

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

VICTOR MANOEL FERREIRA ROSA DA COSTA
10772713

Lista D- Equação diferencial ordinária linear

São Paulo

2020

1- Sistema com um reservatório

O sistema com um reservatório representado como um sistema linear fica:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Sendo:

$$A = -\frac{1}{2S} \sqrt{\frac{\rho g}{Rh_0}}$$

$$B = \frac{1}{S}$$

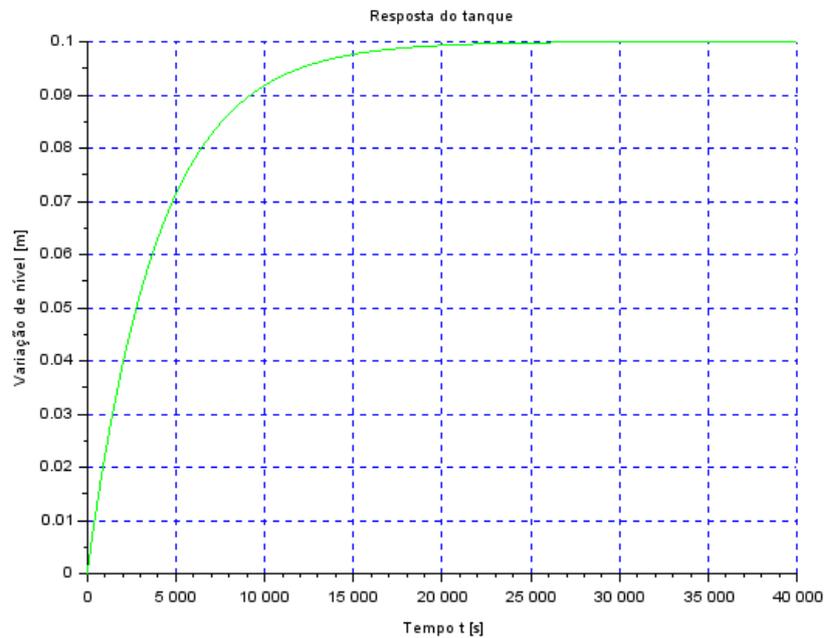
$$C = 1$$

$$D = 0$$

Com os parâmetros e variáveis:

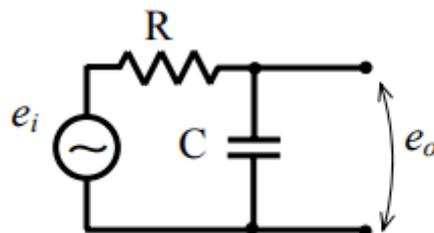
- $S=10 \text{ m}^2$ - área da seção transversal do reservatório
- $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ - massa específica da água
- $g=10$ - aceleração da gravidade
- $R=2 \cdot 10^8 \text{ Pa}/(\text{m}^3/\text{s})^2$
- $h_0=2 \text{ m}$ - nível do reservatório
- $h_i=0,1 \text{ m}$ - nível adicional
- $Q_{ei} [\text{m}^3/\text{s}]$ - vazão de entrada

A resposta obtida foi:

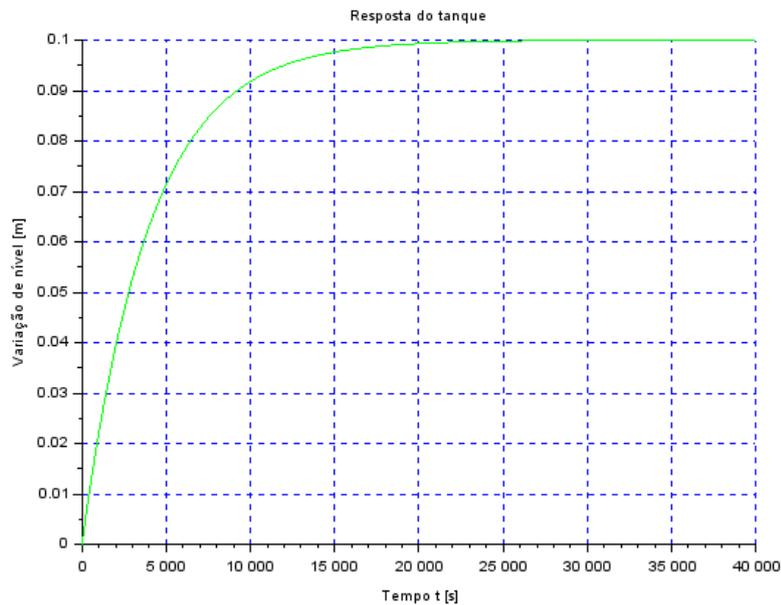


Percebe-se que os dois modelos apresentaram respostas semelhantes, sendo o modelo linear mais fácil e prático de ser implementado.

Fazendo por analogia elétrica, obtém-se o seguinte circuito:



Sendo o resultado:



Como esperado, o sistema feito por analogia elétrica demonstrou a mesma resposta do modelo linear.

2- Sistema com dois reservatórios

Para um sistema com dois reservatórios o sistema linear foi obtido na lista C, sendo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Sendo:

$$A_1 = -\frac{\rho g}{2SRQ_{ei}}$$

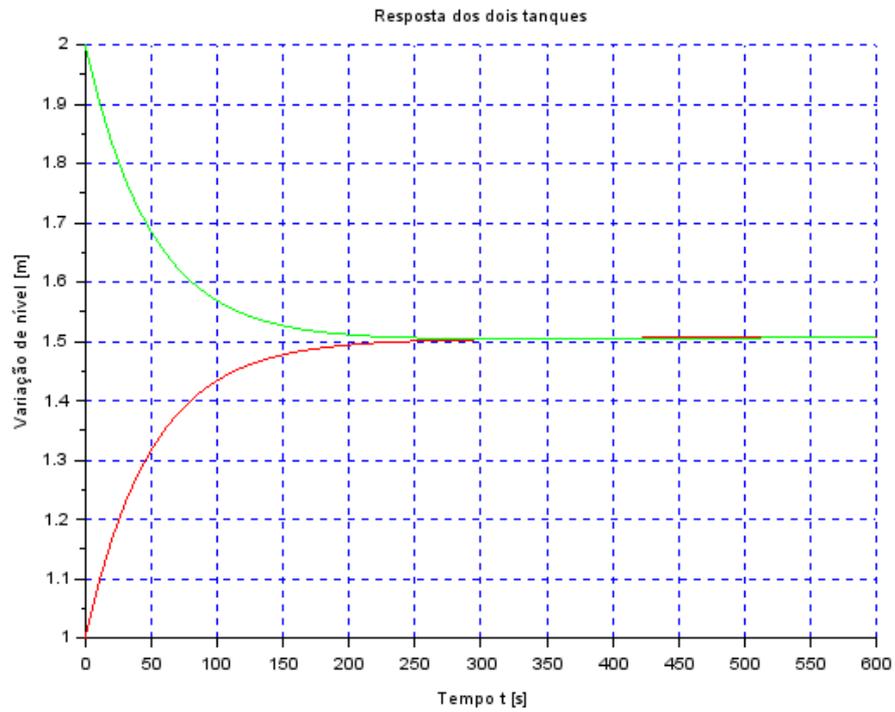
$$A_2 = \frac{\rho g}{2SRQ_{ei}}$$

$$A_3 = \frac{\rho g}{2SRQ_{ei}}$$

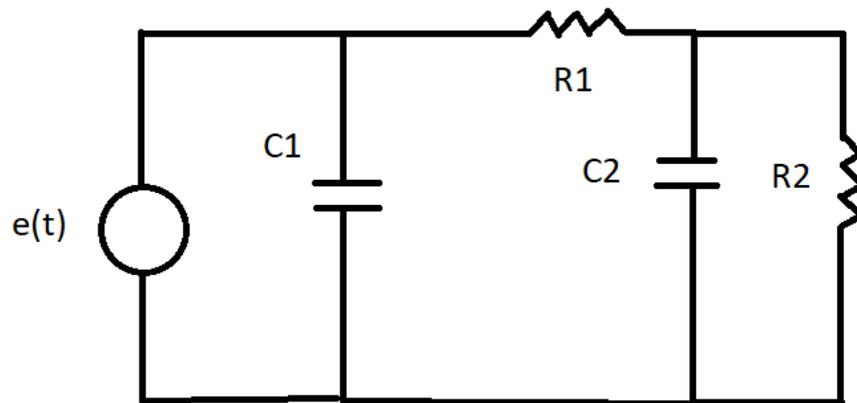
$$A_4 = -\frac{\rho g}{2SRQ_{ei}}$$

$$B = \frac{1}{S}$$

Com os mesmos valores do sistema anterior, a resposta obtida é:



O circuito elétrico análogo nesse caso fica:



3- Códigos

Sistema com um reservatório- modelo linear

```
1 clear all
2
3 S=10;
4 rho=1000;
5 g=10;
6 R=2*10^8;
7 ho=2;
8 hi=0.1;
9 Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi;
10
11 A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
12 B=1/S;
13 C=1;
14 D=0;
15 tanque=sslin('c',A,B,C,D);
16
17 x0=0;
18 t=0:10:40000;
19 u=Qei*ones(t);
20 [y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
21
22 plot2d(t,y,3);
23 xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variação de nível [m]");
24 xgrid(2);
|
```

Sistema com um reservatório por analogia elétrica

```
1 clear all
2
3 R=10;
4 C=400;
5 Vi=0.00025;
6
7 A=-1/(C*R);
8 B=1/R;
9 C=1;
10 D=0;
11 tanque=sslin('c',A,B,C,D);
12
13 x0=0;
14 t=0:10:40000;
15 u=Vi*ones(t);
16 [y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
17
18 plot2d(t,y,3);
19 xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variação de nível [m]");
20 xgrid(2);
```

Sistema com dois reservatórios- modelo linear

```
1 clear all
2
3 S=10;
4 rho=1000;
5 g=10;
6 R=2*10^8;
7 ho=2;
8 hi=0.1;
9 Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi;
10
11 a=rho*g/(2*S*R*Qei);
12 A=[-a,a;a,-a];
13 B=[1/S;0];
14 C=[1,0;0,1];
15 D=[0;0];
16 tanque=sslin('c',A,B,C,D);
17
18 x10=1;
19 x20=2;
20 t=0:10:600;
21 u=Qei*ones(t);
22 [y,x]=csim(u,t,tanque,[x10;x20]);
23 h1=x(1,:);
24 h2=x(2,:);
25
26 plot2d(t,h1,5);
27 plot2d(t,h2,3);
28 xtitle("Resposta dos dois tanques","Tempo t [s]","Variação de nível [m]");
29 xgrid(2);
```