

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo



**Lista D – PME3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos**

Turma 1

Professor: Agenor de Toledo Fleury

Aluno: Henrique Silva Barbeta

Número USP: 10769323

São Paulo

## Sumário

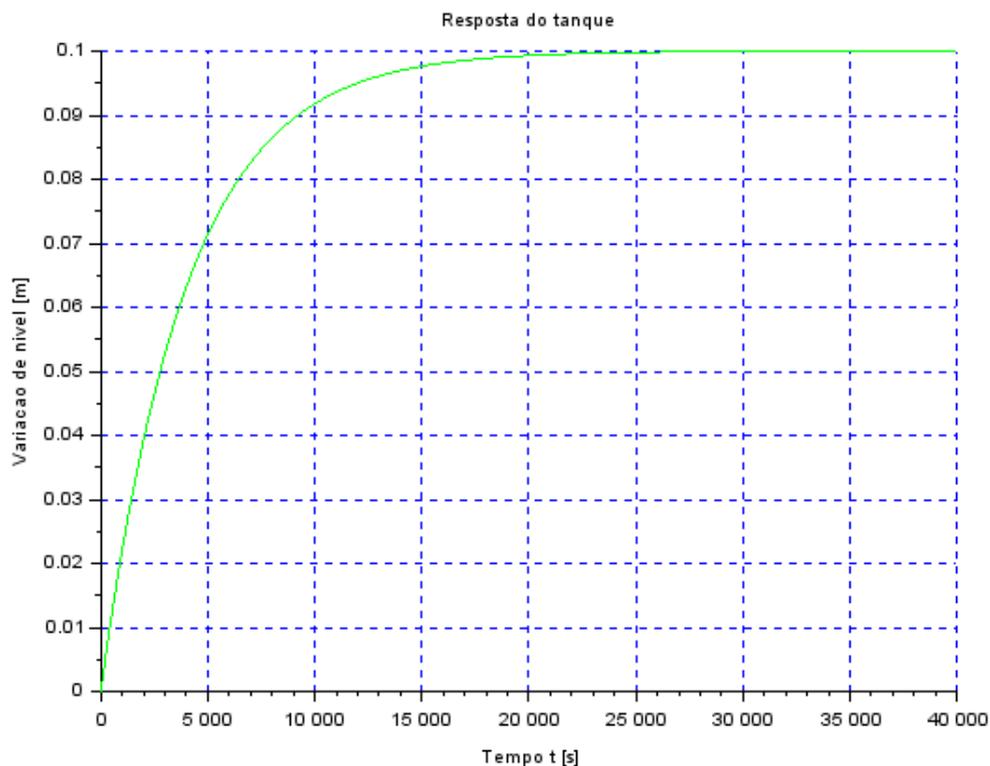
1. Equação Diferencial Ordinária Linear.....	2
2. Exercícios.....	3
2.1. Simulações dos sistemas linear e não linear considerando que o reservatório parte do nível $h = 2$ m, mas com vazão de entrada nula.....	3
2.2. Modelo matemático do circuito elétrico e comparativo com o modelo linear do sistema com um reservatório.....	5
3. Lição de casa.....	7
3.1. Usando a abordagem vista nestes exemplos, faça a simulação do sistema com dois reservatórios .....	7
3.2. Desenvolva um circuito elétrico análogo ao sistema com dois reservatórios.....	7

## 1. Equação Diferencial Ordinária Linear

Na primeira parte, o que será feito é seguir as instruções e mostrar os resultados obtidos. Foi criado o arquivo "simulinear.sce" com o código abaixo:

```
// Simulacao de sistema linear
// Eh sempre melhor apagar as variaveis anteriores
clear all
// Definir parametros:
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada
// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
// contínuo no tempo
// Definir a condicao inicial:
x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
// Definir o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;
// Definir o vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);
// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
// Plotando o resultado em verde:
plot2d(t,y,3)
// Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
// Colocando uma grade azul no grafico:
xgrid(2)
```

Após isso, utilizou-se o comando --> exec('C:\Users\hsbar\Documents\Lista-D\simulinear.sce') para executar, o que retornou o seguinte gráfico:



## 2. Exercícios

2.1. Simulações dos sistemas linear e não linear considerando que o reservatório parte do nível  $h = 2$  m, mas com vazão de entrada nula.

Para fazer tal exercício, foi utilizado o código abaixo:

```
// Eh sempre melhor apagar as variaveis anteriores
clear all
// Carregar a funcao que implementa o modelo matematico do sistema
// Use o caminho correto em seu computador:
exec("C:\Users\hsbar\Modelagem-ListaC\reservatorio.sci");
// Definir parametros:
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
Qei=sqrt(rho*g*(ho+hi)/R); // [m^3/s] vazao na entrada

h0=2; // [m] nivel do reservatorio na condição inicial
// Definir o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;
// Comando que realiza a simulacao numerica
```

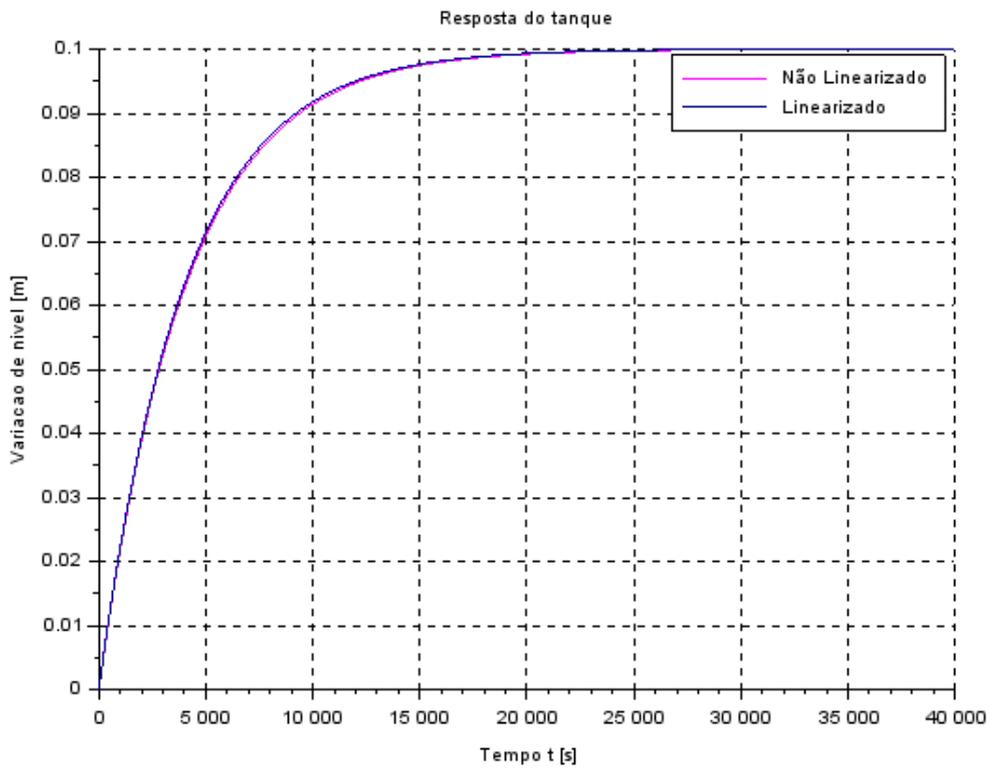
```

h=ode(h0,t(1),t,list(tanque,entrada));
for i=1:length(h)
    h(i)=h(i)-ho;
end
// Linearizar
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi;// [m^3/s] vazao na entrada
// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
// contínuo no tempo
// Definir a condicao inicial:
x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
// Definir o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;
// Definir o vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);
// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);

scf(0);
// Plotando o resultado em rosa:
plot2d(t,h,6)
// Plotando o resultado em azul marinho:
plot2d(t,y,9)
// Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
// Colocando uma grade preta no grafico:
xgrid(1)
// colocando legenda:
hl=legend(['Não Linearizado';'Linearizado']);
xs2png(gcf(), 'plot.png');

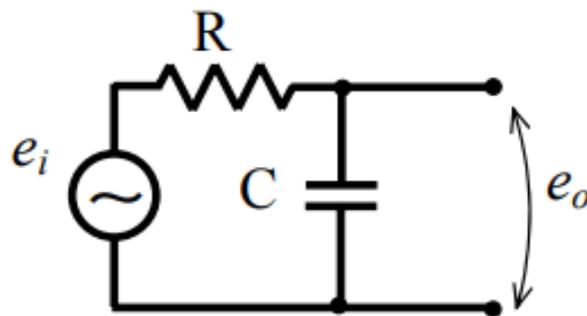
```

A partir dele foi obtido o resultado comparativo abaixo:



Pode-se notar que não há grandes variações entre o sistema linearizado e o não linearizado, ou seja, a solução linear pode ser usada sem grandes implicações de erro, nesse caso.

## 2.2. Modelo matemático do circuito elétrico e comparativo com o modelo linear do sistema com um reservatório.



Aplicando a lei de Kirchhoff para a malha determinada acima:

$$e_i - e_o - R \cdot i - \frac{1}{C} \int i dt = 0$$

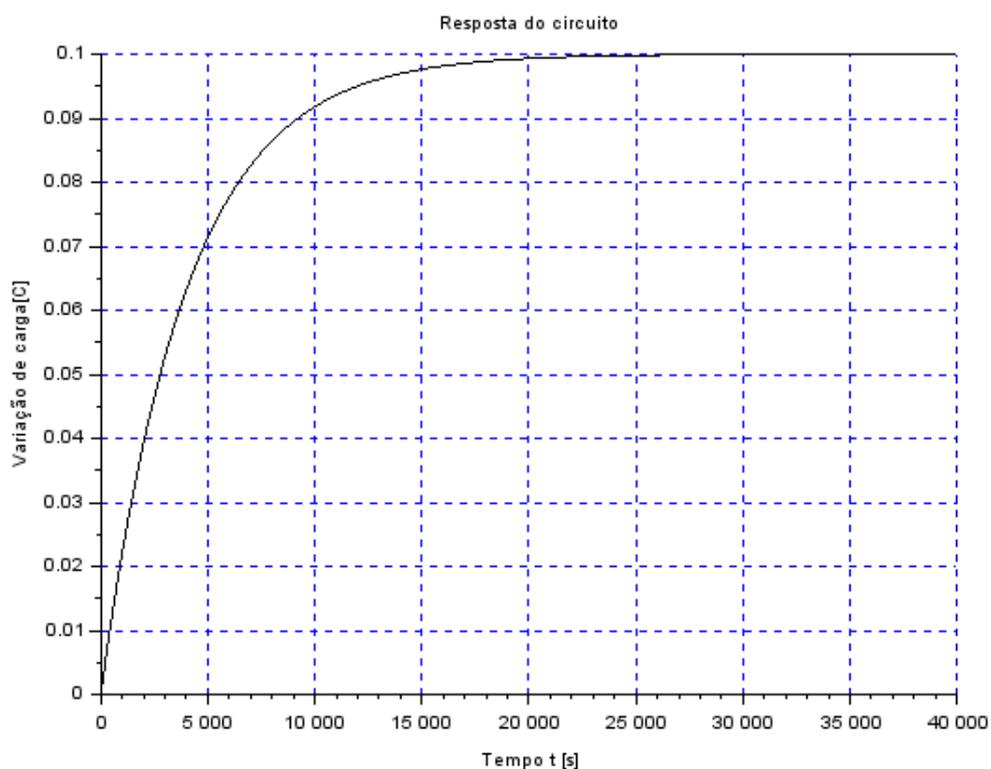
Podemos, então, fazer uma analogia com a eq. Linearizada do reservatório, do seguinte modo:

- $R = 1;$
- $C = 2S \sqrt{\frac{Rh_o}{\rho g}};$
- $e_i = \frac{Q_{ei}}{S};$
- $e_o = 0;$
- $i = dh.$

Com isso, o código abaixo foi feito:

```
// Definição do arquivo que implementa a simulação:
clear //apaga as variáveis anteriores
// Definir parâmetros:
S=10; // [m^2] Área da seção transversal do reservatório
rho=1000; // [kg/m^3] massa específica da água
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superfície da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parâmetro que relaciona pressão e vazão
ho=2; // [m] nível do reservatório em regime
Qei=0.1; // [m^3/s] vazão na entrada
c=2*S*sqrt(R*ho/(rho*g));
// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=-1/c;
B=1;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D);
// Definir a condição inicial:
x0=0; // [m] desvio inicial do nível em relação ao equilíbrio
// Definir o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;
// Definir o vetor de entradas:
u=((1/2)*sqrt(1000*10/(2*10^8*2))*0.1/10)*ones(t);
// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
// Plotando o resultado em preto:
plot2d(t,y,1)
// Colocando um título na figura e nomeando os eixos:
xtitle("Resposta do circuito", "Tempo t [s]", "Variação de carga[C]");
// Colocando uma grade azul no gráfico:
xgrid(2)
```

A partir dele, obteve-se o seguinte gráfico:



### 3. Lição de casa

3.1. Usando a abordagem vista nestes exemplos, faça a simulação do sistema com dois reservatórios

Não consegui realizar esta tarefa.

3.2. Desenvolva um circuito elétrico análogo ao sistema com dois reservatórios

Henrique Barbet 2

