PME3380 - Lista D

Henrique Kuhlmann – 10772672

São Paulo, 01/10/2020

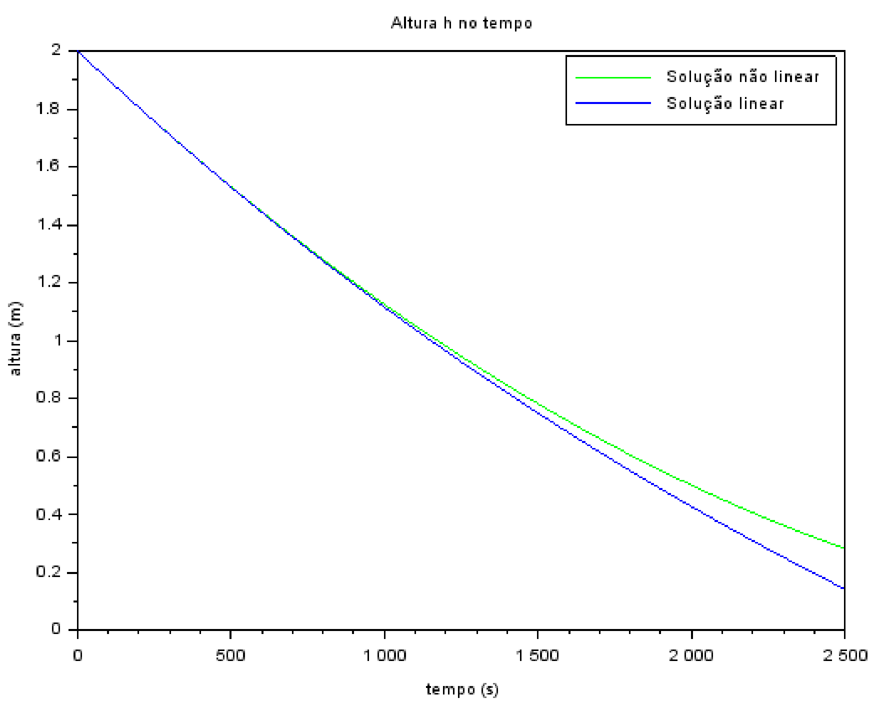
a) Intuitivamente, para uma situação com vazão nula e altura inicial de 2 metros, espera-se que o tanque vá esvaziar dado tempo suficiente. Isso se deve ao fato da vazão do sistema não ser suficiente para manter a posição de equilibro inicial, de 2 metros. De fato:

$$Q_{eq} = \sqrt{\frac{\rho g h_{eq}}{R}} > Q = 0$$

Utilizando a equação diferencial da lista C para a solução não linear e a equação linearizada em torno da altura inicial, apresentadas a seguir, obtém-se o resultado exposto no gráfico.

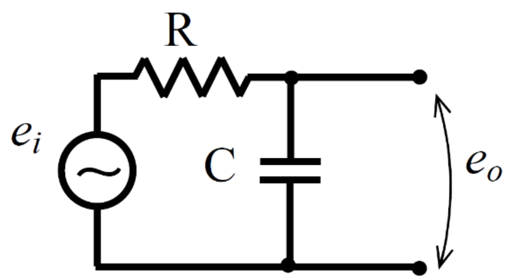
$$\dot{h} = \left(Q - \sqrt{\frac{\rho g h}{R}}\right)\frac{1}{S}$$

$$\dot{h_l} = \frac{1}{S}(Q - Q_0) - \frac{1}{2S}\sqrt{\frac{\rho g}{R h_{eq}}}(h - h_{eq})$$



Como esperado, ambas as soluções se aproximam de zero para tempo tendendo ao infinito. Ainda, nota-se uma diferença considerável entre ambas soluções, principalmente para o final da simulação. Isso se deve ao fato da condição final estar distante da posição de equilíbrio, ponto sobre o qual a equação linear foi desenvolvida. Dessa forma, o comportamento da função longe do equilíbrio é mal interpretado pela solução linear, gerando uma resposta incompatível com o comportamento ideal.

b) Para o circuito abaixo, podemos determinar e0 pelo método prático:



$$e_0\left(CD - \frac{1}{R}\right) - e_i(CD) = 0$$

$$C\dot{e_0} - \frac{e_0}{R} = C\dot{e_\iota}$$

$$\dot{e_0} = \dot{e_\iota} + \frac{e_0}{RC}$$

Como a função ei é conhecida, temos uma equação diferencial linear. Para realizar a analogia com o exercício anterior, interpretamos a função $\dot{e_\iota}$ como a parcela análoga à vazão e e_0 análogo à altura. Substituindo e_0 por x e $\dot{e_0}$ por u, por conveniência:

$$A = \frac{1}{RC}$$

$$B = 1$$

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

Dessa forma, chegamos exatamente ao mesmo equacionamento para o exercício anterior, porém com valores diferentes para as constantes A e B.

Código utilizado:

```
clear all;
'todos as unidades no SI'
S=10;
R=2*10^8;
rho=1000;
'todos as unidades no SI'
S=10;
R=2*10^8;
rho=1000;
g=10;

Qei=0
function u=Qe(t)
```

```
    u=Qei
endfunction

'valores iniciais'
heq=2
h0=2
Qeq=sqrt(rho*g*heq/R)

'tempo de simulacao'
T=2500;

'vetor tempo'
n=100000;
t=linspace(0,T,n);

'vetores de altura (linearizado e nao linearizado)'

Y=zeros(1,n);
H=zeros(1,n);
X=zeros(1,n)

A=-0.5/S*sqrt(rho*g/(R*(heq+0.0000001)))
B=1/S

'vetor de estados'
function dy=tanque(t, y)
    dy(1)=(Qe(t)-sqrt(rho*g*(y(1))/R))/S;
    dy(2)=A*y(2)+B*(Qe(t)-Qeq)
endfunction

'funcao ODE'
Y= ode([h0;h0-heq],t(1), t, tanque)
H= Y(1,:);
X=Y(2,:);

E=0

for i=1:n
    X(i)=X(i)+heq
    E=E+(X(i)-H(i))^2
end
E=E/n
disp(E)
'resultados'
scf(1);
xtitle("Altura h no tempo","tempo (s)","altura (m)")
plot(t,H,"gr");
plot(t,X);
legend(["Solução não linear","Solução linear"])
```