

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo



Lista D de Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

Prof. Dr. Decio Crisol Donha

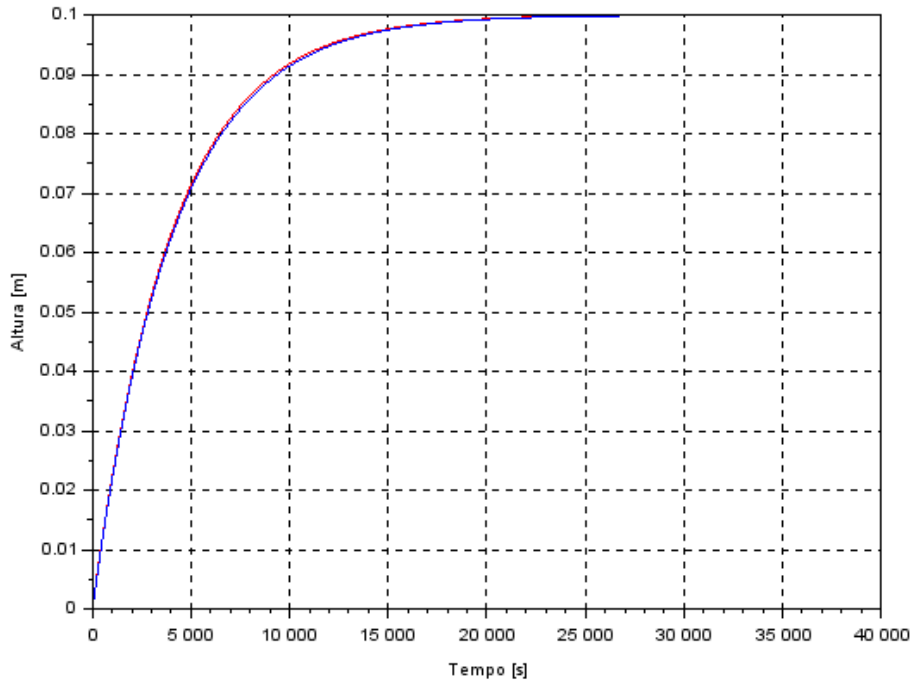
Pedro Pires Sulzer

10705940

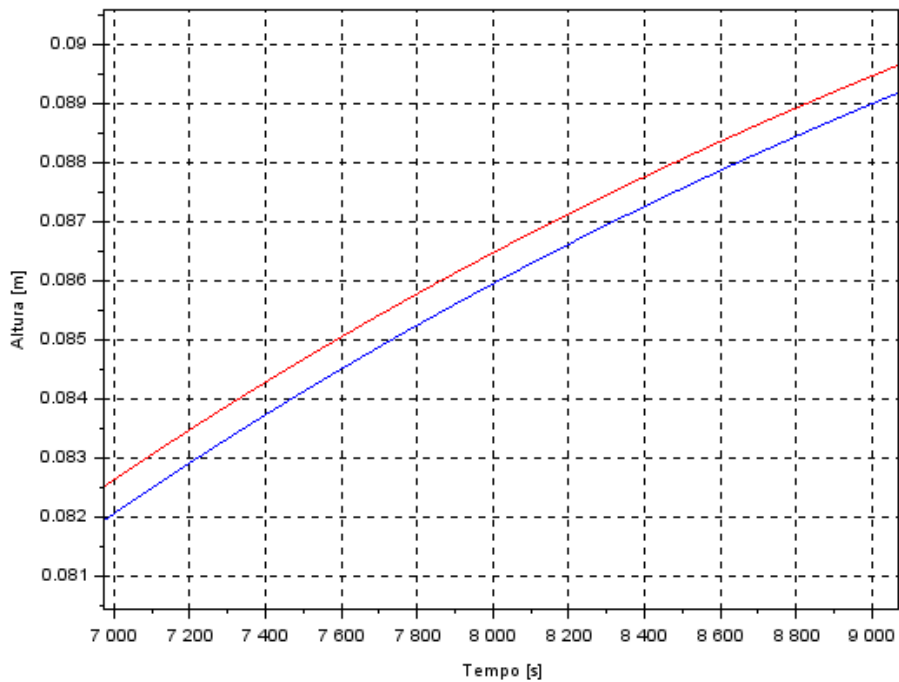
01 de outubro de 2020

1 - Faça as modificações adequadas para se poder desenhar e comparar os gráficos da resposta do sistema não linear e linear. Faça as simulações dos sistemas linear e não linear considerando que o reservatório parte do nível $h = 2$ m, mas com vazão de entrada nula. Compare as respostas.

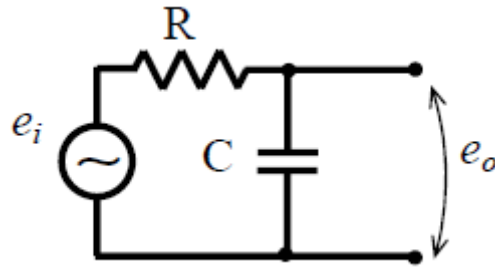
Dessa maneira, solucionando o problema não-linear e linearizado os seguintes resultados são obtidos:



Para que se possa visualizar melhor a diferença entre as soluções aplicou-se um zoom, obtendo-se o gráfico abaixo, no qual é possível ver que a diferença entre as soluções é de um atraso de aproximadamente 100 segundos ou 1 milímetro:



2 - Obtenha o modelo matemático do circuito elétrico mostrado abaixo e compare com o modelo linear do sistema com um reservatório. Faça simulações e compare qualitativamente com os resultados do exercício 1 (sistema linear).



LEI DE KIRCHOFF P/ A MALHA DADA

$$e_i - RI - \frac{1}{C} \int I dt = 0$$

SUBSTITUINDO $\int I dt = q(t)$:

$$e_i - R\dot{q} - \frac{1}{C} q = 0$$

RESOLVENDO A EQUAÇÃO DIFERENCIAL CHEGA-SE A:

$$q(t) = C_1 e^{-\frac{t}{RC}} + C_2 e_i$$

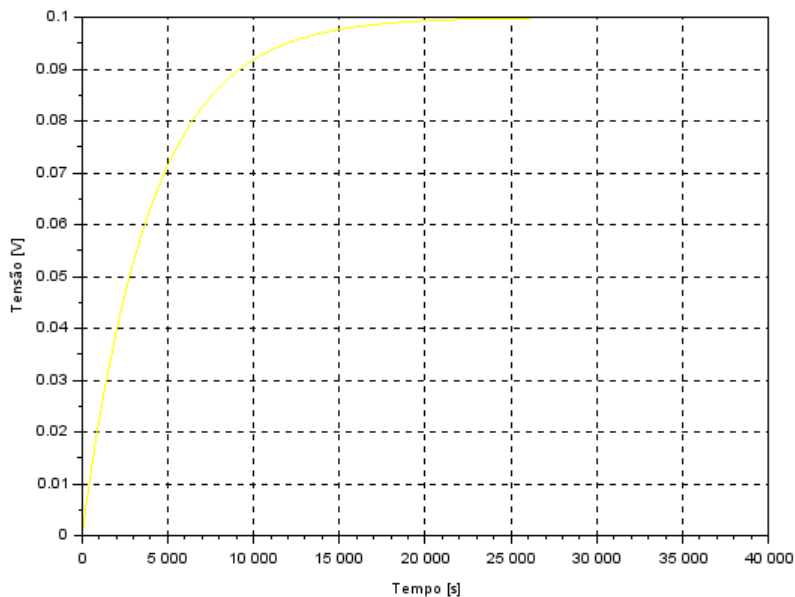
COM A CONDIÇÃO INICIAL $V_c(0) = e_o \Rightarrow C_1 = C e_o$

$$q(t) = C e_o e^{-\frac{t}{RC}} + C_2 e_i$$

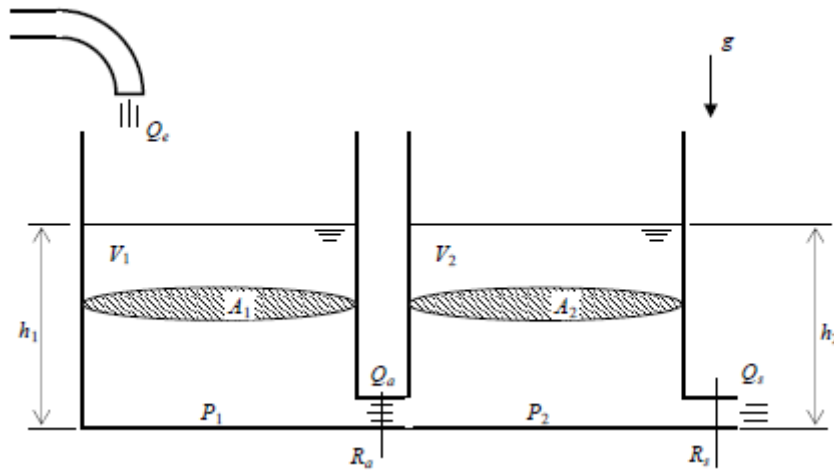
$$I(t) = \dot{q}(t) = -\frac{C e_o}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + C_2 \dot{e}_i$$

$$V(t) = V_o (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

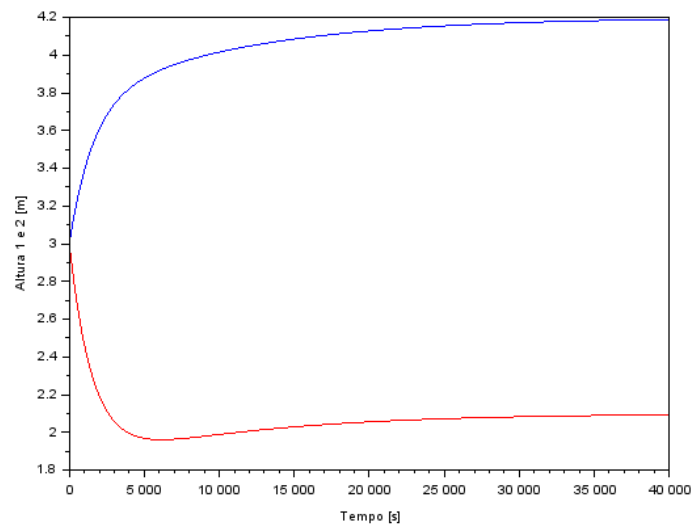
Após certa variação das constantes pode-se chegar ao seguinte gráfico, o qual se assemelha muito ao obtido no item anterior, provando para esse caso a eficácia da modelagem de um sistema hidráulico por meio de um circuito elétrico:



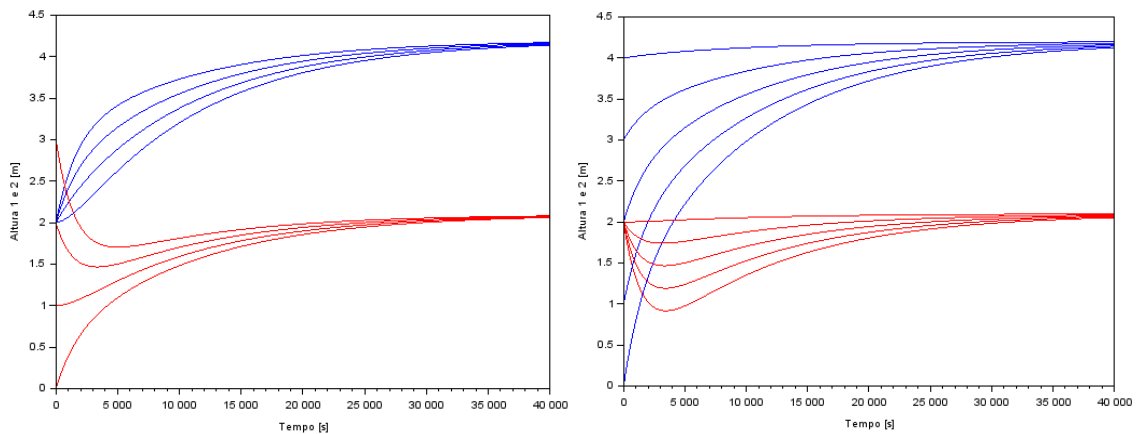
3 - Usando a abordagem vista nestes exemplos, faça a simulação do sistema com dois reservatórios, supondo o modelo linear:



Após a simulação com o código em anexo, foi obtido o seguinte gráfico para ambas as alturas iniciais iguais a 3m:



Para uma melhor visualização do comportamento de ambos os reservatórios simulou-se também a variação (separadamente) do comportamento de cada um dos reservatórios com diferentes excitações (parâmetros iniciais):



Código utilizado:

Item 1:

```
1 clear all
2 //definição das constantes e das variáveis dadas no enunciado no SI
3 //área da seção transversal
4 S = 10;
5 //perda de carga
6 R = 200000000;
7 //massa específica da água
8 p = 1000;
9 //gravidade
10 g = 10;
11 // [m] nível do reservatório em regime
12 ho=2;
13 // [m] nível adicional desejado
14 hi=0.1;
15 //vazão de entrada
16 Qei=(1/2)*sqrt(p*g/(R*ho))*hi;
17 //Definir o sistema linear usando o comando syslin:
18 A=(-1/(2*S))*sqrt(p*g/(R*ho));
19 B=1/S;
20 C=1;
21 D=0;
22 tanque=syslin('c',A,B,C,D);
23 //tempo de simulação
24 T=0:10:40000;
25 //Definir a condição inicial:
26 //desvio inicial do nível em relação ao equilíbrio
27 x0=0;
28 //Definir o vetor de entradas:
29 u=Qei*ones(t);
30 //Simulando o sistema usando o comando csim:
31 [y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
32 //Modelo de variação da altura não-linear
33 function [hp]=tanquenLin(t,h,Qe)
34 ... hp = (Qe(t)-sqrt(p*g*h/R))/S
35 endfunction
36 //Definição das vazões de entrada constante no tempo como vetor
37 function [u]=entrada(t)
38 ... u=Qei;
39 endfunction
40 //Cálculo da vazão de entrada inicial
41 Qei = sqrt(p*g*(ho+hi)/R);
42 //Cálculo da altura do tanque não-linear por ode
43 h = ode(ho,t(1),t,list(tanquenLin,entrada));
44 //plot das duas funções juntas para análise da sobreposição e
45 //evidenciação das diferenças entre os métodos
46 scf(1)
47 plot(t,y,'r') //Plot linear
48 plot(t,h-ho) //Plot não-linear
49 xlabel("Tempo [s]")
50 ylabel("Altura [m]")
51 //Colocando uma grade azul no grafico:
52 xgrid(1)
53
```

Item 3:

```
1 clear all
2 //definição das constantes e das variáveis dadas no enunciado no SI
3 //área da seção transversal
4 S = 10;
5 //perda de carga
6 R = 200000000;
7 //massa específica da água
8 p = 1000;
9 //gravidade
10 g = 10;
11 // [m] nível do reservatório em regime
12 ho=2;
13 // [m] nível adicional desejado
14 hi=0.1;
15 //vazão de entrada
16 Qei=sqrt(p*g*(ho+hi)/R)
17 //tempo de simulação
18 T=0:10:40000;
19 //Alturas iniciais dos reservatórios:
20 hol = 3;
21 ho2 = 3;
22 //função para definir cada variação de altura a ser integrada
23 function dy=alturasnumericas(t, y)
24     dy(1) = -(1/(2*S))*((rho*g)/(Qei*R))*(y(1)-y(2)) + Qei/(2*S)
25     dy(2) = (1/(2*S))*((rho*g)/(Qei*R))*(y(1)-y(2)) - (1/(2*S))*((rho*g)/(Qei*R))
26     *y(2)
27 endfunction
28 //Integração numérica
29 H = ode([hol;ho2],0,t,alturasnumericas);
30 h1 = H(1,:);
31 h2 = H(2,:);
32 //Plot das soluções:
33 scf(1)
34 xlabel("Tempo [s]")
35 ylabel("Altura 1 e 2 [m]")
36 plot(t,h1)
37 plot(t,h2,'r')
```