



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Lista D

Nome: Yago Neves Yang

Número USP: 10772626

Disciplina: PME3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Docentes: Décio Crisol e Agenor Fleury

São Paulo

2020

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	3
2	EXERCÍCIOS PROPOSTOS.....	3
2.1	RESERVATÓRIO ÚNICO.....	3
2.1.1	<i>Comparação dos modelos linear e não linear.....</i>	3
2.1.2	<i>Analogia elétrica</i>	4
2.2	DOIS RESERVATÓRIOS	5
2.2.1	<i>Simulação considerando o modelo linear</i>	5
2.2.2	<i>Analogia elétrica</i>	6
3	BIBLIOGRAFIA	7
4	APÊNDICE	7
4.1	CÓDIGO 1	7
4.2	CÓDIGO 2	8

1 INTRODUÇÃO

O objetivo da quarta lista é fazer a comparação da resposta dos sistemas de reservatórios estudados nas listas anteriores para os modelos lineares e não lineares associados à modelagem destes sistemas. Além disso, também será feito uma breve análise com relação à analogia entre estes sistemas fluídicos e sistemas elétricos equivalentes.

2 EXERCÍCIOS PROPOSTOS

2.1 Reservatório único

2.1.1 Comparação dos modelos linear e não linear

Para o primeiro exercício, será feita a comparação entre o comportamento do nível da água em um único reservatório para os modelos linear e não linear que representam este sistema. Com tal objetivo será empregado o código 1 – com os parâmetros utilizados comentados neste – presente no apêndice ao final deste relatório.

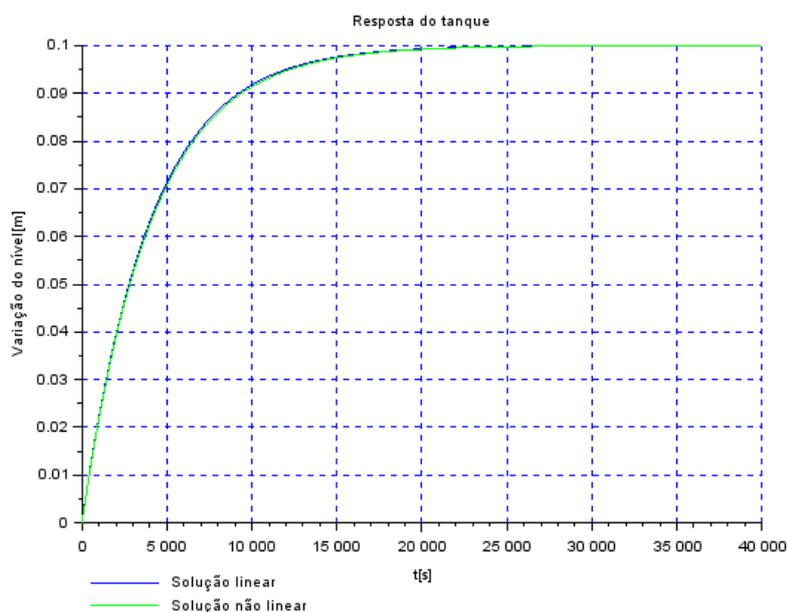


Figura 1 - Gráfico da simulação comparativa entre os modelos propostos

Observa-se que não há grandes diferenças entre os modelos linear e não linear para o caso do modelo de um reservatório.

Faz-se ainda uma breve ressalva de que o exercício requeria que fosse utilizada uma vazão de entrada nula, porém o resultado linear obtido para tal foi uma reta constante e nula e, portanto, divergente com aquilo que seria esperado (tanque esvaziando uma vez que este possui uma saída). Logo este último resultado acabou não sendo incluído neste relatório.

2.1.2 Analogia elétrica

No segundo exercício é apresentado o seguinte circuito elétrico que pode ser resolvido pela lei dos nós de Kirchoff.

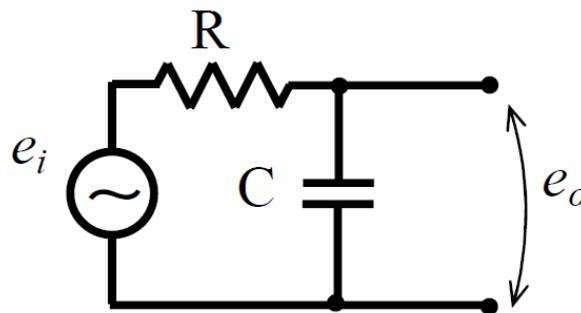


Figura 2 - Circuito para o segundo exercício

Para a malha do circuito apresentado acima, tem-se o seguinte desenvolvimento.

$$e_i + Ri + \frac{i}{C} = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \rightarrow e_i + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow \dot{q} + \frac{q}{RC} + \frac{e_i}{R} = 0$$

Pela equação diferencial obtida pode-se notar que esta apresenta certa semelhança com aquela não linear vista na terceira lista para o caso de um reservatório. Assim para valores de e_i , R e C adequados de forma que as constantes de ambas as equações fiquem similares, é esperado que ambas

as equações diferenciais retornem resultados numéricos semelhantes dentro de suas respectivas grandezas envolvidas.

2.2 Dois reservatórios

2.2.1 Simulação considerando o modelo linear

Neste terceiro exercício será feita a simulação do sistema composto por dois reservatórios considerando-se o modelo linear desenvolvido na lista anterior a esta. O sistema linear referente à tal sistema pode ser definido da seguinte maneira.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\rho g}{2S_1 R_1 Q_{ec}} & \frac{\rho g}{2S_1 R_1 Q_{ec}} \\ \frac{\rho g}{2S_2 R_1 Q_{ec}} & \frac{1}{S_2} \cdot \left(-\frac{\rho g}{2R_2 Q_{ec}} - \frac{\rho g}{2R_1 Q_{ec}} \right) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ S_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

$$y = Cx + Du$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para tanto será empregado o código 2 presente no apêndice deste relatório e através da execução deste chegou-se ao seguinte resultado para a variação do nível de água nos reservatórios.

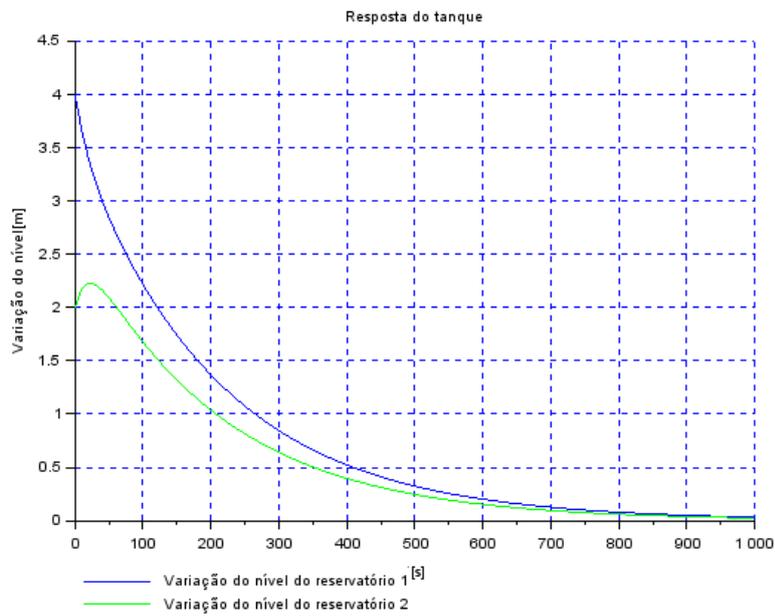


Figura 3 - Simulação do sistema de dois reservatórios para o modelo linear

2.2.2 Analogia elétrica

Por fim, para o quarto exercício pode-se empregar um raciocínio semelhante àquele utilizado para construir-se o circuito elétrico análogo ao sistema com apenas um reservatório, para construir-se o circuito análogo ao sistema com dois reservatórios. Assim, tem-se a seguinte representação para este último sistema.

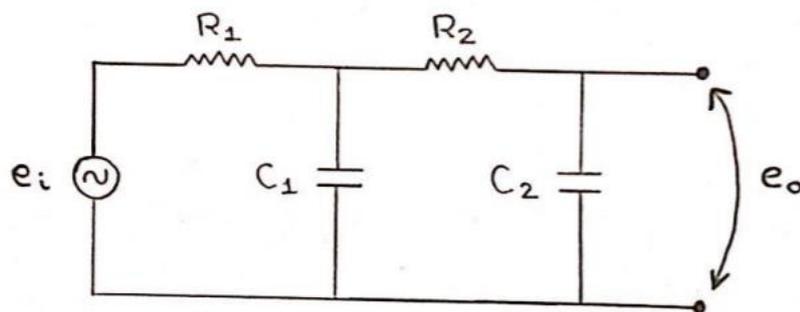


Figura 4 - Circuito elétrico análogo para o sistema com dois reservatórios

3 BIBLIOGRAFIA

Autor desconhecido – **Lista D** – Acesso em 28/09/2020. Documento PDF disponível no site da disciplina de PME3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos.

4 APÊNDICE

4.1 Código 1

```
// Simulação do sistema linear - Um reservatório
clear all

// Parâmetros:
S=10; // [m^2] Area da seção transversal do reservatório
rho=1000; // [kg/m^3] Massa específica da água
g=10; // [m/s^2] Aceleração da gravidade na superfície da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] Paraâmetro que relaciona pressão e vazão
ho=2; // [m] Nível do reservatório em regime
hi=0.1; // [m] Nível adicional desejado
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] Vazão na entrada

// Definindo o sistema linear usando o comando syslin:
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D); // O parâmetro 'c' indica que o sistema é contínuo no tempo

// Condição inicial:
x0=0; // [m] Desvio inicial do nível em relação ao equilíbrio
// Vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;
// Vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);

// Sistema não linear:
// Cálculo da vazão para o sistema não linear:
Qei_nl=sqrt(rho*g*(ho+hi)/R);
// Definição da função que implementa a entrada Qe:
function u=Qe(t)
u=Qei_nl;
endfunction
// Definição da função que implementa a equação não linear:
function hdot=tanque_nlin(t, h)
hdot=(-sqrt(rho*g*h/R)+Qe(t))/S
endfunction
// Simulando o sistema linear usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
// Simulando o sistema não linear usando a função ode:
```

```

h=ode(ho,t(1),t,tanque_nlin);
// Plotando os resultados:
plot2d(t',[y',(h-ho)],[2,3],leg="Solução linear@Solução não linear");
// Título da figura e nomeando os eixos:
xtitle("Resposta do tanque","t[s]","Variação do nível[m]");
// Colocando uma grade azul no gráfico:
xgrid(2)

```

4.2 Código 2

```

// Simulação do sistema linear - Um reservatório
clear all

// Parâmetros:
S1 = 10.0; // Área da seção transversal do reservatório 1 [m^2]
R1 = 2*10^8; // Perda de carga do reservatório 1 [Pa/((m^3*s)^2)]
S2 = 7.5; // Área da seção transversal do reservatório 2 [m^2]
R2 = 10^8; // Perda de carga do reservatório 2 [Pa/((m^3*s)^2)]
rho = 1000.0; // Massa específica da água [kg/m^3]
g = 10.0; // Aceleração da gravidade [m/s^2]
ho=2; // [m] Nível do reservatório 1 em regime
hi=0.1; // [m] Nível adicional desejado
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] Vazão na entrada

// Definindo o sistema linear usando o comando syslin:
A=[(-rho*g)/(R1*S1*Qei),(rho*g)/(R1*S1*Qei);(rho*g)/(R1*S2*Qei),(-
1/S2)*(((rho*g)/(2*R2*Qei))+((rho*g)/(2*R1*Qei)))]];
B=[1/S1;0];
C=[1,0;0,1];
D=[0;0];
tanque=syslin('c',A,B,C,D); // O parâmetro 'c' indica que o sistema é contínuo no tempo

// Condição inicial:
x0_1=4; // [m] Desvio inicial do nível do reservatório 1 em relação ao equilíbrio
x0_2=2; // [m] Desvio inicial do nível do reservatório 2 em relação ao equilíbrio
// Vetor de instantes de tempo:
t=0:10:1000;
// Vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);

// Simulando o sistema linear usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,[x0_1;x0_2]);
// Plotando os resultados:
plot2d(t',[x(1,:)','x(2,:)'],[2,3],leg="Variação do nível do reservatório 1@Variação do nível do
reservatório 2");
// Título da figura e nomeando os eixos:
xtitle("Resposta do tanque","t[s]","Variação do nível[m]");
// Colocando uma grade azul no gráfico:
xgrid(2)

```