João Pedro Dias Nunes 10705846

Solução Numérica de Equações Diferenciais Ordinárias Linearizadas

PME 3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos - Lista 4

Brasil

2020

Sumário

1 Exemplo 1

Linearizando o problema dos reservatórios abordado nas listas anteriores, cujas expressões já linearizadas são mostradas pelas equações 1.1 e 1.2, com o código a seguir em *Scilab*, obtemos a figura 1.

$$\dot{x} = -\frac{1}{2S}\sqrt{\frac{\rho g}{Rh_o}}x + \frac{1}{S}u \tag{1.1}$$

$$y = 1x + 0u \tag{1.2}$$

```
// Simulacao de sistema linear
// Eh sempre melhor apagar as variaveis anteriores
clear all
// Definir parametros:
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada
// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
 // continuo no tempo
// Definir a condicao inicial:
x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
// Definir o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;
// Definir o vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);
// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
// Plotando o resultado em verde:
plot2d(t,y,3)
// Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
// Colocando uma grade azul no grafico:
xgrid(2)
```

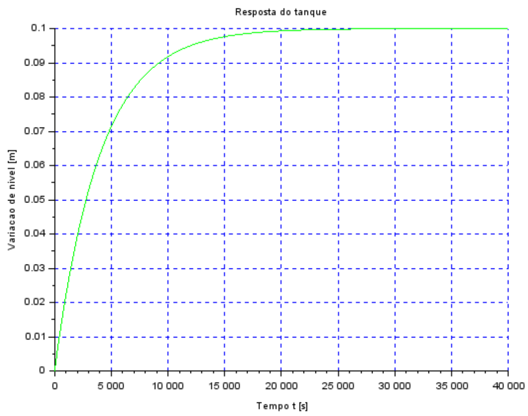

Figura 1 – Gráfico obtido do código do exemplo 1

2 Exercícios

2.1 Exercício 1

Nesse exercício cabe a comparação entre o sistema linear e não linear. Dessa forma, no mesmo código anterior, pode-se colocar a equação 2.1, do sistema não linearizado.

$$\dot{x} = \frac{1}{2S}\sqrt{\frac{\rho g}{Rh_o}}x + \frac{1}{S}u \tag{2.1}$$

```
// Simulacao de sistema linear
// Eh sempre melhor apagar as variaveis anteriores
clear()
close()
clc()
// Definir parametros:
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
//Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada
//Qei2 = sqrt(rho*g*(ho+hi)/R)
Qei=0
Qei2=0

function [hdot]=tanque(t,h)
    if h<0 then
        hdot=0
    else
        hdot=(-(rho*g*h/R)^(1/2)+entrada(t))/S;
    end
endfunction

function [u] = entrada(t)
    u=Qei2
endfunction

t=linspace(0,40000,4000);
H = ode(ho,0,t,tanque)
hdif=H-ho

// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
```

```
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;

tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
 // continuo no tempo
// Definir a condicao inicial:
x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
// Definir o vetor de instantes de tempo:

// Definir o vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);
// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);

// Plotando o resultado em verde:
plot(t,y,'g',"LineWidth",3)
// Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
// Colocando uma grade azul no grafico:
xgrid(2)
plot(t,hdif+ho,':r',"LineWidth",3)
legend("Valor Linearizado","Valor Sem Linearizar",1)
```

cujo gráfico saída é a figura 2.

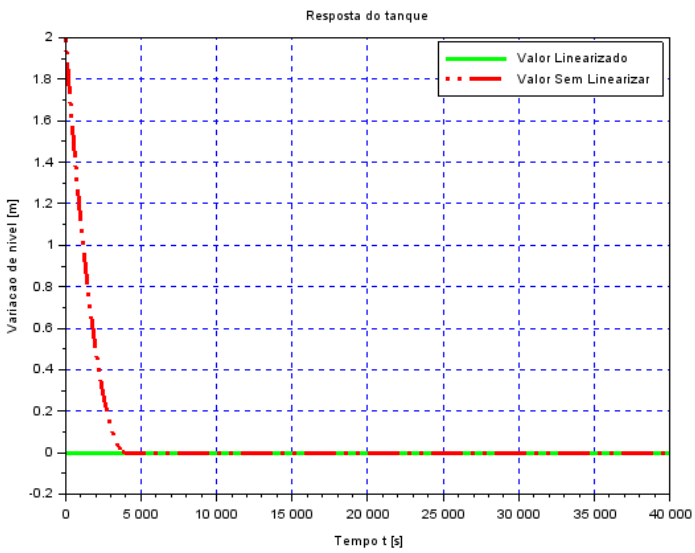

Figura 2 – Diferença entre o modelo linear e não linear para o sistema de reservatórios

Portanto, pode-se inferir que, para esse pontos de equilíbrio o modelo linear é bem preciso, mas no começo, ou seja, longe do equilíbrio realmente há uma discrepância.

2.2 Exercício 2

Nesse exercício, é proposto uma modelagem do circuito elétrico elaborado na figura 3, para fazermos uma analogia com sistema de reservatórios.

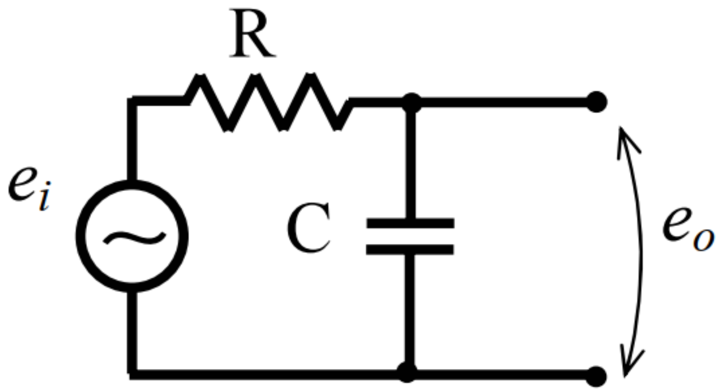

Figura 3 – Circuito RC a ser modelado

Como ele possui apenas uma malha fechada, e considerando uma fonte de tensão, temos:

$$e_i - RI - \frac{1}{C}\int I dt = 0 \tag{2.2}$$

$$e_i - R\dot{q} - \frac{1}{C}q = 0 \tag{2.3}$$

$$\dot{q} = \frac{e_i}{R} - \frac{1}{RC} \tag{2.4}$$

Claramente análoga à equação 1.1. Fazendo as analogias:

$$e_i = u \tag{2.5}$$

$$R = S \tag{2.6}$$

$$C = 2\sqrt{\frac{Rh_o}{\rho g}} \tag{2.7}$$

encontramos o mesmo resultado anterior, com o código abaixo, supondo fonte não nula de tensão.

```
clc()
clear()

S=10;
rho=1000;
g=10;
Ra=2*10^8;
ho=2;
```

```
hi=0.1
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(Ra*ho))*hi;




R=S
C=2*sqrt(Ra*ho/(rho*g))

A=-1/(R*C)
B=1/(R)
C=1
D=0

eletrica=syslin('c',A,B,C,D);

t=0:10:40000
x0=0;
u=Qei*ones(t);
[y,x]=csim(u,t,eletrica ,x0);

plot(t,y,"LineWidth",4)
xlabel("Tempo (s)")
ylabel("Carga acumulada (C)")
title("Circuito análogo ao da vazão")
xgrid(1)
```

com os resultados na figura 4.

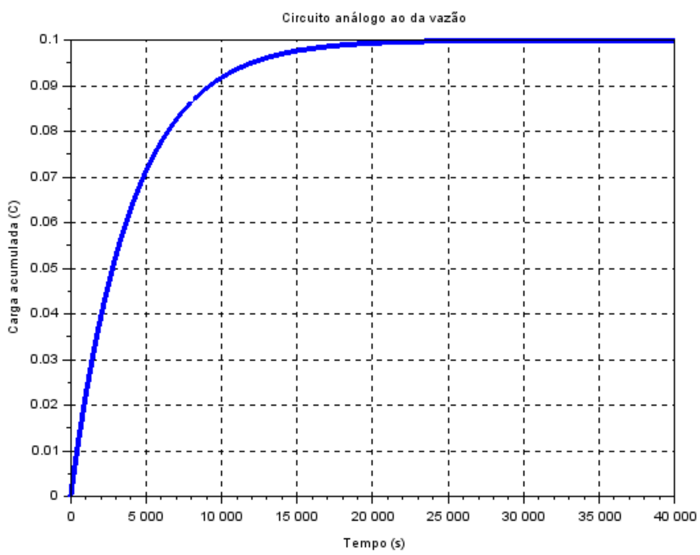

Figura 4 – Carga acumulada no capacitor

caso utilizássemos uma fonte nula de tensão, para ficar semelhante ao problema anterior, teríamos: