

Rogério Yukio Tamaoki Rodriguez - 10772709

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos
Lista 4

Brasil

2020

Lista de ilustrações

Figura 1 – Comparação entre análise linear e não linear	4
Figura 2 – Circuito elétrico	5
Figura 3 – Resposta do circuito para tensão não nula	7
Figura 4 – Resposta do circuito para tensão nula	7
Figura 5 – Representação dos reservatórios	8
Figura 6 – Nível de água nos reservatórios	9

Sumário

1	COMPARAÇÃO DE SISTEMA LINEAR E NÃO LINEAR PARA UM RESERVATÓRIO	3
2	ANALOGIA ELÉTRICA	5
3	EXERCÍCIO COM 2 RESERVATÓRIOS	8

1 Comparação de sistema linear e não linear para um reservatório

Neste capítulo serão comparados os resultados obtidos pelas equações 1.1 e 1.2.

$$\dot{h} = -\frac{1}{2S}\sqrt{\frac{\rho g}{Rh_0}}x + \frac{1}{S}u \quad (1.1)$$

$$\dot{h} = -\frac{1}{S}\sqrt{\frac{\rho gh}{R}} + \frac{1}{S}u \quad (1.2)$$

Para isso foi utilizado o código descrito a seguir.

```

1 // Definir parametros:
2 S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
3 rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
4 g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
5 R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
6 ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
7 hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
8 //Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada
9 Qei = 0
10
11 // SISTEMA LINEAR
12
13 // Definir o sistema linear usando o comando syslin:
14 A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
15 B=1/S;
16 C=1;
17 D=0;
18 tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
19 // contínuo no tempo
20 // Definir a condicao inicial:
21 x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
22 // Definir o vetor de instantes de tempo:
23 t=0:10:40000;
24 // Definir o vetor de entradas:
25 u=Qei*ones(t);
26 // Simulando o sistema usando o comando csim:
27 [y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
28 // Plotando o resultado em azul:
29 plot2d(t,y,2)
30 // Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
31 xlabel("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");

```

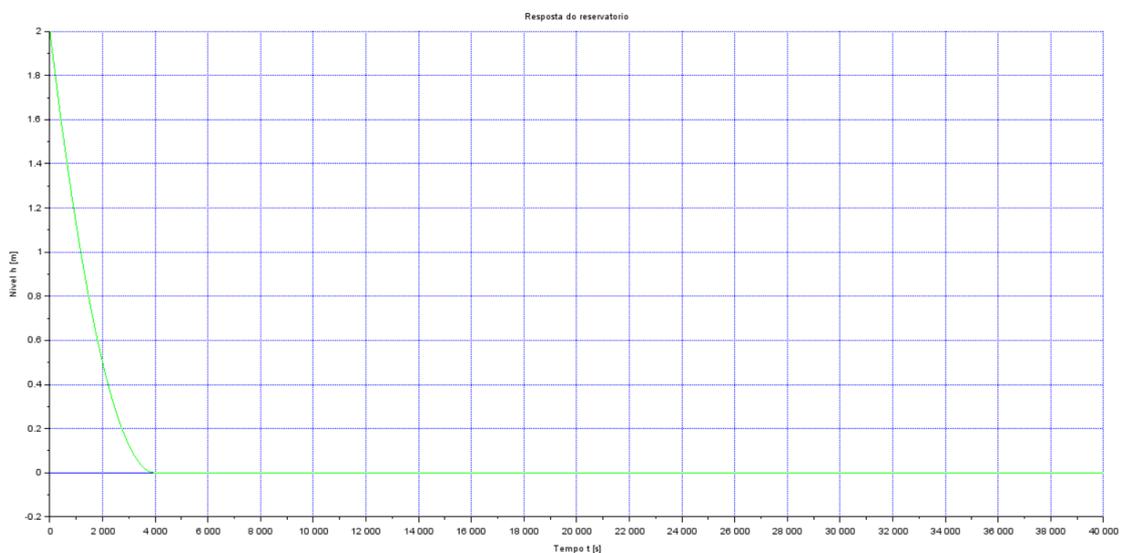
```

32 // Colocando uma grade azul no grafico:
33 xgrid(2)
34
35 // SISTEMA NAO LINEAR
36
37 function hdot=tanque(t,h)
38     if h(1) < 0 then h(1) = 0
39     else
40         hdot=(-sqrt(rho*g*h/R)+Qei)/S
41     end
42     hdot=(-sqrt(rho*g*h/R)+Qei)/S
43 endfunction
44
45 h=ode(h0,t(1),t,tanque)
46
47 plot2d(t,h,3)
48 // Definindo uma variavel do tipo 'lista':
49 T=list("Resposta do reservatorio","Tempo t [s]","Nivel h [m]");
50 // Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
51 xtitle(T(1),T(2),T(3));
52 // Colocando uma grade azul no grafico:
53 xgrid(2)

```

Sendo assim, o resultado obtido está descrito pela figura 1, sendo possível perceber uma ligeira diferença entre o sistema linear e o sistema não linear. Nota-se que o sistema linear avalia bem a posição de equilíbrio, no entanto é impreciso para avaliar o decaimento do nível da água.

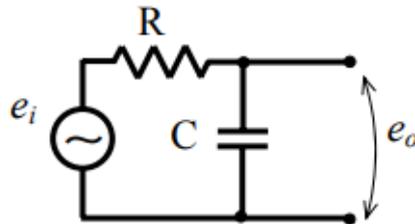
Figura 1 – Comparação entre análise linear e não linear



2 Analogia elétrica

Neste exercício será resolvido o circuito elétrico representado na figura 2.

Figura 2 – Circuito elétrico



O funcionamento do circuito pode ser descrito pela equação 2.1.

$$e_i = R \cdot i + \frac{1}{CD}i \quad (2.1)$$

A equação 2.1 pode ser reescrita da seguinte maneira.

$$i = \dot{q} \rightarrow \frac{1}{D}i = q$$

$$e_i = R \cdot \dot{q} + \frac{q}{C}$$

$$\dot{q} = -\frac{q}{CR} + \frac{e_i}{R} \quad (2.2)$$

A equação 2.1, ao ser reescrita na equação 2.2, é análoga a equação 1.1 do reservatório. Sendo feitas as seguintes analogias.

- $\dot{q} = i$
- $e_i = u$
- $R = S$
- $C = 2\sqrt{\frac{R_f h_o}{\rho g}}$

Utilizando o código a seguir obtém-se a figura 3, para a tensão nula obtém-se a figura 4. Repare que os resultados são similares aos obtidos para o reservatório.

```
1 clc()
2 clear()
3 close()
4
5 // Definir parametros:
6 R=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
7 C=400; // [kg/m^3] massa especifica da agua
8 Vi=0.00025; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
9
10 // SISTEMA LINEAR
11
12 // Definir o sistema linear usando o comando syslin:
13 A=-1/(C*R);
14 B=1/R;
15 C=1;
16 D=0;
17 tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
18 // contínuo no tempo
19 // Definir a condicao inicial:
20 q0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
21 // Definir o vetor de instantes de tempo:
22 t=0:10:40000;
23 // Definir o vetor de entradas:
24 ei=Vi*ones(t);
25 // Simulando o sistema usando o comando csim:
26 [y,q]=csim(ei,t,tanque,q0);
27 // Plotando o resultado em azul:
28 plot2d(t,y,5)
29 // Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
30 xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
31 // Colocando uma grade azul no grafico:
32 xgrid(2)
```

Figura 3 – Resposta do circuito para tensão não nula

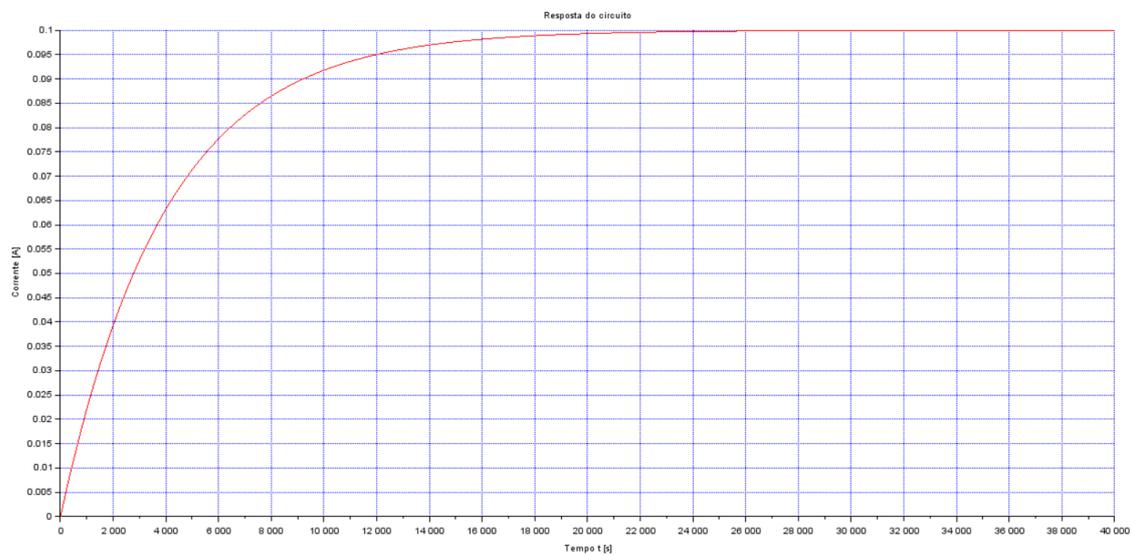
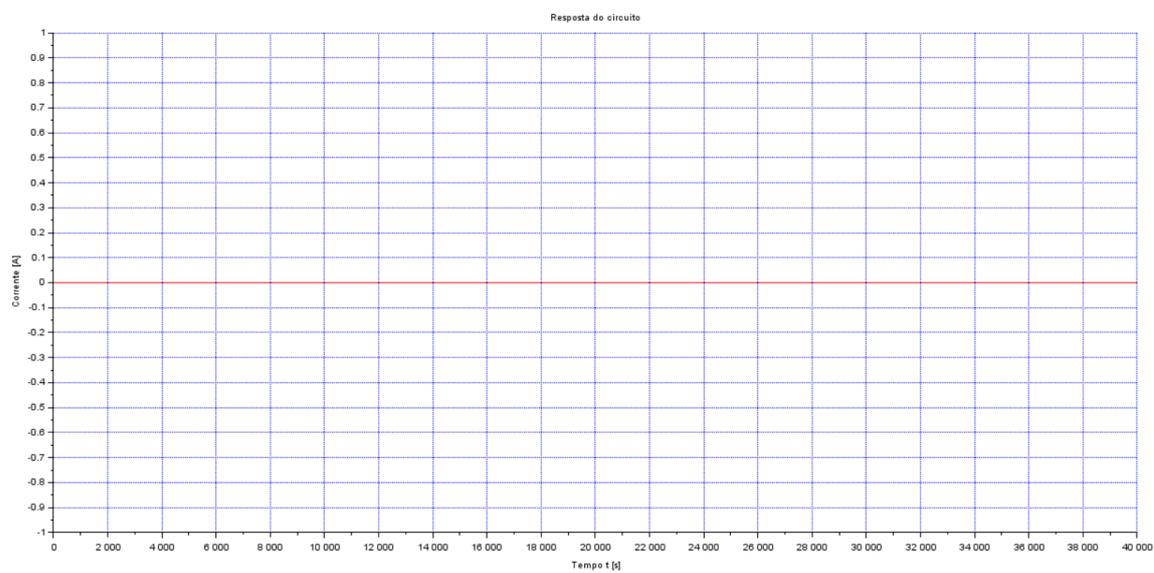


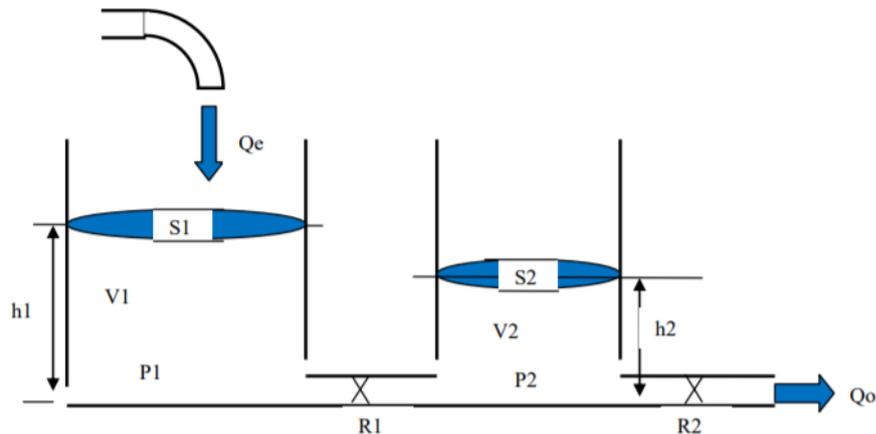
Figura 4 – Resposta do circuito para tensão nula



3 Exercício com 2 reservatórios

Neste exercício, será obtida a solução para a figura 5, utilizando um sistema linear.

Figura 5 – Representação dos reservatórios



Para obter a solução da figura 6 deste exercício, foi utilizado o código a seguir.

```

1 clc()
2 clear()
3 close()
4
5 // Definir parametros:
6 S1=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio 1
7 S2=12; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio 2
8 rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
9 g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
10 Ra=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao=2;
    // [m] nivel do reservatorio em regime
11 Rs=3*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao=2;
    // [m] nivel do reservatorio em regime
12 Qe=0.010247; // [m^3/s] vazao na entrada
13 h1o = (Qe^2)*Ra/(rho*g*(1-Rs/(Ra+Rs)));
14 h2o = Rs*(Qe^2)/(rho*g);
15 u = -Qe + (rho*g*(h1o-h2o)/Ra)^0.5;
16
17 A(1,1) = (-1/(2*S1))*sqrt(rho*g/(Ra*(h1o-h2o)))
18 A(1,2) = (1/(2*S1))*sqrt(rho*g/(Ra*(h1o-h2o)))
19 A(2,1) = (1/(2*S2))*sqrt(rho*g/(Ra*(h1o-h2o)))
20 A(2,2) = (-1/(2*S2))*(sqrt(rho*g/(Ra*(h1o-h2o)))+sqrt(rho*g/(Rs*h2o)))
21

```

```

22 B(1,1) = 1/S1;
23 B(2,1) = 0
24
25 C(1,1)=1
26 C(2,1)=0
27 C(1,2)=0
28 C(2,2)=1
29
30 D(1,1)=0
31 D(2,1)=0
32
33 t=0:10:40000
34 tanques=sslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
35
36 x0(1,1)=5 // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
37 x0(2,1)=0
38 // Definir o vetor de entradas:
39 u=u*ones(t);
40 // Simulando o sistema usando o comando csim:
41 [H,x]=csim(u,t,tanques,x0);
42
43 plot(t,H(1,:))
44 plot(t,H(2,:), 'r')
45 xlabel("Tempo (s)", 'fontsize',5)
46 ylabel("Altura (m)", 'fontsize',5)
47 xgrid(1)
48 legend("Reservatório 1", "Reservatório 2")

```

Figura 6 – Nível de água nos reservatórios

