ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

LISTA D

Nome: Wallace Moreira e Silva
Número USP: 10823772
Disciplina: PME 3380

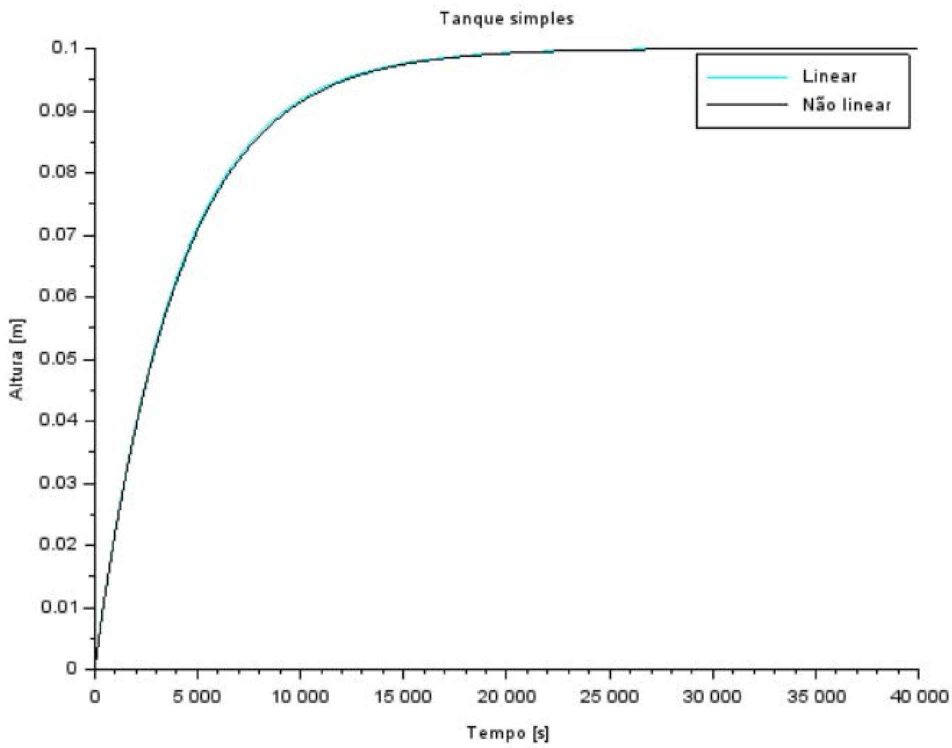
São Paulo, 01 de Outubro de 2020

SUMÁRIO

1. PRIMEIRO EXERCÍCIO

“Faça as modificações adequadas para se poder desenhar e comparar os gráficos da resposta do sistema não linear e linear. Faça as simulações dos sistemas linear e não linear considerando que o reservatório parte do nível h = 2 m, mas com vazão de entrada nula. Compare as respostas.”

É possível analisar através da representação gráfica abaixo o comportamento da curva “Linear” e “Não Linear” através do tempo, tendo como condição inicial $h_0 = 2m$.

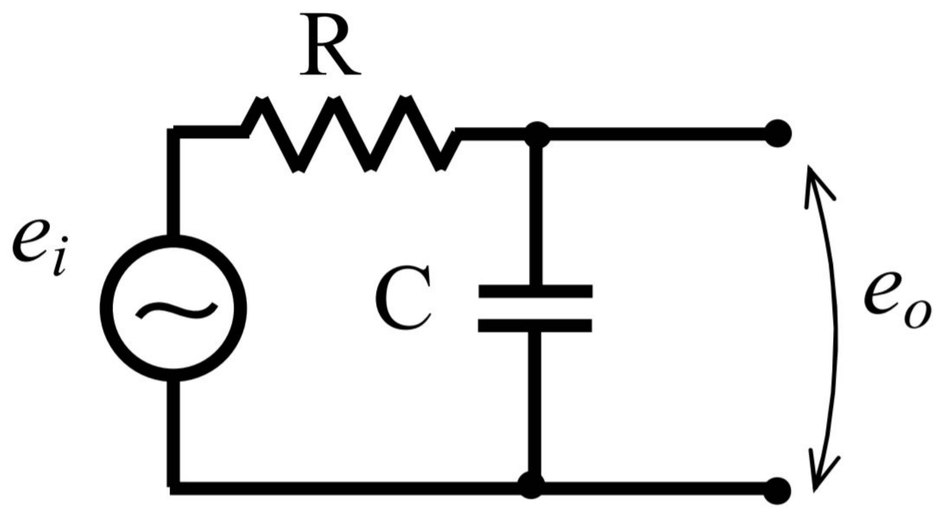


1.1 CÓDIGO DO PRIMEIRO EXERCÍCIO

```
clear all
xdel()

S=10;
rho=1000;
g=10;
R=2*10^8;
ho=2;
hi=0.1;
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi;

A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D);
x0=0;
t=0:10:40000;
u=Qei*ones(t);
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);

function [hponto]=tanqueNaoLinear(t, h, Qe)
 hponto = (Qe(t)-sqrt(rho*g*h/R))/S
endfunction
function [u]=Entrada(t)
 u=Qei;
endfunction

Qei = sqrt(rho*g*(ho+hi)/R);
h = ode(ho,t(1),t,list(tanqueNaoLinear,Entrada))
plot2d(t,y,4) //Plot linear
plot2d(t,h-ho) //Plot não linear
hl=legend(['Linear';'Não linear']);
xtitle("Tanque simples","Tempo [s]","Altura [m]");
```

2. SEGUNDO EXERCÍCIO

“Obtenha o modelo matemático do circuito elétrico mostrado abaixo e compare com o modelo linear do sistema com um reservatório. Faça simulações e compare qualitativamente com os resultados do exercício 1 (sistema linear).”



Pela Lei das Malhas, temos que:

$$e_i - R_i - \frac{1}{c}\int idt\,,\ h = i \tag{1}$$

Portanto:

$$R_h + \frac{1}{c}h = e_i \tag{2}$$

Logo:

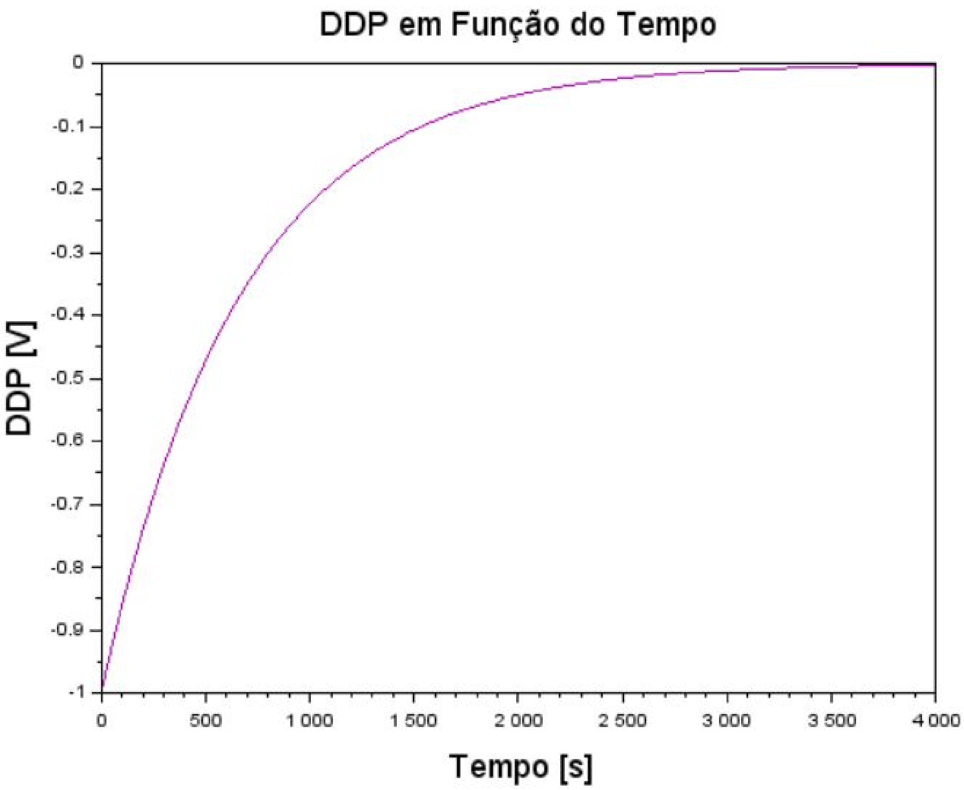
$$R\frac{dh}{dt} + \frac{1}{c}h = 0\text{'} \tag{3}$$

Resolvendo a equação diferencial encontramos que:

$$h(t) = i(t) = \frac{-e_0}{R}e^{-t/RC} \quad \text{e} \quad V(t) = e_0(1 - e^{-t/RC}) \tag{4}$$

2.1 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA (EXERCÍCIO 2)

Observa-se que o gráfico da DDP em função do tempo, aproxima-se do gráfico da altura do reservatório em função do tempo (mostrado no tópico 1 deste relatório) em sua totalidade.

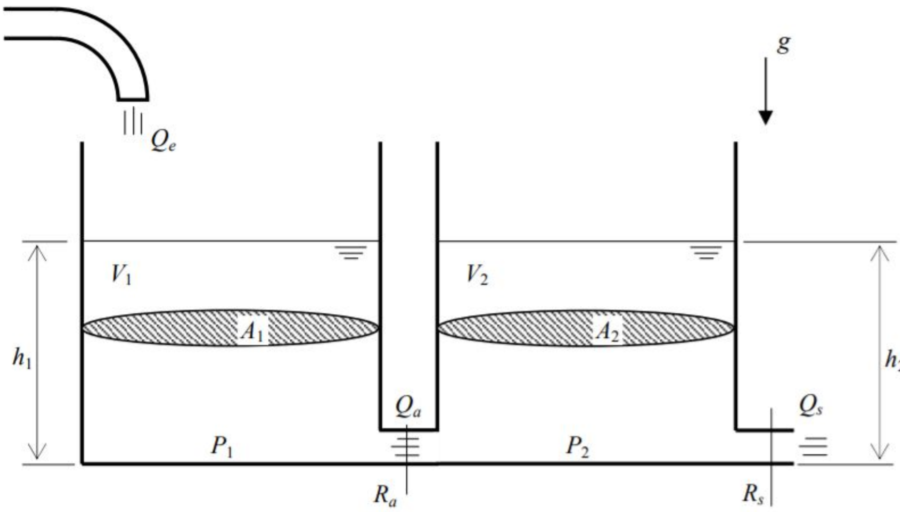


2.2 CÓDIGO (EXERCÍCIO 2)

```
clear
R = 10;
C = 0.015;
e0 = 10;
t0 = 0;
tf = 4000;
t = linspace(t0, tf, 2000);
i = -(e0/R)*exp(-t/R*C);
V = e0*(1 - exp(-t/R*C));
f1 = scf(1);
plot(t, i, "red");
xtitle("DDP em Função do Tempo", "Tempo [s]", "DDP [V]","b")
```

3. TERCEIRO EXERCÍCIO

"Usando a abordagem vista nestes exemplos, faça a simulação do sistema com dois reservatórios, supondo o modelo linear:"



Resolução manuscrita do Sistema Linear que rege o comportamento do Tanque:

Sistema linear para 2 reservatórios

- Sabe-se que neste caso verificamos:

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \left[Qe - \sqrt{\frac{\rho g}{R_1}(h_1 - h_2)}\right] \cdot 1/S_1 \\ \dot{h}_2 = \left[\sqrt{\frac{\rho g}{R_1}(h_1 - h_2)} - \sqrt{\frac{\rho g}{R_1} \cdot h_2}\right] \cdot \frac{1}{S_2} \end{cases}$$

- Tomando x como:

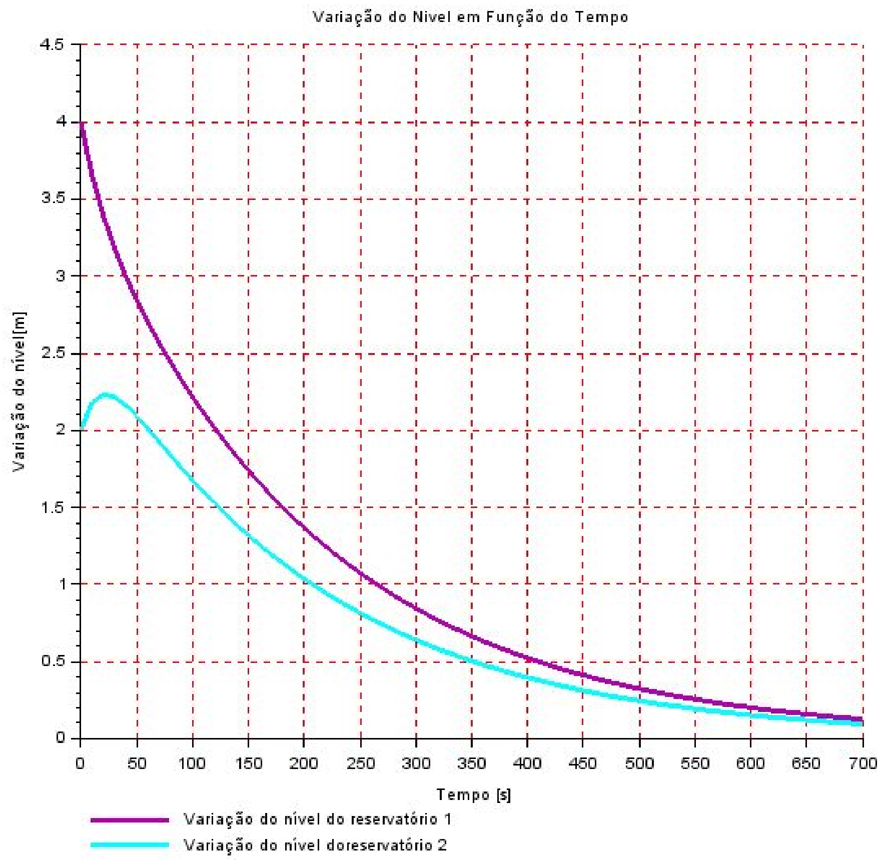
$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

- Temos que:

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad A = \begin{bmatrix} \frac{-\rho g}{2S_1R_1Qe_c} & \frac{\rho g}{2S_1R_1Qe_c} \\ \frac{\rho g}{2S_2R_1Qe_c} & \frac{1}{S_2}\left(\frac{-\rho g}{2R_1Qe_c} - \frac{\rho g}{2R_2Qe_c}\right) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1/S \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.1 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA (EXERCÍCIO 3)



3.2 CÓDIGO (EXERCÍCIO 3)

```
clear all
S1 = 10.0;
R1 = 2*10^8;
S2 = 7.5;
R2 = 10^8;
rho = 1000.0;
g = 10.0;
ho=2; //
R = 2*10^8
hi=0.1;
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi;
A=[(-rho*g)/(R1*S1*Qei),(rho*g)/(R1*S1*Qei);(rho*g)/(R1*S2*Qei),(-1/S2)*(((rho*g)/(2*R2*Qei))+((rho*g)/(2*R1*Qei)))];
B=[1/S1;0];
C=[1,0;0,1];
D=[0;0];
tanque=syslin('c',A,B,C,D);
t=0:10:700;
x0_1=4;
x0_2=2;
u=Qei*ones(t);
[y,x]=csim(u,t,tanque,[x0_1;x0_2]);
plot2d(t',[x(1,:)',x(2,:)'],[2,3],leg="Variação do nível do reservatório 1@Variação do nível doreservatório 2");
xtitle("Variação do Nivel em Função do Tempo","Tempo [s]","Variação do nível[m]");
xgrid(5)
```

4. QUARTO EXERCÍCIO

“Desenvolva um circuito elétrico análogo ao sistema com dois reservatórios.”