

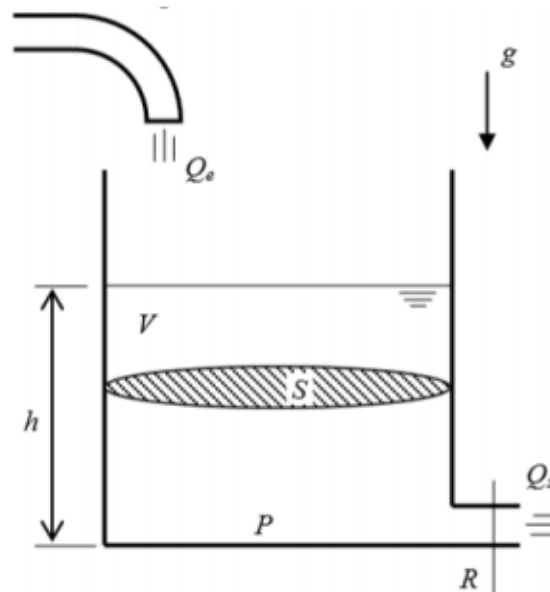
PME 3380 – LISTA D

Aluno: Luiz Ricardo de Sousa Cruz

N°USP: 10334961

1. Faça as modificações adequadas para se poder desenhar e comparar os gráficos da resposta do sistema não linear e linear. Faça as simulações dos sistemas linear e não linear considerando que o reservatório parte do nível $h = 2$ m, mas com vazão de entrada nula. Compare as respostas.

Figura 1: Esquematização do reservatório



A equação diferencial que representa o sistema do reservatório está apresentada abaixo:

$$\dot{h} = \left(-\sqrt{\frac{\rho g h}{R}} + Q_e \right) \frac{1}{S} \quad (1)$$

Enquanto que o sistema linear é representado pelas 2 equações abaixo:

$$\dot{x} = -\frac{1}{2S} \sqrt{\frac{\rho g h}{Rh_0}} + \frac{1}{S} u \quad (2)$$

$$y = x \quad (3)$$

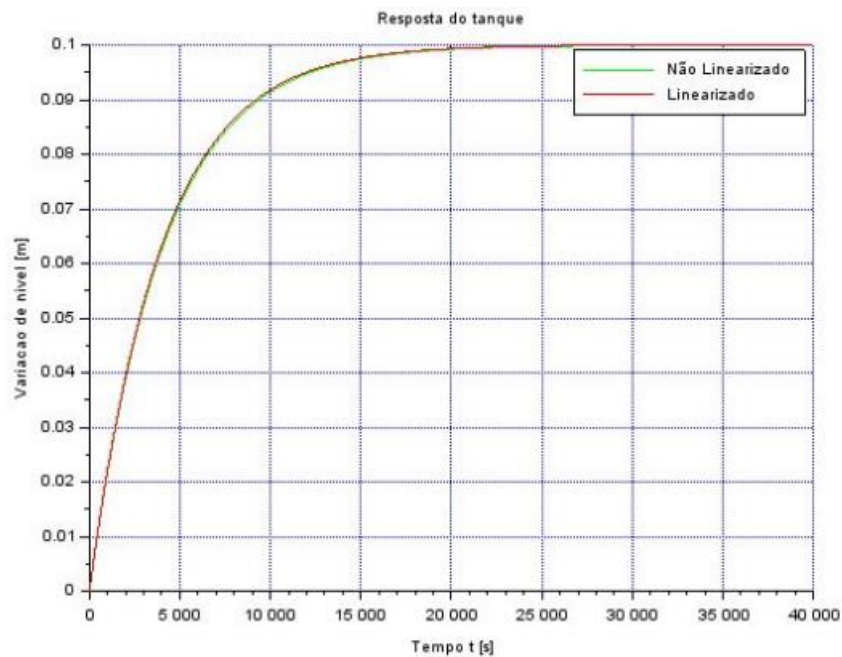
Com essas equações, foi feito o código em Scilab apresentado abaixo na figura 2:

Figura 2: Código Scilab para o problema apresentado

```
1 S=10;
2 rho=1000;
3 g=10;
4 R=2*(10^8);
5 ho=2;
6 hi=0.1;
7 Qei=sqrt(rho*g*(ho+hi)/R);
8 h0=2;
9 t=0:10:40000;
10 h=ode(h0,t(1),t,list(tanque,entrada));
11 for i=1:length(h)
12   h(i)=h(i)-ho;
13 end
14
15 S=10;
16 rho=1000;
17 g=10;
18 R=2*10^8;
19 ho=2;
20 hi=0.1;
21 Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi;
22 A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
23 B=1/S;
24 C=1;
25 D=0;
26 tanque=syslin('c',A,B,C,D);
27 x0=0;
28 t=0:10:40000;
29 u=Qei*ones(t);
30 [y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
31
32 scf(0);
33 plot2d(t,h,3)
34 plot2d(t,y,5)
35 xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
36 xgrid(2)
37 hl=legend(['Não-Linearizado';'Linearizado']);
38 xs2png(gcf(),'plot.png');
```

Com esse código, chegamos ao gráfico indicado na figura abaixo da resposta do tanque para as fórmulas linearizadas e não linearizadas:

Figura 3: Gráfico das respostas do tanque para as equações linearizada e não linearizada

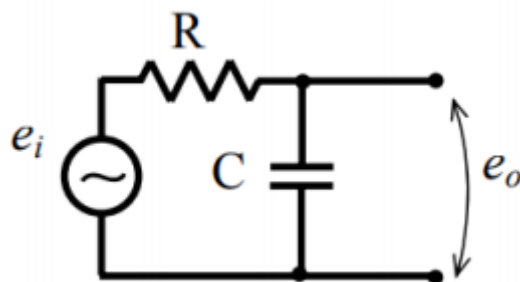


Como podemos perceber, as duas curvas são praticamente iguais, o que mostra que o sistema linearizado descreve o sistema não linearizado de maneira precisa.

2. **Obtenha o modelo matemático do circuito elétrico mostrado abaixo e compare com o modelo linear do sistema com um reservatório. Faça simulações e compare qualitativamente com os resultados do exercício 1 (sistema linear).**

Podemos chegar ao circuito na figura 4 abaixo:

Figura 4: Circuito elétrico

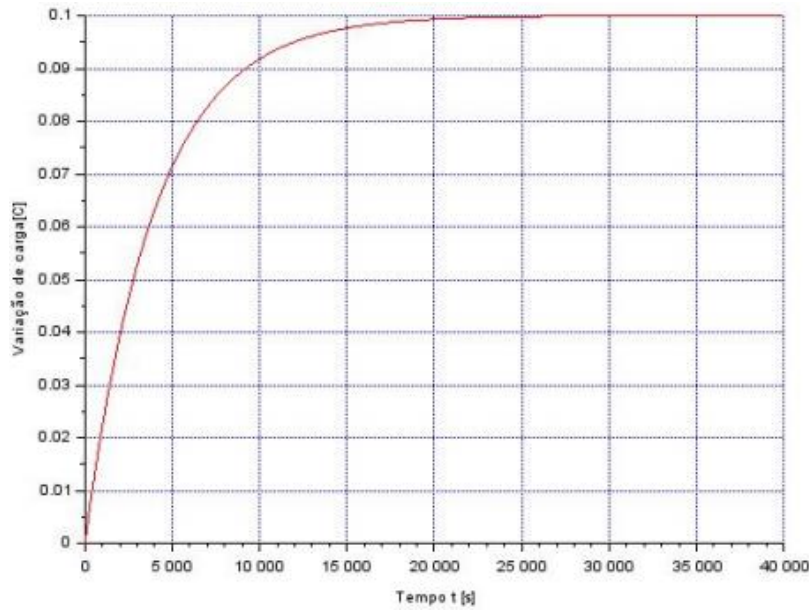


Com isso, o circuito elétrico apresentado acima pode ser descrito pela equação 3 abaixo:

$$\dot{e}_0 = -\frac{e_0}{RC} + \frac{e_i}{RC} \quad (4)$$

O código em Scilab é muito similar ao apresentado na figura 2, e dessa forma podemos chegar à resposta gráfica, como apresentado abaixo:

Figura 5: Resposta do circuito



Esse gráfico é bastante similar ao apresentado no exercício anterior, o que mostra que esse sistema elétrico descreve bem o sistema linearizado do reservatório.

3. Usando a abordagem vista nestes exemplos, faça a simulação do sistema com dois reservatórios, supondo o modelo linear

Usando as equações vistas na lista anterior, e colocando as fórmulas do modelo linear, chegamos às fórmulas que descrevem o sistema dos dois reservatórios:

$$A_1 = -\frac{1}{2S_1} \sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_{1o} - h_{2o})}} \quad (5)$$

$$A_2 = \frac{1}{2S_1} \sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_{1o} - h_{2o})}} \quad (6)$$

$$A_3 = \frac{1}{2S_2} \sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_{1o} - h_{2o})}} \quad (7)$$

$$A_4 = -\frac{1}{2S_2} \left(\sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_{1o} - h_{2o})}} + \sqrt{\frac{\rho g}{R_s h_{2o}}} \right) \quad (8)$$

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (9)$$

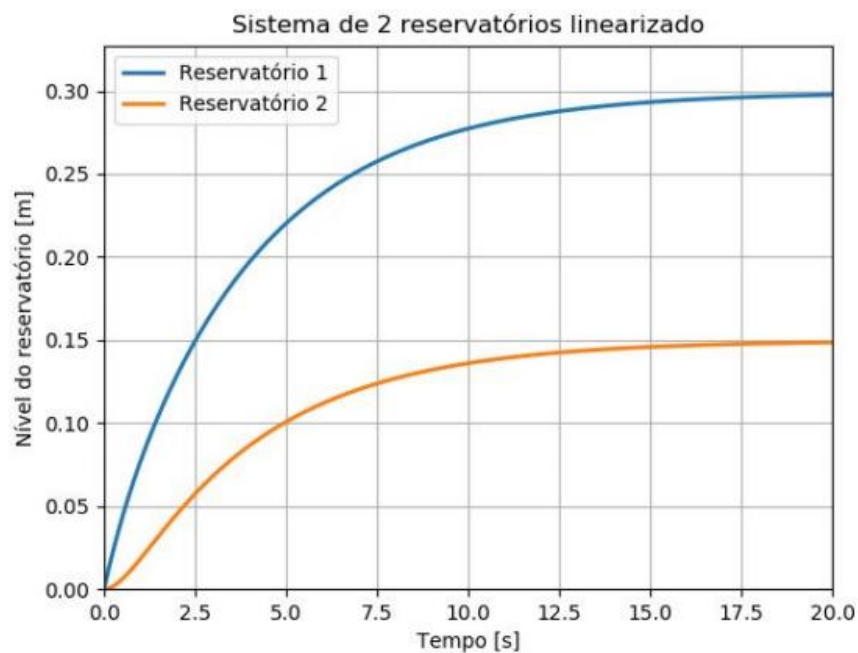
$$y = Cx + Du \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{S_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dessa forma, chegamos ao gráfico abaixo:

Figura 6: Resposta do sistema de dois reservatórios



Assim como no modelo de um reservatório, podemos utilizar o circuito elétrico abaixo para descrever o sistema linearizado de dois reservatórios:

Figura 7: Circuito elétrico que descreve os dois reservatórios

