

**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**SAMUEL ALVES DA S. JUNIOR N°USP: 10769639**

**PME3380 – MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS**

**(LISTA D)**

**SÃO PAULO, SP**

**2020**

## Sumário

<b>Exercícios</b> .....	3
Exercício 1 .....	3
Exercício 2 .....	4
Exercício 3 .....	5
Exercício 4 .....	6
Códigos.....	6

## Lista de Figuras

Figura 1: Equações referentes ao exercício 1 .....	3
Figura 2: Equações referentes ao exercício 2 .....	4
Figura 3: Equações referentes ao exercício 3 .....	5
Figura 4: Circuito obtido por analogia .....	6

## Lista de Gráficos

Gráfico 1: Resposta obtida no primeiro exercício .....	3
Gráfico 2: Variação da corrente no circuito.....	4
Gráfico 3: Análise sistema com dois reservatórios .....	5

## Exercícios

### Exercício 1

Faça as modificações adequadas para se poder desenhar e comparar os gráficos da resposta do sistema não linear e linear. Faça as simulações dos sistemas linear e não linear considerando que o reservatório parte do nível  $h = 2$  m, mas com vazão de entrada nula. Compare as respostas.

Na figura 1 são mostradas as equações utilizadas para a realização do exercício pedido

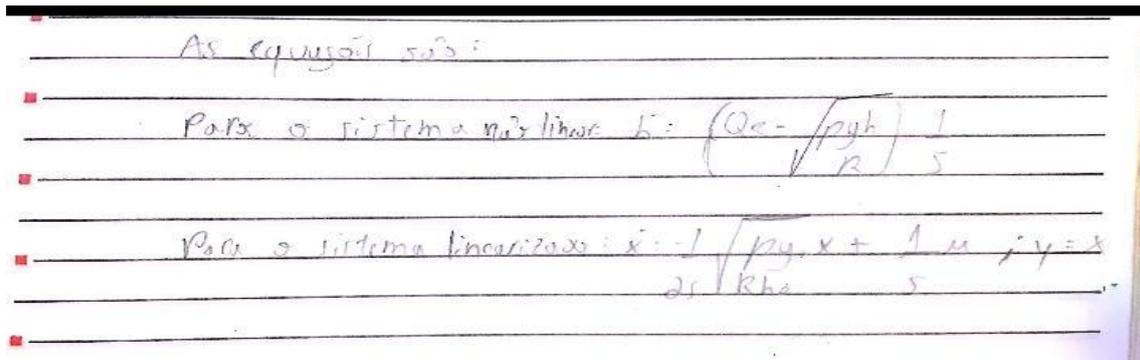


Figura 1: Equações referentes ao exercício 1

No gráfico 1 é mostrado o comportamento do sistema não linear e do linearizado, em que nota-se, como esperado, ao comparar que os comportamentos são semelhantes.

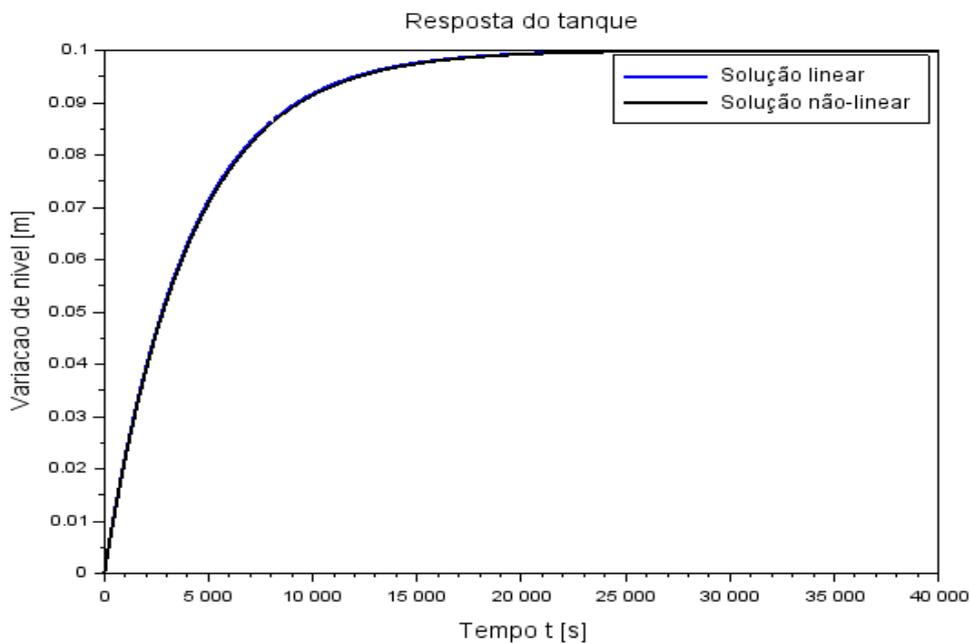


Gráfico 1: Resposta obtida no primeiro exercício

## Exercício 2

Obtenha o modelo matemático do circuito elétrico mostrado abaixo e compare com o modelo linear do sistema com um reservatório. Faça simulações e compare qualitativamente com os resultados do exercício 1 (sistema linear).

A partir da Lei das malhas, foi obtida a equação mostrada na figura 2, na sequência foi simulado o comportamento da corrente no circuito que é mostrado no gráfico 2.

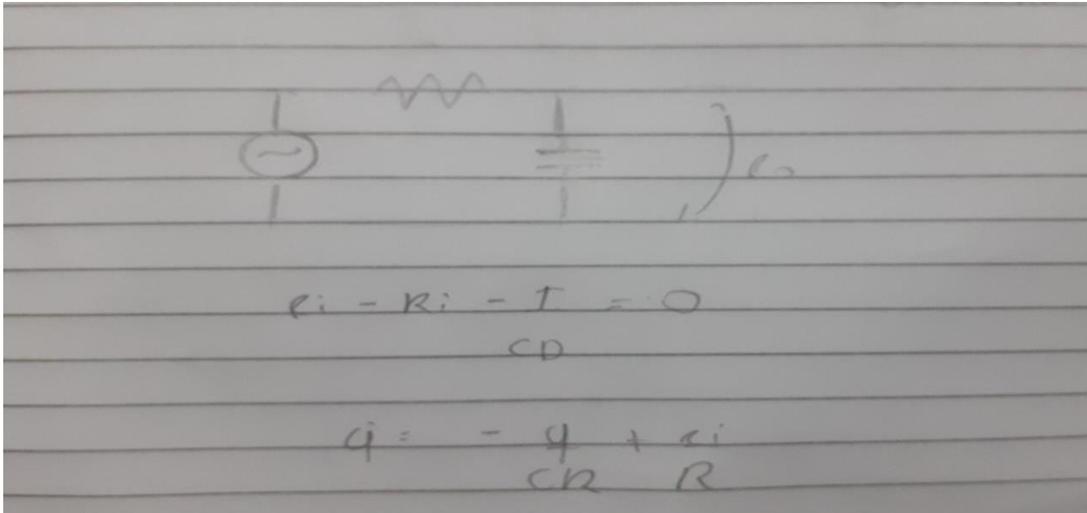


Figura 2: Equações referentes ao exercício 2

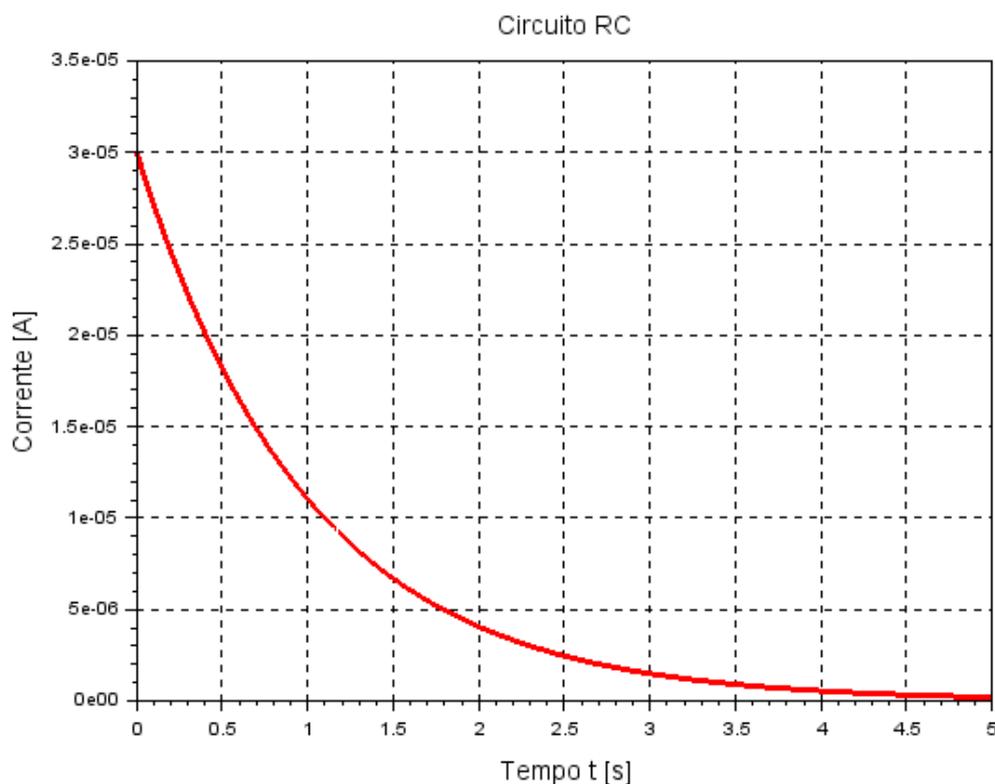


Gráfico 2: Variação da corrente no circuito

### Exercício 3

Usando a abordagem vista nestes exemplos, faça a simulação do sistema com dois reservatórios, supondo o modelo linear:

A partir das equações que modelam o sistema, chegou-se as equações da figura 3

$$\dot{x} = Ay + By$$

$$y = Cy$$

$$A = \frac{1}{2Qc} \begin{bmatrix} -\frac{1}{S_1 R_1} & \frac{1}{S_1 R_1} \\ \frac{1}{S_1 R_1} & -\frac{1}{S_2 \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Figura 3: Equações referentes ao exercício 3

Na sequência foi simulado o comportamento do sistema com dois reservatórios para as alturas de 4 e 8 metros, que é mostrado no gráfico 3, em que é possível notar que os dois tanques esvaziam em momentos próximos, além de que nota-se que o tanque 1 só inicia seu processo de esvaziamento a partir do momento que o tanque 2 atinge o mesmo nível o que ocorre devido a pressão igual no fundo dos dois reservatórios.

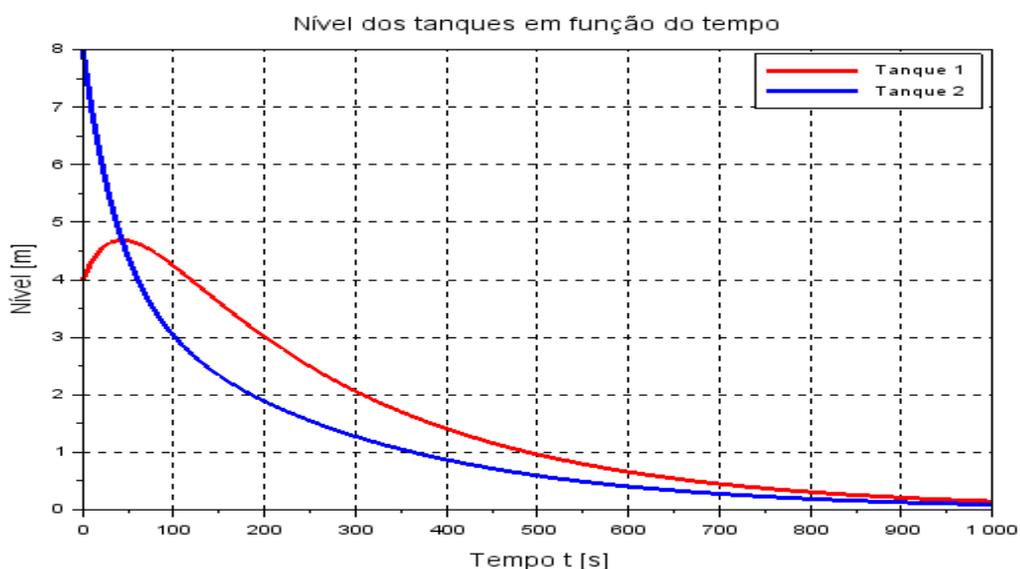


Gráfico 3: Análise sistema com dois reservatórios

## Exercício 4

**Desenvolva um circuito elétrico análogo ao sistema com dois reservatórios.**

Na figura 4 é mostrado o circuito pedido.

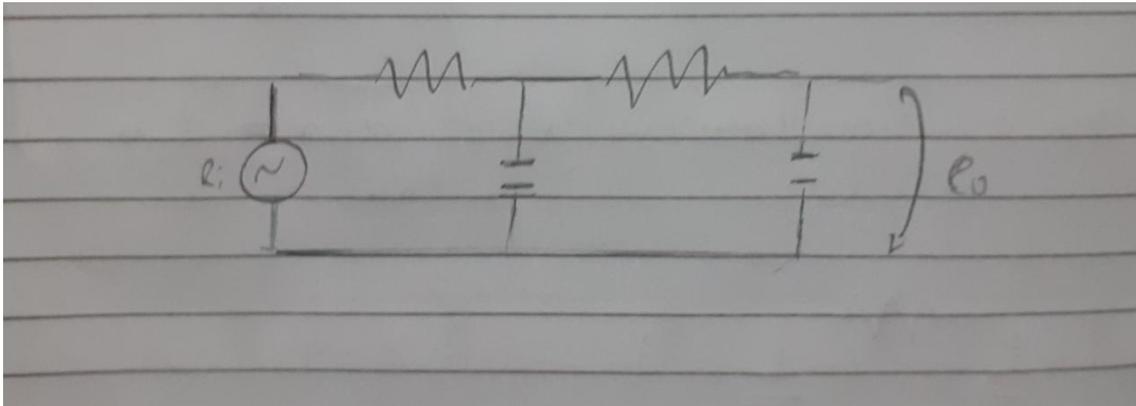


Figura 4: Circuito obtido por analogia

## Códigos

```
clear
clc
xdel(winsid())

// Definir parametros:
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada
// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D);
// Definir a condicao inicial:
x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
h0 = ho + x0; // [m] Altura inicial do tanque
// Definir o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;
// Definir o vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);
// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
Qei=sqrt(rho*g*(ho+hi)/R);
// Solução numérica do problema não-linear:
funcprot(0);
function fun=naolinear(t, h)
fun =(-sqrt(rho*g*h/R)+Qei)*(1/S)
endfunction
y_nl = ode(h0,t(1),t,naolinear);
// Plot dos resultados
scf(1);
plot(t,y);
plot(t,y_nl - ho,'black');
xlabel("Resposta do tanque", "Tempo t [s]", "Variacao de nivel [m]");
```

```
legend(['Solução linear';'Solução não-linear'],[1,5],1)
```

```
eo = 3;  
R=100*10^3;  
C=10*10^-6;  
t=0:0.001:5;  
function [x]=corrente(t)  
x = eo/R*exp(-t/(R*C));  
endfunction  
i=corrente(t)
```

```
f2 = scf ( 2 ) ;  
plot(t,i,'red');  
xlabel("Circuito RC", "Tempo t [s]", "Corrente [A]");  
xgrid(1)
```

```
clear  
clc  
xdel(winsid())
```

```
// Definir parametros:  
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio  
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua  
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra  
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao  
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime  
hi=0.1; // [m] nível adicional desejado  
Qei=1/2*sqrt(rho*g/(ho*R))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada  
// Definir a condicao inicial:  
h0_1=4; // [m] nivel do reservatorio na condicao inicial  
h0_2=8; // [m] nivel do reservatorio na condicao inicial  
// Definir o vetor t de instantes de tempo:  
t=0:10:1000; // vetor de tempo. Observe que t(1) eh o instante inicial  
//Para o sistema linear  
// Definir o sistema linear usando o comando syslin:  
Ra=R  
Rs=R  
S1=S  
S2=S  
A=rho*g/2/Qei*[-1/(S1*Ra), 1/(S1*Ra);1/(S2*Ra), -1/S2*(1/Ra+1/Rs)];  
B=[1/S;0];  
C=[1, 0;0, 1];  
D=[0;0];  
tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh  
// contínuo no tempo  
// Definir o vetor de entradas:  
u=Qei*ones(t);  
// Simulando o sistema usando o comando csim:  
[y,x]=csim(u,t,tanque,[h0_1;h0_2]);  
// Plotando o resultados:  
  
f2 = scf ( 2 ) ;  
plot(t,y(1,:), 'r', t,y(2,:), 'b');  
legend(["Tanque 1";"Tanque 2"]);  
xlabel("Nível dos tanques em função do tempo", "Tempo t [s]", "Nível [m]");  
xgrid(1)
```