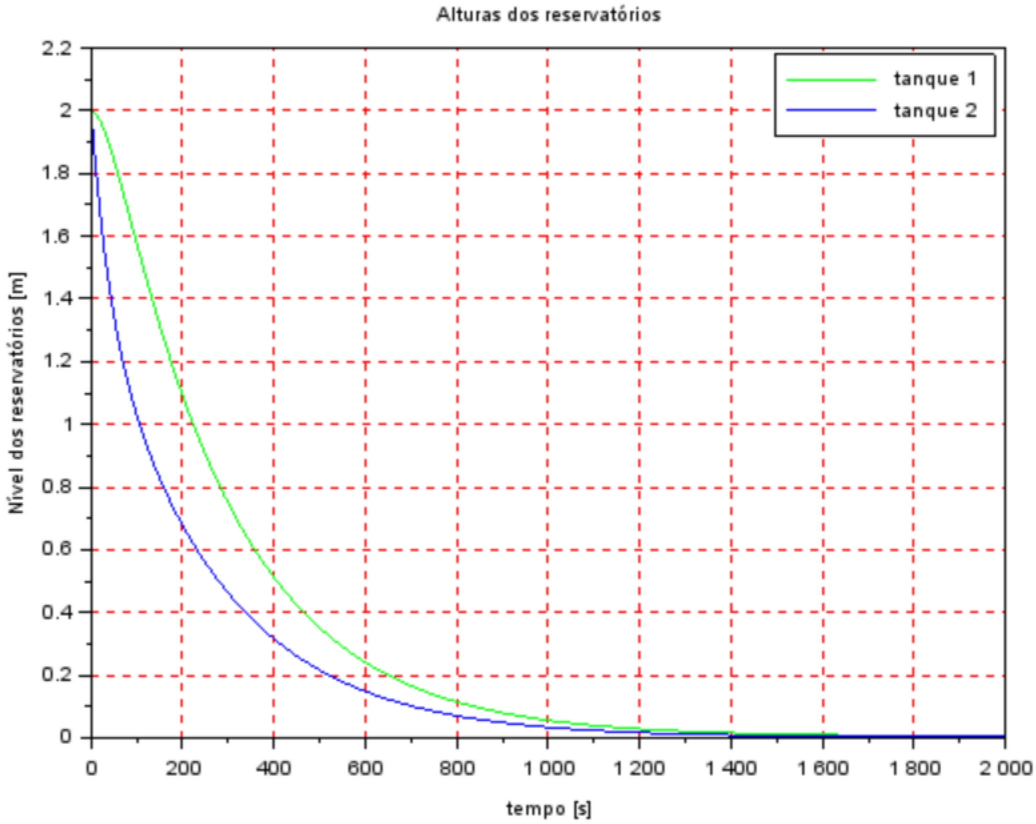


Da lista anterior sabemos que:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2S_1}\sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_{1o}-h_{2o})}} & \frac{1}{2S_1}\sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_{1o}-h_{2o})}} \\ \frac{1}{2S_2}\sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_{1o}-h_{2o})}} & -\frac{1}{2S_2}\left(\sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_{1o}-h_{2o})}}+\sqrt{\frac{\rho g}{R_s \cdot h_{2o}}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{S_1} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Considerando que as resistências R sejam iguais para os dois reservatórios e que eles apresentem mesma área S = 10m2. Estamos modelando para h01 = h02 = 2m. Obtivemos, para 2000 s:



ANEXO:

EXERCÍCIO 1 (formato do código serve tanto para os reservatórios como para o circuito RC)

```
//Lucas Nigro Mateo 10772911 ---- 01/10/2020

clear all
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada
// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh continuo no tempo
//condicao inicial:
x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
// Definir o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;
// Definir o vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);
// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
//Modelo de variação da altura não linear

function [u]=vazao(t)
u=Qei;
endfunction

function [hp]=Nlinear(t, h, Qe)
hp = (Qe(t)-sqrt(rho*g*h/R))/S
endfunction

//Cálculo da vazão de entrada inicial
Qei = sqrt(rho*g*(ho+hi)/R);
//Cálculo da altura do tanque não linear por ode
h = ode(ho,t(1),t,list(Nlinear,vazao))
f1=scf(1)
plot2d(t,y,2) //Plot linear
plot2d(t,h-ho) //Plot não linear
hl=legend(['Linear';'Não linear']);
xtitle("Enchimento de reservatório","tempo [s]","Altura do nível [m]");
xgrid(5)
```

EXERCÍCIO PARA CASA:

```
//Lucas Nigro Matheo - 10772911 ----01/10/2020

clear all
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nível adicional desejado
```

```
Qei=1/2*sqrt(rho*g/(ho*R))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada
h01=2; // [m] nivel do reservatorio na condicao inicial
h02=2; // [m] nivel do reservatorio na condicao inicial
// Definir o vetor t de instantes de tempo:
t=0:10:2000; // vetor de tempo. Observe que t(1) eh o instante inicial
//Para o sistema linear
// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=rho*g/2/Qei*[-1/(S*R), 1/(S*R);1/(S*R), -1/S*(1/R+1/R)];
B=[1/S;0];
C=[1, 0;0, 1];
D=[0;0];
tanque=syslin('c',A,B,C,D);

u=Qei*ones(t);

[y,x]=csim(u,t,tanque,[h01;h02]);
f1 = scf(1)
plot(t,y(1,:),"g");
plot(t,y(2,:),"b");
legend(["tanque 1";"tanque 2"]);
xtitle("Alturas dos reservatórios","tempo [s]","Nível dos reservatórios [m]")
xgrid(5)
```